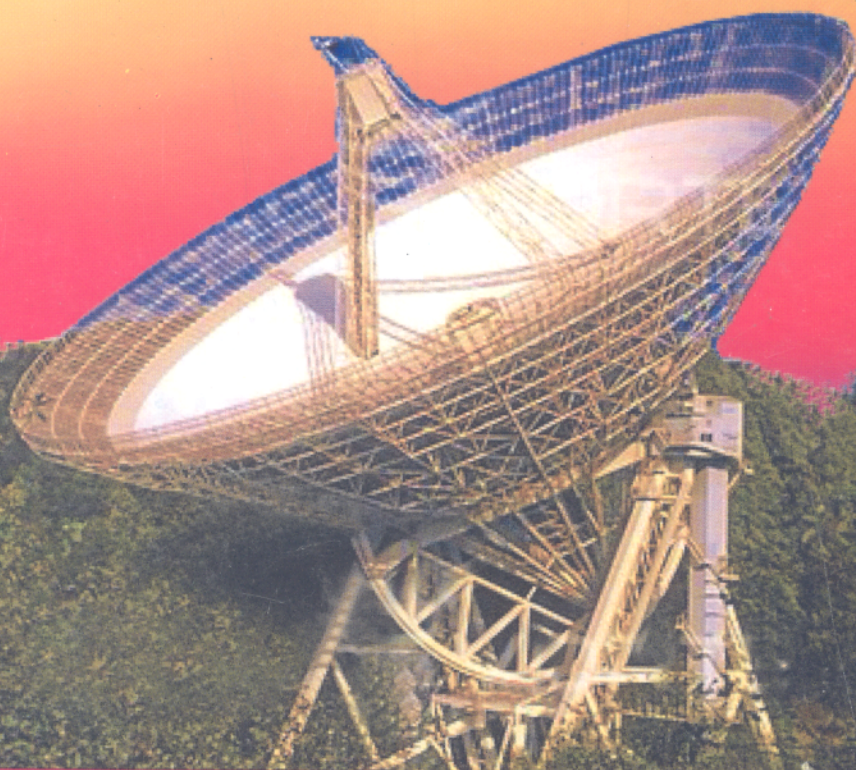


NGUYỄN VIỆT KÍNH - TRỊNH ANH VŨ

THÔNG TIN SỐ



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

NGUYỄN VIỆT KÍNH – TRỊNH ANH VŨ

THÔNG TIN SỐ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

Bản quyền thuộc HEVOBCO - Nhà xuất bản Giáo dục

17-2007/CXB/85-2217/GD

Mã số: 7B674M7-DAI

Lời nói đầu

Trong vài thập kỷ qua cùng với sự phát triển mạnh mẽ của kỹ thuật xử lý tín hiệu số (DSP) và các mạch điện tử số tích hợp cỡ lớn (VLSI), kỹ thuật truyền tin số cũng đồng thời phát triển. Với nhiều ưu điểm nổi trội về khả năng chống nhiễu, về độ tin cậy cũng như tính mềm dẻo trong thiết kế ứng dụng, truyền tin số đang dần thay thế kỹ thuật truyền tin tương tự đã một thời phát triển rực rỡ.

Mặc dù có nhiều tính chất tương đồng như kỹ thuật tương tự, song kỹ thuật truyền tin số vẫn được coi như có cơ sở lý thuyết riêng với những nét đặc thù đặc sắc của nó. Tài liệu này cung cấp những kiến thức thiết yếu làm cơ sở cho việc thiết kế xây dựng một hệ truyền tin số dùng cho sinh viên ngành Điện tử – Viễn thông sau khi đã có các kiến thức về *Tín hiệu và hệ thống, Xử lý tín hiệu số, Xác suất và quá trình ngẫu nhiên*.

Tài liệu được biên soạn dựa trên những bài giảng chọn lọc đã và đang được giảng dạy nhiều năm tại khoa Điện tử – Viễn thông Trường Đại học Công nghệ, Đại học Quốc gia Hà Nội. Trong lần xuất bản đầu khó tránh khỏi những thiếu sót. Các tác giả mong nhận được nhiều ý kiến góp ý của bạn đọc gần xa. Những nhận xét xin gửi về vuta@vnu.edu.vn hoặc Công ty cổ phần Sách Đại học – Dạy nghề, Nhà xuất bản Giáo dục, 25 Hàn Thuyên, Hà Nội. Điện thoại: (04) 8264974.

Xin chân thành cảm ơn.

CÁC TÁC GIẢ

1.1. Quá trình truyền tin

Quá trình truyền tin là quá trình truyền *thông tin* từ nơi này đến nơi khác theo yêu cầu *xa, nhanh, tin cậy*. Ba yêu cầu bình thường này không phải luôn được mọi người hiểu chính xác và lịch sử cũng đòi hỏi bao cuộc cách mạng kỹ thuật mới ngày càng thực hiện tốt hơn những điều này. Ta phác hoạ chúng như sau:

Thế nào là xa? Xa có thể là từ đây đến sao Hoả (!) Phương tiện truyền tin hiện đại đáp ứng yêu cầu này không là gì khác ngoài trường điện từ. Trường điện từ có thể lan truyền trong không gian tự do, trong dây dẫn điện hoặc dưới dạng ánh sáng trong sợi quang... với tốc độ hàng trăm triệu m/s.

Thế nào là nhanh? Nhanh ở đây không những chỉ là đạt tới tốc độ càng cao càng tốt, mà còn ở chỗ tốc độ truyền thông tin thoả mãn *thời gian thực* đối với yêu cầu sử dụng. Còn gì chán hơn khi "voice chat" qua mạng phải chờ một lúc mới nghe tiếng trả lời. Điều này có liên quan đến *băng thông* (độ rộng băng tần) của đường truyền hoặc cách tổ chức một *mạng* truyền dẫn cho nhiều người dùng.

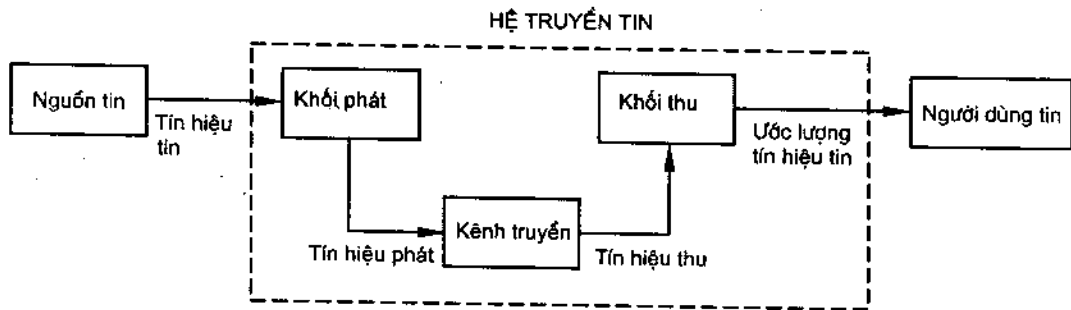
Thế nào là tin cậy? Trong truyền tin khái niệm này cũng không được hiểu với nghĩa chính xác tuyệt đối một trăm phần trăm, mà phải hiểu với tỷ lệ sai sót ít nhất, sai sót mà yêu cầu sử dụng có thể chấp nhận được. Thông thường tỷ lệ này là 10^{-6} đến 10^{-7} .

Hạn chế và cản trở ba yêu cầu truyền tin nói trên chính là các yếu tố *công suất, độ rộng băng tần kênh truyền và can nhiễu* (ở đây mới đề cập đến can nhiễu do ồn chứ chưa nói đến các can nhiễu đặc thù khác ảnh hưởng đến truyền tin như can nhiễu do chuyển động, do hiệu ứng đa đường truyền... sẽ được nghiên cứu trong những chuyên đề khác). Công suất phát càng lớn, thì tin truyền càng đi xa. Băng tần truyền dẫn càng rộng thì tốc độ thông tin càng nhanh và cuối cùng càng ít can nhiễu càng ít lỗi truyền tin xảy ra. Câu hỏi chính đặt ra trong giáo trình này là những yếu tố trên đã hạn chế và cản trở ba yêu cầu truyền tin thế nào, và bằng cách nào với kỹ thuật truyền tin số có thể khắc phục và vượt qua những cản trở này.

Bên cạnh ba yêu cầu truyền tin nói trên thuần túy mang tính kỹ thuật, còn có một yêu cầu nữa cũng không thể thiếu khi thiết kế các hệ truyền tin là yêu cầu về kinh tế, về *hiệu suất và giá thành*. Yêu cầu này cũng thường xuyên được phân tích gắn liền với những yêu cầu kỹ thuật và giải pháp công nghệ.

Để bắt đầu ta nêu ra một hệ thống truyền tin tiêu biểu (hình 1.1). Hệ thống này luôn có ba phần cơ bản đó là: khối phát, kênh truyền và khối thu. Khối phát chuyển *tín hiệu tin* tạo ra từ một *nguồn tin* thành *tín hiệu phát* dạng thích hợp để truyền được trên *kênh truyền*. *Tín*

hiệu thu được sau kênh truyền là một phiên bản của tín hiệu phát bị làm méo do kênh truyền. Nhiệm vụ của bộ thu là phải tạo lại tín hiệu gốc (tín hiệu tin) như bên phát từ phiên bản nhận được này, rồi từ đó tạo lại bản tin nguồn (hình 1).



Hình 1. Các bộ phận của một hệ truyền tin

1.2. Truyền tin số

Truyền tin số có nhiều ưu điểm hơn kỹ thuật tương tự, trong đó chỉ sử dụng một số hữu hạn dạng sóng rời rạc về thời gian để truyền tin. Mỗi dạng sóng truyền trong một khoảng thời gian xác định gọi là độ kéo dài ký hiệu và là đại diện truyền của một dữ liệu tin (hay một tổ hợp bit) còn gọi là các báo hiệu (Signalings). Kỹ thuật này có ưu điểm nổi bật là: chống nhiễu trên đường truyền tốt (vì nếu nhiễu không đủ mạnh sẽ không thể làm thay đổi dưới một ngưỡng, gây nên nhầm lẫn ở nơi thu), song đòi hỏi bản tin nguồn cũng phải được số hoá (biểu diễn chỉ bằng một số hữu hạn ký hiệu). Ví dụ văn bản tiếng Việt dùng 24 chữ cái, bộ đếm dùng 10 số, bản nhạc dùng 7 nốt và vài ký hiệu bổ sung... Trong giáo trình này ta coi rằng bản tin nguồn đã được số hoá và ta chỉ nghiên cứu kỹ thuật truyền số qua kênh.

Việc số hoá một bản tin tương tự phải trả giá bằng một sai số nào đó (gọi là sai số lượng tử, tuy nhiên sai số này lại có thể kiểm soát). So sánh với kỹ thuật truyền tin tương tự, ở đó bản tin không mắc sai số khi số hoá, song do dùng vô số dạng sóng (tín hiệu liên tục) trên đường truyền nên can nhiễu sẽ làm thay đổi dạng sóng, gây nên sai số khi tách tại nơi thu mà ở góc độ nào đó khó kiểm soát được. Ngoài ra việc số hoá kỹ thuật truyền tin còn tạo nên những tiêu chuẩn có thể thay đổi linh hoạt bằng chương trình phần mềm và tạo ra những dịch vụ chưa từng có trong truyền tin tương tự. Nói như vậy ta cũng không nên quên kỹ thuật truyền tin tương tự đã có những đỉnh cao vĩ đại như tạo ra truyền hình màu hay điều khiển đưa người lên mặt trăng và hiện nay trong một số kỹ thuật điều khiển tốc độ cực nhanh vẫn dùng đến kỹ thuật tương tự.

Khi vận dụng lý thuyết thông tin vào kỹ thuật truyền tin số thường có những vấn đề căn bản sau đây đặt ra:

- Bản tin phải được biểu diễn (mã nguồn) với một số ít ký hiệu nhất, theo mã nhị phân là cần ít bit nhất (để truyền cho nhanh!). Lý thuyết thông tin cho một giới hạn dưới về số bit tối thiểu cần để biểu diễn. Tức là nếu ít hơn số bit tối thiểu này thì không thể biểu diễn đầy đủ bản tin (làm sai lệch bản tin, mất mát thông tin).

- Khi truyền tin mã nguồn lại cần được bổ sung thêm các bit (dư thừa) để có thể giảm

lỗi truyền bản tin (gọi là kỹ thuật mã kênh kiểm soát lỗi) mà điều này lại làm tăng tốc độ bit truyền. Tuy nhiên có một *giới hạn trên về tốc độ truyền* mà vượt qua nó không thể kiểm soát lỗi được, hay là truyền không tin cậy, đó là *dung năng kênh* quy định bởi độ rộng băng tần kênh truyền và tỷ số tín hiệu/ồn:

$$C = B \log_2(1 + \text{SNR}) \text{ b/s} \quad (1.1)$$

Ở đó B là độ rộng băng tần kênh truyền, SNR là tỷ số công suất tín hiệu trên công suất ồn và C chính là *giới hạn trên* đối với tốc độ truyền tin cậy tính bằng bit/giây. Công thức này cho thấy có sự *chuyển đổi* giữa B và SNR. Đồng thời cả 3 yếu tố: công suất, độ rộng băng tần và ồn kênh cùng tham gia quy định mức độ “nhanh” của truyền tin như đã nói ở đầu. Đây là công thức rất điển hình (do Shannon tìm ra từ năm 1948) đặc trưng cho một hệ thống truyền tin số (cơ sở lý thuyết của công thức này sẽ được nghiên cứu trong chương 8).

1.3. Kênh truyền tin

Kênh truyền tin ta nói đến ở đây là môi trường vật lý để truyền sóng điện từ mang tin. Đây là vấn đề trung tâm của một hệ truyền tin, kênh xác định dung lượng truyền thông tin của hệ cũng như chất lượng dịch vụ truyền tin.

Có sáu loại kênh tiêu biểu trên thực tế: Kênh điện thoại truyền thống – Cáp đồng trục – Sợi quang – Kênh viba – Kênh vô tuyến di động – Kênh vệ tinh.

Kênh điện thoại truyền thống: Là đường truyền tín hiệu điện, gồm một cặp dây đồng xoắn, một dây tham chiếu đất, nên nhiều nếu có tác động lên cả hai dây thì tín hiệu vì phân lại không sao. Khi nhiều cặp dây như vậy xoắn trong một cáp lớn sẽ làm giảm nhiễu xuyên chéo. Đường truyền này tuyến tính, *băng giới hạn*, thích hợp cho truyền tiếng nói tương tự băng cơ sở hoặc thông dải (độ rộng từ 300–3100Hz). Đường có tỷ số tín/ồn cao ~30dB, có thể truyền với tốc độ 1Mbits trên khoảng cách <100m. Khi dùng các bộ điều khiển đường dây và mạch thu tinh vi hơn có thể đạt tới 10Mbits/100m trên cặp dây xoắn không bọc UTP (unshielded twisted pairs) là loại được dùng phổ biến hiện nay. Kênh truyền này có đáp ứng độ lớn theo tần số bằng phẳng, nếu không chú ý đến đáp ứng pha theo tần số (do tai người không nhạy với trễ pha), song khi truyền ảnh hay dữ liệu thì phải chú ý đến điều này và cần dùng bộ cân bằng thích nghi kết hợp với phương pháp điều chế có hiệu suất phổ cao.

Cáp đồng trục: Hạn chế của cặp dây xoắn là dung kháng và hiệu ứng lớp vỏ. Khi tốc độ bit tăng, dòng qua dây có xu hướng chỉ chạy trên bề mặt mà không qua lõi nên tăng trở kháng và suy giảm nhanh. Cáp đồng trục khắc phục nhược điểm này, nó gồm sợi dẫn ở trung tâm và cách điện với vỏ xung quanh; vỏ cũng là vật liệu dẫn điện. Cáp đồng trục có hai ưu điểm lớn là *độ rộng băng tần lớn* và chống được *can nhiễu từ bên ngoài* đồng thời ít bị mất mát do bức xạ. Cáp đồng trục cũng có thể dùng cho truyền dẫn tín hiệu băng cơ sở hay tín hiệu điều chế sóng mang. Thông thường loại này cho phép truyền với tốc độ 10Mbits/vài trăm mét và xa hơn khi có dùng sóng mang. Ở tốc độ khoảng 274Mbit/s, cáp đồng trục cần những bộ phát lặp trên quãng cách 1km như đối với truyền hình cáp.

Sợi quang: Gồm lõi là thủy tinh, lớp vỏ xung quanh cũng là thủy tinh đồng tâm có chỉ số khúc xạ nhỏ hơn một chút. Tính chất cơ bản của sợi quang là khi tia sáng đi từ môi

trường có chỉ số khúc xạ cao sang môi trường có chỉ số khúc xạ thấp thì sẽ bị uốn về phía môi trường chỉ số khúc xạ cao, nên xung ánh sáng được “dẫn đi” trong sợi quang. Sợi quang là *vật liệu cách điện*, chỉ truyền dẫn ánh sáng. Dùng tần số mang ánh sáng cỡ 2×10^{14} Hz sẽ cho độ rộng băng tần cỡ 10% = 2×10^{13} Hz tùy theo đó là sợi đơn mode hay đa mode. Mất mát trong sợi quang nhỏ: 0,2dB/km và không chịu ảnh hưởng của giao thoa sóng điện từ (vì có bản chất ống dẫn tĩnh điện).

Trong môi trường truyền dẫn là không khí hoặc chân không, sóng điện từ truyền trong một số loại kênh sau:

Kênh vi ba: Hoạt động ở dải tần 1–30GHz cho hai anten nhìn thấy nhau. Anten phải đặt trên tháp đủ cao, điều kiện kênh có thể coi là tĩnh, kênh truyền này tin cậy. Tuy nhiên khi điều kiện khí tượng thay đổi có thể làm giảm cấp chất lượng đường truyền.

Kênh di động: Đây là kênh kết nối với người dùng di động. Kênh có tính chất tuyến tính *thay đổi theo thời gian* cùng hiệu ứng *đa đường* gây nên sự đồng pha, hoặc ngược pha của các tín hiệu thành phần làm tín hiệu tổng cộng thăng giáng (fading). Đây là loại kênh phức tạp nhất trong truyền thông vô tuyến.

Kênh vệ tinh: Với vệ tinh địa tĩnh ở độ cao gần 40 nghìn km, tần số thường dùng cho phát lên là 6GHz và cho phát xuống là 4GHz. Độ rộng băng tần của kênh truyền lớn cỡ 500MHz chia thành các dải do 12 bộ phát đáp trong vệ tinh đảm nhiệm, mỗi bộ phát đáp dùng 36MHz truyền được ít nhất một chương trình truyền hình màu, 1200 mạch thoại, tốc độ dữ liệu ít nhất 50Mbit/s.

Ngoài cách phân loại cụ thể trên có thể phân loại kênh truyền theo tính chất như sau:

- Kênh tuyến tính hay phi tuyến: Kênh điện thoại truyền thống là tuyến tính trong khi kênh vệ tinh thường là phi tuyến (nhưng không phải luôn luôn như vậy).
- Kênh bất biến hay thay đổi theo thời gian: Sợi quang bất biến trong khi kênh di động là thay đổi theo thời gian.
- Kênh băng tần giới hạn hay công suất giới hạn: Đường điện thoại là kênh băng tần giới hạn trong khi cáp quang và vệ tinh là công suất giới hạn.

1.4. Tín hiệu băng cơ sở và tín hiệu băng thông dải

Thuật ngữ băng cơ sở chỉ miền tần số của *tín hiệu bản tin* và thường đó là tín hiệu băng thông thấp. Tín hiệu băng cơ sở có thể ở dạng số hay tương tự.

Đối với tín hiệu tương tự: cả thời gian và biên độ là liên tục.

Đối với tín hiệu số là tín hiệu rời rạc về thời gian và mức biên độ số dạng sóng là hữu hạn (ví dụ lỗi ra của máy tính có thể coi là tín hiệu số băng cơ sở).

Để truyền dẫn, tín hiệu bản tin phải được chuyển thành *tín hiệu phát* có tính chất *phù hợp với kênh truyền*.

Trong truyền dẫn băng cơ sở: Băng tần kênh hỗ trợ phù hợp với băng tần tín hiệu bản tin, nên có thể truyền trực tiếp tín hiệu bản tin.

Trong truyền dẫn băng thông dải: Băng tần của kênh có tần số trung tâm lớn hơn nhiều

tần số cao nhất của tín hiệu bản tin. Khi đó tín hiệu được phát đi là tín hiệu băng thông dải (phù hợp với kênh truyền) mang thông tin của tín hiệu bản tin. Việc tạo ra tín hiệu băng thông dải này gọi là *điều chế*. Khi nghiên cứu tín hiệu băng thông dải, thường người ta dùng phương pháp đưa về tín hiệu băng cơ sở tương đương (xem phụ lục A).

Liên hệ nghịch đảo giữa thời gian và tần số của tín hiệu:

Theo những tính chất của biến đổi Fourier trong lý thuyết xử lý tín hiệu có thể rút ra những tính chất căn bản sau:

- Mô tả miền thời gian của một tín hiệu thay đổi có chiều ngược với mô tả miền tần số của tín hiệu: ví dụ chu kỳ của tín hiệu tăng thì tần số của nó giảm, xung càng hẹp thì phổ càng rộng...

- Nếu tín hiệu là giới hạn trên miền tần số, thì mô tả trên miền thời gian sẽ là vô hạn dù biên độ của nó ngày càng nhỏ (xung sinc(t) là một ví dụ). Ngược lại nếu tín hiệu bị giới hạn trong miền thời gian thì phổ của nó rộng vô cùng (chú ý là không có tín hiệu đồng thời giới hạn cả về tần số lẫn thời gian song lại có thể có tín hiệu vô hạn cả về tần số lẫn thời gian).

1.5. Chú thích lịch sử

1. Mã nhị phân

Đây là mã cơ sở cho truyền tin số, xuất hiện từ thế kỷ XVII với những công trình của Francis Bacon. Ông đã dùng tổ hợp 5 chữ (mỗi chữ hai trạng thái khác nhau) để biểu diễn 24 chữ cái nhằm bảo mật bản tin.

- Năm 1641, John Wilkins dùng phối hợp 2, 3, 5 chữ để biểu diễn chữ cái làm từ mã trung bình ngắn hơn.

- Năm 1703, Leibnitz lần đầu tiên trong lịch sử đã sử dụng 0 và 1 cho mã nhị phân.

2. Điện tín (Telegraf)

- Năm 1837, Samuel Morse lần đầu tiên đề xuất telegraf.

- Năm 1844, truyền từ "chúa đã làm gì" (What hath God wrought) qua telegraf, mở ra cuộc cách mạng truyền thông thời gian thực ở cự ly xa. Đây chính là kiểu truyền thông số đầu tiên dùng hai ký hiệu chấm và gạch (xung ngắn và xung dài, có độ dài từ thay đổi).

- Năm 1875, Emile Baudot đề xướng độ dài mã cố định (gồm 5 phần tử mã).

3. Điện thoại

- Năm 1884, điện thoại đã được đề xướng bởi Alexander Graham Bell. Phiên bản đầu tiên truyền tiếng nói rất yếu và chỉ ở cự ly ngắn, sau đó được cải tiến trong những năm 1877–1890 có thể truyền đến hàng nghìn km.

- Năm 1897, Strowge đề xướng chuyển mạch tự động.

- Với sự phát minh transistor 1948 hệ thống tổng đài lập trình sẵn đã được chế tạo năm 1958. Điện thoại thương mại với chuyển mạch số xuất hiện từ 1960.

- Năm 1937, Alec Reves phát minh ra điều chế xung mã để mã hoá tiếng nói (kỹ thuật này đã được phát triển trong chiến tranh thế giới lần thứ 2 để bảo mật tiếng nói).

– Năm 1945, DeLorraine phát minh ra kỹ thuật hợp kênh theo thời gian. Được ứng dụng trong mạng điện thoại quân sự.

– Năm 1950, khái niệm truyền số và chuyển mạch số được đề xướng.

– Năm 1974, mở rộng mạng điện thoại số, và mạng băng rộng ISDN.

4. Radio

– Năm 1984, Maxwell nêu lý thuyết điện từ của ánh sáng và dự đoán sự tồn tại của sóng radio.

– Năm 1901, Marconi thực hiện thu phát tín hiệu radio xa nhau 1700 dặm (~2700km).

– Kỹ thuật điều chế số sử dụng cho viba lần đầu ở Pháp năm 1930 sau đó mãi đến 1970 kỹ thuật số mới được quan tâm lại.

5. Thông tin vệ tinh

– Năm 1945, Arthur C. Clarke đề xuất ý tưởng dùng vệ tinh như trạm chuyển tiếp hai trạm mặt đất.

– Năm 1957, Vệ tinh Sputnik của Nga đã phát tín hiệu 21 ngày.

– Năm 1958, Mỹ phóng tàu thám hiểm phát tín hiệu kéo dài trong 5 tháng.

– Năm 1962, Vệ tinh Telstar (do phòng thí nghiệm Bell chế tạo theo công trình của John R. Pierce) chuyển tiếp được chương trình TV qua Đại Tây Dương (dùng bộ thu maser và anten lớn).

– Năm 1964, INTERSAT thành lập, phóng vệ tinh địa tĩnh (INTERSAT 1 dung lượng 240 kênh thoại và 1 kênh TV) 1965 và trong 7 năm tiếp theo 4 thế hệ vệ tinh thương mại được phóng tiếp có 6000 kênh thoại và 12 kênh TV (INTERSAT 4). INTERSAT 5 dùng TDMA.

6. Thông tin quang

– Năm 1966, Kao và Hockham đề nghị dùng sợi thủy tinh làm ống dẫn sóng.

– Laser được phát minh từ 1959 và 1960. 1970 Kapron Keck đã chế tạo được sợi pha silic cho suy giảm truyền dẫn ánh sáng 20dB/km. Hiện nay chỉ còn 0,2dB/km.

7. Truyền thông máy tính

– Từ năm 1950 đã có thể liên lạc cự ly xa đầu tiên dùng kênh điện thoại với tốc độ 300–1200b/s.

Hiện nay tốc độ đã nâng lên rất nhiều do nhiều đóng góp trong đó có kỹ thuật cân bằng thích nghi (Lucky 1965) và kỹ thuật điều chế với hiệu suất phổ cao.

– Một ý tưởng khác là tự động yêu cầu phát lại (ARQ) do Durent đề nghị trong chiến tranh II và được công bố vào năm 1946.

– Từ năm 1950–1970 các mạng máy tính được phát triển mạnh, trong đó ảnh hưởng quan trọng là mạng ARPANET (được tài trợ của Bộ Quốc phòng Mỹ với chuyển mạch gói. Đây là một ví dụ điển hình của mạng điểm–điểm, thu nhận, giữ và truyền).

– Một mạng truyền gói khác là mạng đa truy cập đơn chặng (single-hop) được minh họa là mạng ALOHA do Abramson đề xướng từ năm 1970.

– Loại thứ 3 tổ hợp cả 3 loại trên đa chặng (Multiple-hop). Ví dụ về loại này là mạng radio gói PRNET (được tài trợ bởi ARPA).

8. Lý thuyết

– Năm 1928, Harry Nyquist công bố các bài báo về lý thuyết truyền tín hiệu trên điện tín (telegraf). Đặc biệt là phát triển lý thuyết thu chính xác tín hiệu telegraf trên kênh phân tán, có ồn.

– Năm 1943, North đề xuất bộ lọc phù hợp cho tách tối ưu tín hiệu trên nền ồn. Lý thuyết tách dựa trên lý thuyết quyết định thống kê được phát triển bởi Neyman và Person (1930).

– Một lĩnh vực quan trọng khác là lý thuyết ước lượng có đóng góp quan trọng của Fisher năm 1920. Đặc biệt ông đã đưa ra khái niệm về ước lượng hợp lý nhất.

– Trong những năm 1930–1940, ước lượng bình phương trung bình tối thiểu đã được nghiên cứu đồng thời bởi Norbert Wiener (Mỹ) và Kolmogorov (Nga). Wiener đã công thức hoá vấn đề dự đoán tuyến tính thời gian liên tục và rút ra công thức hiện cho dự đoán tối ưu (năm 1942). Ông cũng xét vấn đề lọc khi quá trình có ồn trắng. Công thức ước lượng tối ưu đòi hỏi phải giải phương trình tích phân Wiener–Hopf. Kolmogorov đã phát triển vấn đề này trong quá trình ngẫu nhiên rời rạc (năm 1939).

– Năm 1947, lý thuyết biểu diễn hình học tín hiệu phát triển bởi Kotelnicov (luận văn tiến sỹ trước Hội đồng Hàn lâm Viện Năng lượng Moscow).

– Năm 1948, cơ sở lý thuyết truyền thông số tương đối hoàn chỉnh được Claude Shannon trình bày trong các bài báo về lý thuyết toán cho truyền thông.

Truyền tin số có thể thực hiện trên băng cơ sở (baseband) hay trên băng thông dải (passband) tùy theo *tính chất của kênh truyền* và nhu cầu sử dụng.

Xung biểu diễn dữ liệu số (tín hiệu bản tin) tuy có phổ rộng song thành phần tần thấp lớn (thể hiện ở phổ mã nguồn) nên truyền tin số băng cơ sở đòi hỏi *kênh thông-thấp* với độ rộng đủ để cho qua các tần số căn bản của tín hiệu tin (cáp đồng trục hay sợi quang đáp ứng yêu cầu này). Do kênh trong thực tế có băng tần giới hạn nên mỗi xung sau khi qua kênh sẽ kéo dài đuôi ảnh hưởng đến xung bên cạnh (ISI) gây nên lỗi bit. Để khắc phục điều này cần phải *tạo dạng xung* một cách thích hợp.

Một nguồn gây lỗi khác là *ôn kênh* cùng với ISI tác động đồng thời lên tín hiệu. Để hiểu rõ mức độ ảnh hưởng của mỗi loại nguồn gây lỗi này ta sẽ xem xét tách biệt hai quá trình gây lỗi. Trước hết ta xem xét cách tạo tín hiệu băng cơ sở từ bản tin số (trong giáo trình này ta coi là đã có bản tin số (bản tin nguồn), và ta chỉ nghiên cứu cách biến nó thành tín hiệu để truyền đi).

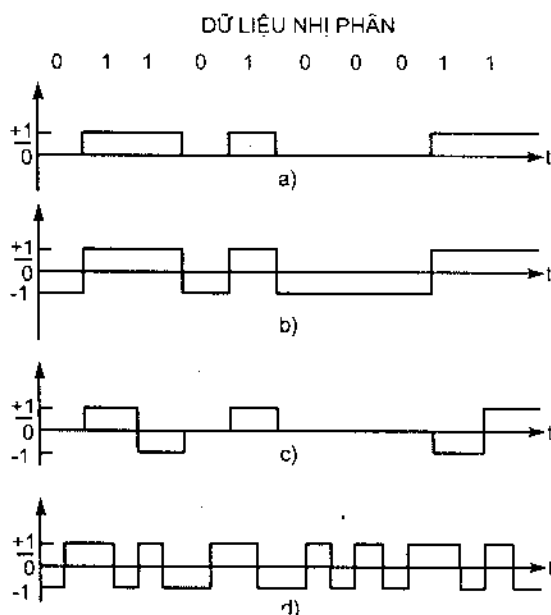
2.1. Tín hiệu PAM rời rạc

Dùng một dạng sóng thích hợp *băng tần cơ sở* để biểu diễn bản tin số là vấn đề đầu tiên của việc truyền dữ liệu từ nguồn đến đích.

Trên hình 2.1 nêu ra 4 loại biểu diễn dãy nhị phân 0110100011.

– Loại đơn cực (on-off): Khi dữ liệu là 1 sẽ biểu diễn là một xung dương, dữ liệu là 0 sẽ không có xung. Nếu xung chiếm đủ độ dài ký hiệu ta gọi là NRZ (non return zero), còn nếu chiếm chỉ một phần độ dài ký hiệu (thường là một nửa) thì gọi là RZ (return zero). Cách biểu diễn này thực hiện đơn giản song tín hiệu chứa thành phần một chiều (viết tắt là dc) lớn.

– Loại cực: Xung dương diễn tả 1, xung âm diễn tả 0, tương tự loại này cũng có thể phân thành NRZ và RZ. Khác với biểu



Hình 2.1. Các dạng dữ liệu nhị phân:
a) Đơn cực không trở về không (NRZ); b) Dạng cực NRZ; c) Dạng lưỡng cực NRZ; d) Dạng Manchester

diễn đơn cực, loại này tính trung bình không chứa dc (cho rằng phân bố 1 và 0 như nhau), song mật độ phổ công suất vẫn có thành phần một chiều lớn khi có nhiều bit 1 hoặc 0 đi liền nhau.

– Loại lưỡng cực (hay còn gọi là báo hiệu giả hai mức): xung dương và âm dùng luân phiên để truyền 1. Trong khi dữ liệu 0 thì không có xung nào truyền đi cả. Đặc tính hấp dẫn của loại này là không có dc cho dù dữ liệu có nhiều 0 hay 1 liền nhau (tính chất này không có với hai loại trên, và cho phép các bộ lặp dùng biến thế). Ngoài ra loại này cho phép phát hiện lỗi cục bộ. Do đó loại lưỡng cực được chấp nhận dùng cho đường truyền T1 ở điện thoại số.

– Loại Manchester (báo hiệu bằng cơ sở nhị phân): Với 1 thì phát xung dương 1/2 độ dài ký hiệu, 1/2 còn lại phát xung âm. Với 0 thì các xung trên đảo cực (loại này cũng không có dc). Kiểu NRZ của đơn cực, cực và lưỡng cực đều chiếm ít băng, tuy nhiên chúng không cho khả năng đồng bộ tốt. Ngược lại Manchester luôn có khả năng đồng bộ nội tại (vì có sự chuyển trạng thái trong mỗi khoảng bit). Song giá phải trả là chiếm độ rộng băng tần hai lần cao hơn.

Độ rộng băng tần có thể tiết kiệm khi dùng biểu diễn kiểu tín hiệu M mức. Ví dụ loại cực 4 mức của NRZ (áp dụng cho 1 cặp bit gọi là dibit) biểu diễn trên hình 2.2 với quy ước mức:

Mức	Mã tự nhiên	Mã Gray
-3	00	00
-1	01	01
+1	10	11
+3	11	10

Ở đó mã Gray là loại mã được sắp xếp sao cho các mức cạnh nhau khác nhau chỉ một bit và được cấu tạo từ mã tự nhiên như sau: Nếu b_k ký hiệu bit thứ k trong mã tự nhiên thì bit thứ k trong mã Gray là:

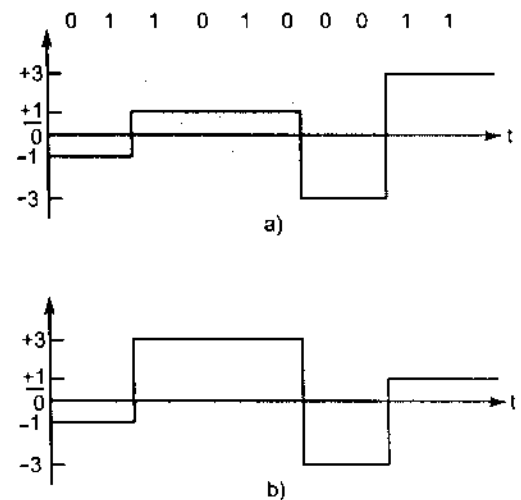
$$g_k = \begin{cases} b_k & k = N \\ b_k \oplus b_{k+1} & k = 1, 2, \dots, N-1 \end{cases} \quad (2.1)$$

Với N là bit có trọng số lớn nhất.

Hoặc kiểu mã vị sai (cũng hay được dùng đến sau này) coi bit đầu có dạng xung tùy ý thì nếu bit tiếp theo là 0 tín hiệu chuyển trạng thái sang xung khác, nếu bit tiếp theo là 1 thì dạng xung giữ nguyên.

2.2. Phổ công suất của tín hiệu PAM rời rạc mức hữu hạn

Các dạng tín hiệu trên (hình 2.1, 2.2) đều là các dạng riêng của chuỗi xung điều chế biên độ (PAM) rời rạc (rời rạc ở đây theo nghĩa rời rạc về mặt biên độ):



Hình 2.2. Dạng cực 4 mức:
a) Theo mã tự nhiên; b) Theo mã Gray

$$X(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k v(t - kT) \quad (2.2)$$

Ở đó A_k là biến ngẫu nhiên giá trị rời rạc, $v(t)$ là dạng xung cơ sở (có $v(0) = 1$). T là chu kỳ ký hiệu. Tốc độ dữ liệu bit sẽ là $R_b = 1/T_b$. Tốc độ điều chế là tốc độ thay đổi mức tín hiệu tùy theo cách biểu diễn dữ liệu gọi là tốc độ bauds tính bằng số ký hiệu/giây. Với điều chế M mức:

$$T = T_b \log_2 M \quad (2.3)$$

Để xác định phổ công suất của các kiểu biểu diễn dữ liệu, trước tiên ta tính hàm tự tương quan trung bình theo thời gian của chuỗi xung:

$$R_A(n) = E[A_k A_{k-n}] \quad (2.4)$$

Từ đây theo tính chất của biến đổi Fourier, mật độ phổ công suất của tín hiệu PAM rời rạc được tính là:

$$S_x(f) = \frac{1}{T} |V(f)|^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_A(n) \exp(-j2\pi n f T) \quad (2.5)$$

Với $V(f)$ là biến đổi Fourier của $v(t)$. Giá trị của $V(f)$ và $R_A(n)$ phụ thuộc loại PAM rời rạc cụ thể. Sau đây là những tính toán cho 4 loại tín hiệu nói trên:

1. Dạng đơn cực NRZ

Coi xác suất bit nguồn là bằng nhau giữa 0 và 1:

$$P(A_k = 0) = P(A_k = a) = 1/2 \quad (2.6)$$

Vì vậy với $n = 0$ ta có thể viết:

$$E[A_k^2] = (0)^2 P(A_k = 0) + (a)^2 P(A_k = a) = a^2/2 \quad (2.7)$$

Xét các tích $A_k A_{k-n}$ với $n \neq 0$. Tích này có 4 kết quả có thể là 0, 0, 0, a^2 . Giả sử các ký hiệu nhị phân là độc lập, 4 giá trị trên có xác suất bằng nhau là 1/4:

$$E[A_k A_{k-n}] = 3(0)(1/4) + a^2(1/4) = a^2/4 \quad (2.8)$$

Hay

$$R_A(n) = \begin{cases} a^2/2 & n = 0 \\ a^2/4 & n \neq 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

Với dạng xung chữ nhật biên độ đơn vị, độ dài T_b ta có $V(f) = T_b \text{sinc}(fT_b)$.

Ở đó hàm $\text{sinc}(\cdot)$ được định nghĩa là hàm:

$$\text{sinc}(\lambda) = \frac{\sin(\pi\lambda)}{\pi\lambda} \quad (2.10)$$

Thay vào (2.5) ta có:

$$S_x(f) = \frac{a^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(fT_b) + \frac{a^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(fT_b) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-j2\pi n f T_b) \quad (2.11)$$

$$\text{Dùng công thức Poisson } \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-j2\pi n f T_b) = \frac{1}{T_b} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{m}{T_b}\right) \quad (2.12)$$

$$\text{Ta được: } S_x(f) = \frac{a^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(fT_b) + \frac{a^2}{4} \delta(f) \quad (2.13)$$

2. Dạng cực NRZ

Quy trình tính tương tự như trên với:

$$R_A(n) = \begin{cases} a^2 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

Xung cơ bản ở dạng cực giống như dạng đơn cực nên:

$$S_X(f) = a^2 T_b \operatorname{sinc}(fT_b) \quad (2.15)$$

Dạng chuẩn hoá của các hàm này cho trên hình 2.3.

3. Dạng lưỡng cực NRZ

Vẫn coi nguồn có dữ liệu 0 và 1 cân bằng, đồng thời một nửa 1 cho xung dương, một nửa 1 cho xung âm.

$$\text{Ta có: } P(A_k = a) = 1/4; P(A_k = 0) = 1/2; P(A_k = -a) = 1/4 \quad (2.16)$$

Đối với $n = 0$

$$E[A_k^2] = (a)^2 P(A_k = a) + (0)^2 P(A_k = 0) + (-a)^2 P(A_k = -a) = a^2/2 \quad (2.17)$$

Đối với $n = 1$ các dãy $A_{k-1}A_k$ có thể có các cặp (0,0)(0,1)(1,0)(1,1). Giá trị tích của 2 bit liên tiếp này là 0, 0, 0, $-a^2$ nên $E[A_k^2] = 3 \cdot (0)(1/4) + (-a)^2(1/4) = -a^2/4$

Với $n > 1$ ta luôn có $E[A_k, A_{k-n}] = 0$

Nên:

$$R_A(n) = \begin{cases} a^2/2 & n = 0 \\ -a^2/4 & n = \pm 1 \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (2.18)$$

Phổ công suất của lưỡng cực NRZ sẽ là:

$$\begin{aligned} S_X(f) &= T_b \operatorname{sinc}^2(fT_b) \left[\frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4} (\exp(j2\pi fT_b) + \exp(-j2\pi fT_b)) \right] \\ &= \frac{a^2 T_b}{2} \operatorname{sinc}^2(fT_b) [1 - \cos(2\pi fT_b)] = a^2 T_b \operatorname{sinc}^2(fT_b) \sin^2(\pi fT_b) \end{aligned} \quad (2.19)$$

4. Dạng Manchester

Hàm tự tương quan $R_A(n)$ giống như dạng cực NRZ. Xung cơ bản $v(t)$ là xung kép biên độ bằng 1 và độ dài T_b do đó:

$$V(f) = jT_b \operatorname{sinc}\left(\frac{fT_b}{2}\right) \sin\left(\frac{fT_b}{2}\right) \quad (2.20)$$

Thay vào tính ta có:

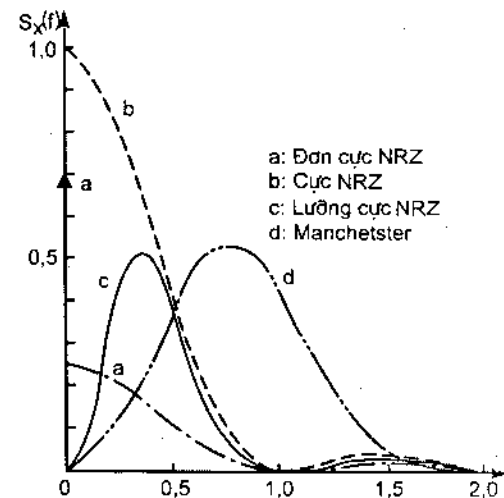
$$S_X(f) = a^2 T_b \operatorname{sinc}^2\left(\frac{fT_b}{2}\right) \sin^2\left(\frac{fT_b}{2}\right) \quad (2.21)$$

Nhận xét:

Từ bản tin chuyển thành tín hiệu bằng cơ sở để truyền đi phải hướng đến những yêu cầu sau:

- Tín hiệu không chứa thành phần một chiều để dễ dàng phát chuyển tiếp;
- Phổ tần của tín hiệu hẹp để chiếm chỗ trên đường truyền ít;
- Công suất phát phải tiết kiệm;
- Tín hiệu phải dễ đồng bộ tại nơi thu.

Những yêu cầu thường hay mâu thuẫn nhau nên phụ thuộc yêu cầu thiết kế ban đầu. Nếu coi trọng đồng bộ có thể chọn Manchester, nếu tiết kiệm băng tần được đề cao thì chọn lưỡng cực. Trên thực tế người ta còn dùng nhiều loại mã khác như HDB3, 2B1Q...



Hình 2.3. Phổ công suất của các dạng dữ liệu nhị phân khác nhau

2.3. Can nhiễu giữa các ký hiệu (ISI)

Nguồn gây lỗi đầu tiên trong hệ thống truyền tin băng cơ sở là nhiễu giữa các ký hiệu (InterSymbol Interference, ISI), xuất hiện khi kênh có *độ rộng băng tần giới hạn* (còn gọi là *kênh phân tán thời gian*). Trước hết ta trả lời câu hỏi:

Cho trước một dạng xung cơ bản, làm thế nào sử dụng nó để truyền dữ liệu số theo kiểu M mức. Câu trả lời là dùng *điều chế xung rời rạc*, trong đó có thể điều chế theo *biên độ (PAM)*, theo *độ rộng (PWM)*, hoặc theo *vị trí (PPM)* của xung truyền. Các tính chất biên độ, độ kéo dài hay vị trí của xung thay đổi rời rạc theo dòng dữ liệu đã cho. Tuy nhiên đối với truyền tin số băng cơ sở việc dùng *điều chế biên độ xung rời rạc (PAM)* có hiệu quả cả về công suất và băng tần. Nên sau đây ta chỉ xem xét kỹ thuật điều chế này.

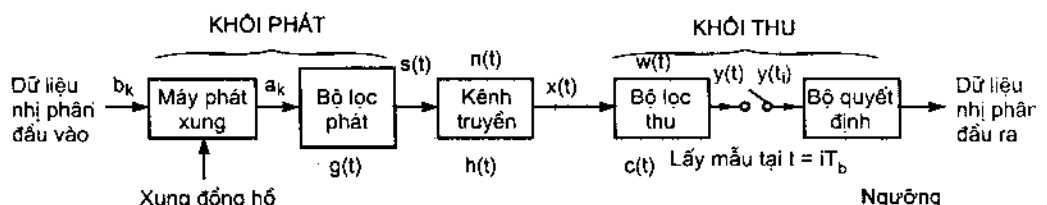
Để đơn giản xét hệ PAM *nhị phân* có biên độ báo hiệu dạng cực:

$$a_k = \begin{cases} +1 & \text{nếu } b_k = 1 \\ -1 & \text{nếu } b_k = 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

Dãy các xung này cấp lên bộ lọc phát có đáp ứng xung là $g(t)$ sẽ tạo nên tín hiệu (hình 2.4):

$$s(t) = \sum_k a_k g(t - kT_b) \quad (2.23)$$

$s(t)$ tiếp đó là đi qua kênh $h(t)$ có cộng thêm ồn $w(t)$ tín hiệu sẽ là $x(t)$. Bản thân $x(t)$ lại đi qua bộ lọc thu cho lỗi ra $y(t)$. Lỗi ra này được lấy mẫu đồng bộ với bộ phát (thời điểm lấy mẫu gọi là xung nhịp, xung nhịp này thường được tách từ lỗi ra của bộ lọc thu).



Hình 2.4. Hệ thống truyền dữ liệu nhị phân băng cơ sở

Cuối cùng các mẫu này được quyết định (so với ngưỡng) để tạo lại dãy dữ liệu ban đầu. Lỗi ra bộ lọc thu có thể viết:

$$y(t) = \mu \sum_k a_k p(t - kT_b) + n(t) \quad (2.24)$$

μ : hệ số co giãn thang đo.

Chính xác thì một lượng nhỏ trễ thời gian t_0 cần được bổ sung thêm vào tham số của xung $p(t - T_b)$, song để đơn giản ta coi trễ này bằng không mà không mất tính tổng quát.

Đổi chiếu các biểu thức trên ta có:

$$\mu p(t) = g(t) * h(t) * c(t). \quad (2.25)$$

Giả sử $p(t)$ được chuẩn hoá bằng cách đặt $p(0) = 1$

Chuyển sang vùng tần số:

$$\mu P(f) = G(f)H(f)C(f) \quad (2.26)$$

$n(t)$ là lỗi ra của ồn lỗi vào $w(t)$. Khi lấy mẫu $y(t)$ tại $t_i = iT_b$ ta có:

$$y(t_i) = \mu \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k p[(i - k)T_b] + n(t_i) = \mu a_i + \mu \sum_{i \neq k=-\infty}^{\infty} a_k p[(i - k)T_b] + n(t_i) \quad (2.27)$$

Số hạng đầu biểu diễn bit thứ i được truyền, số hạng thứ hai biểu diễn phản ảnh hưởng của các bit khác lên bit i (ISI), phần cuối biểu diễn ồn. Nếu không có ISI thì:

$$y(t_i) = \mu a_i + n(t_i) \quad (\text{nghĩa trình bày ở phần trước}) \quad (2.28)$$

Nhiệm vụ của bộ lọc phát và lọc thu là phải giảm thiểu hiệu ứng ồn và hiệu ứng ISI.

Khi tỷ số tín hiệu/ồn là cao (như trường hợp hệ thống điện thoại) có thể bỏ qua $n(t_i)$ và chú ý của chúng ta tập trung vào kỹ thuật điều khiển ISI.

Nhận xét:

Vấn đề ISI luôn tồn tại trong kênh băng tần hữu hạn (vì nó cắt bớt tần số cao trong xung tín hiệu) làm các xung cạnh nhau ảnh hưởng lên nhau. Với kỹ thuật truyền tin số, điều này có thể được giải quyết "hoàn hảo" nếu tại "thời điểm" lấy mẫu 1 ký hiệu, ảnh hưởng của các ký hiệu lân cận bằng không, hoặc nếu khác không thì phải xác định được giá trị ảnh hưởng là bao nhiêu. Điều này liên quan đến tạo dạng xung $p(t)$ để theo đó ISI bị loại trừ.

2.4. Tiêu chuẩn Nyquist cho truyền tin băng cơ sở

Tiêu chuẩn này làm cho ISI là không. Thông thường hàm truyền của kênh và dạng xung của tín hiệu ban đầu là được xác định trước, vấn đề tiếp đó là xác định hàm truyền của bộ lọc phát và lọc thu thế nào để tạo lại được dãy dữ liệu nhị phân $\{b_k\}$ được chính xác. Việc tách các mẫu tại $t = iT_b$, việc giải mã đúng đặt yêu cầu không có đóng góp của các xung lân cận thông qua số hạng $a_k p(iT_b - kT_b)$ với $k \neq i$ (tức là không có ISI hay ISI bằng không), điều này yêu cầu ta phải có được xung $p(t)$ sao cho

$$p(iT_b - kT_b) = \begin{cases} 1 & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases} \quad (2.29)$$

Lúc đó thì $y(t_i) = \mu a_i$

Đây chính là điều kiện *thu hoàn hảo khi không có ồn*. Phân tích điều kiện này bằng cách chuyển sang vùng tần số: Theo lý thuyết xử lý tín hiệu, phổ của mẫu tín hiệu là chồng chập các phiên bản dịch của phổ của tín hiệu ($p(t)$) nhân với nhân tử tỷ lệ $1/T_b$. Các bước dịch là bội lần của tốc độ lấy mẫu:

$$P_s(f) = R_b \sum_{n=-\infty}^{\infty} P(f - nR_b) \quad (2.30)$$

Ở đó $R_b = 1/T_b$ là tốc độ bit trên giây.

Mặt khác $P_s(f)$ cũng có thể biểu diễn là biến đổi Fourier của dãy vô hạn các xung delta lặp lại với chu kỳ T_b , với trọng số là mẫu của $p(t)$ (hình 2.5):

$$P_s(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [p(mT_b)\delta(t - mT_b)] \exp(-j2\pi ft) dt \quad (2.31)$$

Đặt $m = i - k$ (khi $i = k$, $m = 0$; khi $i \neq k$, $m \neq 0$) và dựa trên điều kiện lấy mẫu không có ISI của $p(t)$ ta có:

$$P_s(f) = \int_{-\infty}^{\infty} p(0)\delta(t) \exp(-j2\pi ft) dt = p(0) = 1 \quad (2.32)$$

Kết hợp (2.31 và 2.32), điều kiện ISI bằng không sẽ là:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} P(f - nR_b) = T_b \quad (2.33)$$

Tức là tổng $P(f)$ với các phiên bản dịch của nó là hằng số. Chú ý là $P(f)$ là phổ của tín hiệu sau cùng sau khi đi qua hệ thống gồm: *bộ lọc phát, kênh truyền và lọc thu*.

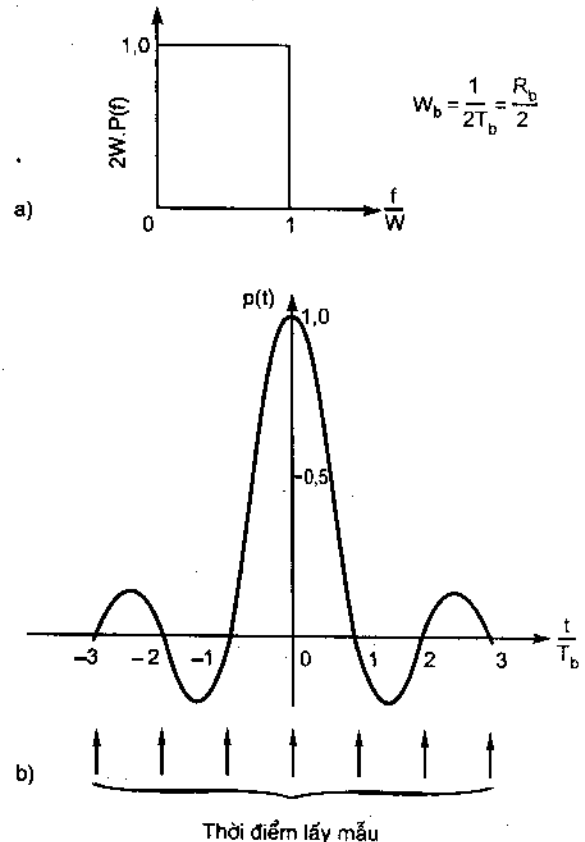
1. Nghiệm lý tưởng

Cách đơn giản nhất thoả mãn điều kiện ISI bằng không nói trên là hàm $P(f)$ có dạng chữ nhật:

$$P(f) = \begin{cases} \frac{1}{2W} & -W < f < W \\ 0 & |f| > W \end{cases} = \frac{1}{2W} \text{rect}\left(\frac{f}{2W}\right) \quad (2.34)$$

Ở đó W là độ rộng phổ của xung tín hiệu và cũng là yêu cầu để truyền xung với tốc độ xác định bởi: $R_b = 2W$ (dễ dàng thấy rằng tổng phổ này và các phiên bản dịch của nó, tức là các phổ đặt cạnh nhau liên tiếp sẽ cho tổng là hằng số).

Dạng sóng của xung truyền sẽ là hàm sinc(.):



Hình 2.5. a) Đáp ứng tần số (theo biên độ) lý tưởng;
b) Dạng xung cơ sở lý tưởng

$$p(t) = \frac{\sin(2\pi Wt)}{2\pi Wt} = \text{sinc}(2Wt) \quad (2.35)$$

Giá trị đặc biệt của tốc độ bit $R_b = 2W$ gọi là tốc độ Nyquist, W gọi là độ rộng băng Nyquist. Hệ truyền xung băng cơ sở mô tả như trên gọi là hệ có kênh Nyquist lý tưởng.

Tuy nhiên dạng xung sinc không thực tế (xuất phát từ $-\infty$) đồng thời $p(t)$ giảm chậm theo $1/|t|$ khi $|t|$ tăng (sự giảm chậm này gây ảnh hưởng lên nhiều xung lân cận) nếu có lỗi đồng hồ (lỗi lấy mẫu). Khi đó các phần cộng vào thêm của các xung lân cận vào mẫu chính có thể tạo thành chuỗi phân kỳ gây nên lỗi lớn.

2. Nghiệm thực tế

Phổ cosin tăng

Chúng ta có thể khắc phục những nhược điểm của kênh Nyquist lý tưởng bằng cách mở rộng độ rộng băng tần kênh từ giá trị tối thiểu $W = R_b/2$ đến một giá trị thích hợp giữa W và $2W$ để tạo nên dạng xung thực tế hơn trong miền thời gian (hình 2.6).

Ta duy trì 3 số hạng trong phương trình ISI bằng không và hạn chế băng tần quan tâm trong khoảng $[-W, W]$:

$$P(f) + P(f - 2W) + P(f + 2W) = 1/2W = T_b \quad \text{với } -W < f < W \quad (2.36)$$

Chú ý là có thể tạo ra nhiều hàm số có phổ hạn chế thoả mãn phương trình trên. Một dạng có nhiều ưu điểm mong muốn là dạng hàm phổ cosin tăng. Tính chất của nó là có một khúc bằng phẳng và một khúc uốn như hàm cosin:

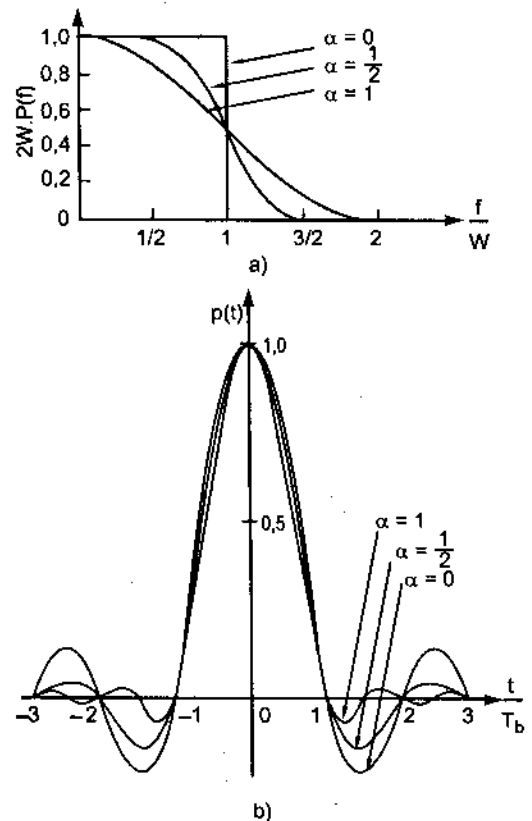
$$P(f) = \begin{cases} \frac{1}{2W} & 0 \leq |f| < f_1 \\ \frac{1}{4W} \left\{ 1 - \sin \left[\frac{\pi(|f| - W)}{2W - 2f_1} \right] \right\} & f_1 \leq |f| < 2W - f_1 \\ 0 & |f| \geq 2W - f_1 \end{cases} \quad (2.37)$$

Ở đó f_1 và độ rộng W liên hệ theo công thức:

$$\alpha = 1 - \frac{f_1}{W} \quad (2.38)$$

với: $0 \leq \alpha \leq 1$

α được gọi là hệ số uốn (roll off factor) nó biểu thị phần độ rộng băng vượt giá trị lý tưởng so với W . Độ rộng băng truyền yêu cầu lúc này được xác định theo $2W - f_1 = W(1 + \alpha)$.



Hình 2.6. Đáp ứng với những hệ số uốn khác nhau:
a) Đáp ứng tần số; b) Đáp ứng thời gian

Đáp ứng tần số $P(f)$ chuẩn hoá bằng cách nhân với $2W$ được vẽ trên hình 2.6 với các giá trị $\alpha = 0; 0,5$ và 1 . Với $\alpha = 0,5$ hay 1 sườn dốc xoài hơn và dễ thiết kế hơn.

Biến đổi Fourier ngược cho đáp ứng thời gian:

$$p(t) = (\text{sinc}(2Wt)) \left(\frac{\cos(2\pi\alpha Wt)}{1 - 16\alpha^2 W^2 t^2} \right) \quad (2.39)$$

Đáp ứng này là tích của hai nhân tử, nhân tử đầu là $\text{sinc}(2Wt)$ đặc trưng cho kênh Nyquist lý tưởng, nhân tử thứ hai giảm như $1/t^2$ khi t lớn. Nhân tử này làm giảm đuôi xung hơn trường hợp kênh lý tưởng nên sự truyền sóng nhị phân dùng những xung này không nhạy với lỗi lấy mẫu. Khi $\alpha = 1$ ta có uốn xoài, biên độ của đuôi $p(t)$ dao động trở nên nhỏ nhất, do đó lượng ISI gây nên do lỗi định thời mẫu sẽ giảm khi α tăng từ 0 đến 1 . Khi $\alpha = 1$.

$$P(f) = \begin{cases} \frac{1}{4W} \left[1 + \cos\left(\frac{\pi f}{2W}\right) \right] & 0 < |f| < 2W \\ 0 & |f| \geq 2W \end{cases} \quad (2.40)$$

Và đáp ứng thời gian:

$$p(t) = \frac{\text{sinc}(4Wt)}{1 - 16W^2 t^2} \quad (2.41)$$

Đáp ứng này thể hiện hai tính chất:

– Tại $t = \pm T_b/2 = \pm 1/4W$ chúng ta có $p(t) = 0,5$ tức là độ rộng xung ở mức nửa biên độ bằng độ dài bit T_b .

– Có các điểm cắt không $t = \pm 3T_b/2, \pm 5T_b/2, \dots$ bổ sung thêm các điểm cắt không thông thường tại $t = \pm T_b, \pm 2T_b, \dots$

Hai tính chất này rất có lợi để tách thông tin thời gian từ tín hiệu nhận được để thực hiện đồng bộ. Tuy nhiên giá phải trả cho tính chất này là độ rộng kênh gấp 2 lần so với kênh lý tưởng khi $\alpha = 0$.

Ví dụ: Xác định yêu cầu độ rộng băng cho đường truyền dẫn T1 (đây là đường truyền hợp kênh của 24 tín hiệu lỗi vào độc lập dựa trên mã PCM, T1 dùng dạng lưỡng cực) có $T_b = 0,647\mu s$ và tạo dạng xung cosin tăng có $\alpha = 1/2$.

Giải: Nếu coi kênh là thông thấp lý tưởng thì độ rộng kênh Nyquist để truyền tín hiệu qua là:

$$W = 1/2T_b = 772\text{kHz} \quad (2.42)$$

Tuy nhiên một độ rộng thực tế dùng tín hiệu cosin tăng có hệ số uốn $\alpha = 1/2$ sẽ là:

$$B = 2W - f_1 = 2W - W(1 - \alpha) = 3W/2 = 3/4T_b = 1,158\text{MHz} \quad (2.43)$$

2.5. Mã hoá tương quan mức

Bên cạnh kỹ thuật tạo dạng để ISI bằng không còn có kỹ thuật chấp nhận một phần ISI (tức là tạo dạng xung có ISI biết trước hay điều khiển được) có thể đạt được tốc độ truyền tin bằng tốc độ Nyquist tức là $2W$ ký hiệu/giây mà vẫn chỉ yêu cầu kênh độ rộng $W(\text{Hz})$.

Đó là kỹ thuật *mã tương quan mức* hay *báo hiệu đáp ứng riêng phần*. Tương quan mức thể hiện mức độ ISI được biết trước (thông qua tương quan của các mức mã). Thiết kế sơ đồ này dựa trên giả thiết sau: Vì biết được mức độ ISI đưa vào tín hiệu truyền, nên ảnh hưởng của nó có thể phân giải ở bộ thu mà không nhầm lẫn. Mã tương quan mức có thể coi là *phương pháp thực tế* đạt được tốc độ báo hiệu lý thuyết cực đại là $2W$ ký hiệu/giây trên kênh rộng W (Hz) như trên kênh Nyquist lý tưởng. Sau đây là một số loại tương quan mức cụ thể:

1. Báo hiệu nhị phân kép

Ý tưởng cơ bản của mã tương quan mức được minh họa bằng *báo hiệu nhị phân kép* (hình 2.7). Ở đó kép là gấp đôi dung lượng truyền của hệ nhị phân trực tiếp. Dạng đặc biệt này của mã tương quan mức còn gọi là *đáp ứng riêng phần loại I*.

Xét dãy nhị phân b_k gồm các ký hiệu nhị phân không tương quan 1, 0 có độ dài T_b .

Dãy này cấp lên bộ điều chế biên độ xung tạo ra dãy các xung ngắn, hai mức biên độ a_k :

$$a_k = \begin{cases} +1 & \text{nếu } b_k = 1 \\ -1 & \text{nếu } b_k = 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

Khi dãy xung này cấp lên bộ mã hoá nhị phân kép theo công thức:

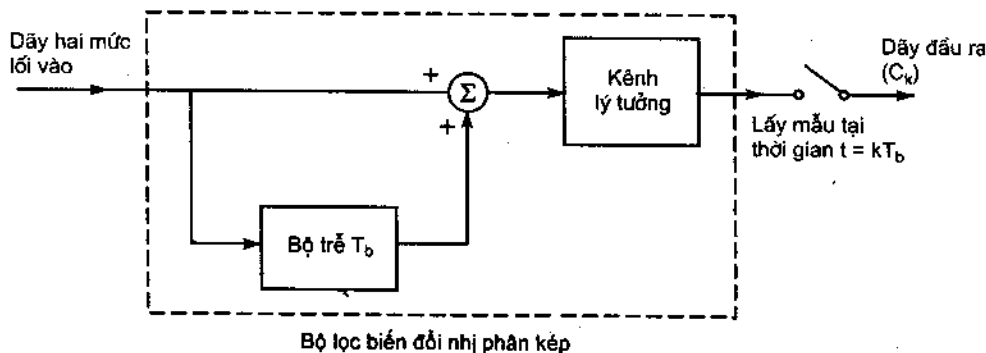
$$c_k = a_k + a_{k-1} \quad (2.45)$$

Biến đổi này làm dãy hai mức không tương quan a_k chuyển thành dãy xung 3 mức có tương quan là $-2, 0, 2$. Tương quan này giữa các xung cạnh nhau có thể coi như ISI được đưa một cách nhân tạo vào tín hiệu truyền, song dưới sự kiểm soát của người thiết kế. Phần tử trễ có hàm truyền $\exp(-j2\pi f T_b)$. Vì vậy hàm truyền toàn thể của bộ lọc nối tiếp với kênh Nyquist lý tưởng là:

$$\begin{aligned} H_1(f) &= H_{\text{Nyquist}}(f)[1 + \exp(-j2\pi f T_b)] = H_{\text{Nyquist}}(f)[\exp(j\pi f T_b) + \exp(-j\pi f T_b)] \exp(-j\pi f T_b) \\ &= 2H_{\text{Nyquist}}(f)\cos(\pi f T_b)\exp(-j\pi f T_b) \end{aligned} \quad (2.46)$$

Do kênh Nyquist lý tưởng có độ rộng $W = 1/2T_b$ nên:

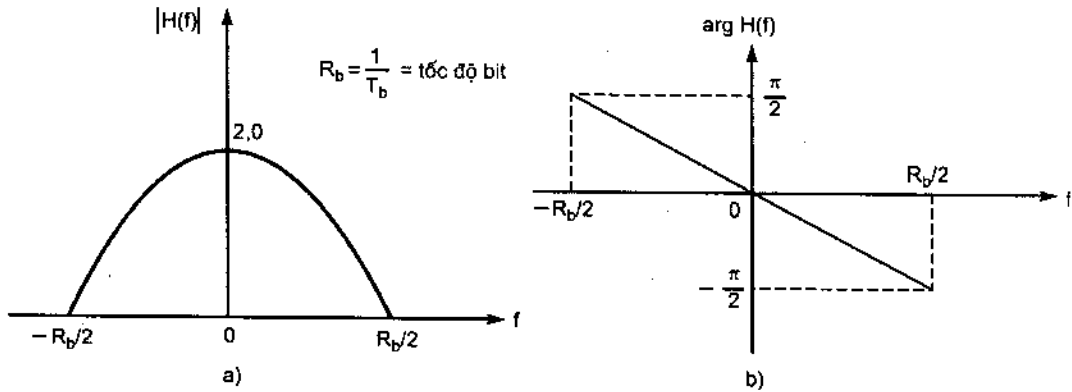
$$H_1(f) = \begin{cases} 2\cos(\pi f T_b)\exp(-j\pi f T_b) & |f| \leq 1/2T_b \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (2.47)$$



Hình 2.7. Sơ đồ tạo báo hiệu nhị phân kép

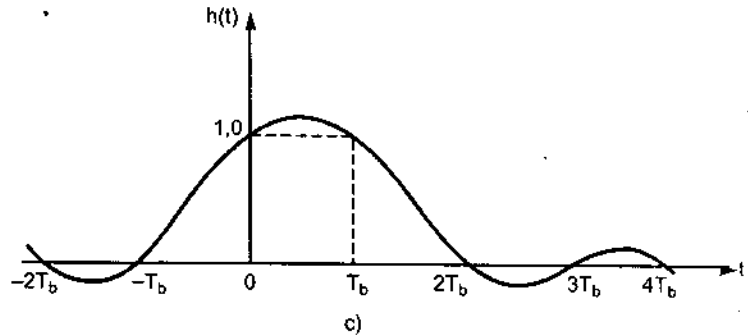
Ưu điểm của đáp ứng tần số này là dễ xấp xỉ vì có sự liên tục ở biên của dải. Đáp ứng xung tương ứng với hàm truyền $H_1(f)$ sẽ gồm hai xung sinc trễ nhau T_b giây:

$$\begin{aligned} h_1(t) &= \frac{\sin(\pi t/T_b)}{\pi t/T_b} + \frac{\sin(\pi(t-T_b)/T_b)}{\pi(t-T_b)/T_b} = \frac{\sin(\pi t/T_b)}{\pi t/T_b} - \frac{\sin(\pi t/T_b)}{\pi(t-T_b)/T_b} \\ &= \frac{T_b^2 \sin(\pi t/T_b)}{\pi t(T_b - t)} \end{aligned} \quad (2.48)$$



Hình 2.8. Đáp ứng tần số của bộ lọc nhị phân kép: a) Đáp ứng độ lớn $H(f)$ theo tần số; b) Đáp ứng pha

Trên hình 2.9 là đáp ứng trong miền thời gian ta thấy chỉ có hai giá trị khác 0 tại các thời điểm lấy mẫu. Điều này giải thích tại sao ta coi mã tương quan như báo hiệu đáp ứng một phần. Đáp ứng với một xung vào trải dài hơn khoảng báo hiệu, nói cách khác đáp ứng trong khoảng báo hiệu chỉ là một phần. Chú ý là đuôi của $h_1(t)$ cũng giảm theo $1/t^2$.



Hình 2.9. Đáp ứng xung của bộ lọc nhị phân kép

Trên hình 2.8 là đáp ứng trong miền tần số theo biên độ và pha.

Dãy hai mức a_k ban đầu có thể tạo lại từ dãy mã kép c_k . Bằng cách ký hiệu $\hat{a}_k$ là xấp xỉ của xung a_k ở bộ thu tại $t = kT_b$ và thực hiện

$$\hat{a}_k = c_k - \hat{a}_{k-1} \quad (2.49)$$

rõ ràng nếu c_k nhận được không lỗi và ước lượng trước đó $\hat{a}_{k-1}$ tại $t = (k-1)T_b$ cho quyết định đúng thì ước lượng $\hat{a}_k$ cũng đúng. Ta thấy quy trình tách là ngược với hoạt động của bộ lọc trễ ở khối phát. Kỹ thuật lưu giữ quyết định trước đó để sử dụng gọi là *phản hồi quyết định*.

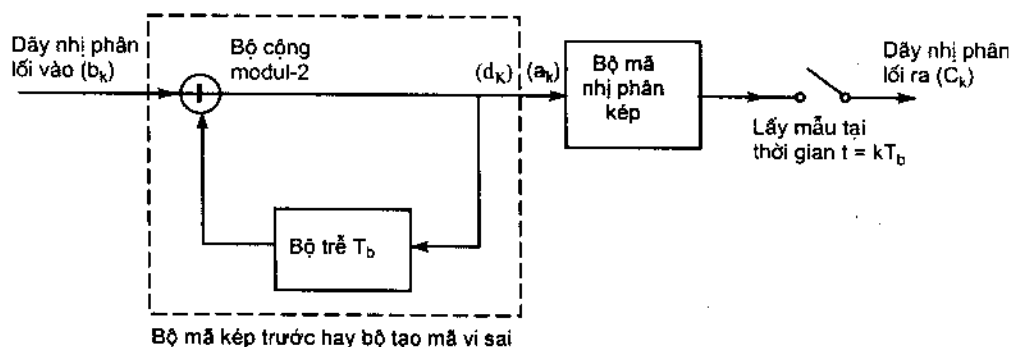
Tuy nhiên điều không thuận lợi của quy trình này là khi có lỗi nó sẽ *truyền lỗi* đến lỗi ra (lỗi trước kéo theo lỗi sau). Điều này là do quyết định lên lỗi vào a_k hiện tại lại phụ thuộc quyết định lên lỗi vào trước đó a_{k-1} . Để tránh hiện tượng truyền lỗi này người ta thực hiện *mã trước* trước khi mã nhị phân kép (hình 2.10).

Mã trước chuyển dãy b_k thành d_k như sau:

$$d_k = b_k \oplus d_{k-1} \quad (2.50)$$

Phép cộng trên là cộng modul 2.

Dãy d_k sẽ cấp lên bộ điều chế biên độ xung để tạo ra $a_k = \pm 1$ như trước rồi dãy này cấp lên bộ mã hoá nhị phân kép (chú ý là mã nhị phân kép là tuyến tính còn mã trước là không tuyến tính).



Hình 2.10. Sơ đồ nhị phân kép mã trước. Chi tiết bộ mã hoá nhị phân kép cho trên hình 2.7

Tổng hợp kết quả:

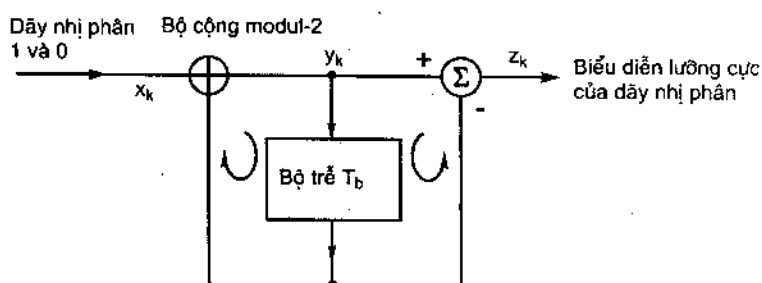
$$c_k = \begin{cases} 0 & \text{nếu } b_k = 1 \\ \pm 2 & \text{nếu } b_k = 0 \end{cases} \quad (2.51)$$

Từ đó ta rút ra quy tắc quyết định:

Nếu $|c_k| < 1$ quyết định b_k là 1;

Nếu $|c_k| > 1$ quyết định b_k là không;

Còn khi $|c_k| = 1$ sẽ cho một dự đoán ngẫu nhiên (như tung đồng xu).



Hình 2.11. Mạch tạo dạng dữ liệu lưỡng cực

Ví dụ:

Xét dãy vào là 0010110. Đối chiếu với sơ đồ ta có kết quả sau:

Dãy nhị phân b_k	0	0	1	0	1	1	0
Dãy nhị phân d_k	1	1	1	0	0	1	0
Biểu diễn xung cực a_k	1	1	1	-1	-1	1	-1
Mã kép nhị phân c_k	2	2	0	-2	0	0	-2
Dãy quyết định $\hat{b}_k$	0	0	1	0	1	1	0

Ví dụ: Xét mạch tạo mã vi sai nối tiếp với bộ mã tương quan (hình 2.11).

Chức năng thực hiện là $y_k = x_k + y_{k-1}$; $z_k = y_k - y_{k-1}$. Bắt đầu với bit tùy ý (ví dụ là 1).

Ta có bảng sau:

x_k	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1
y_k	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
y_{k-1}	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
z_k	0	-1	1	0	-1	0	0	0	1	-1

Đây chính là mạch tạo tín hiệu lưỡng cực.

2. Báo hiệu nhị phân kép sửa đổi (hình 2.12)

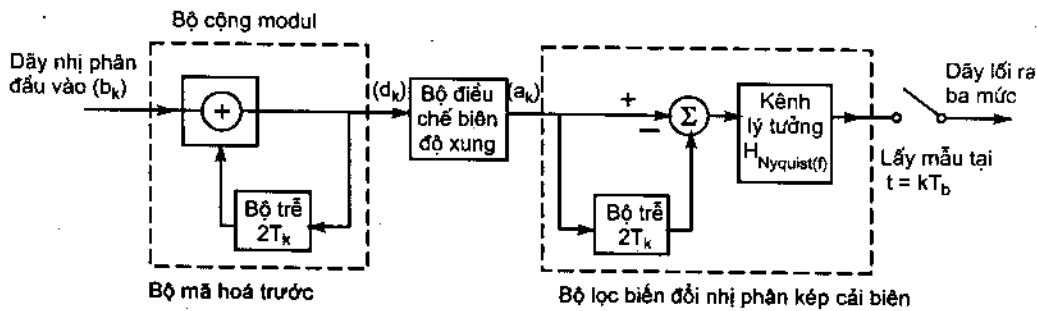
Trong báo hiệu nhị phân kép hàm truyền $H(f)$ hay mật độ phổ công suất là khác không tại gốc (dc). Điều này là không tốt trong một số ứng dụng, vì nhiều kênh vô tuyến không truyền dc. Ta có thể sửa đổi điều này bằng cách dùng đáp ứng riêng phần loại IV chúng là sự mở rộng tương quan của hai dãy nhị phân. Dạng tương quan đặc biệt này đạt được bằng cách trừ các xung điều chế biên độ đặt cách $2T_b$.

Bộ mã trước là bộ trễ $2T_b$ giây, lối ra của bộ nhị phân kép sửa đổi liên hệ với lối vào:

$c_k = a_k - a_{k-2}$ ở đây một lần nữa tạo ra tín hiệu 3 mức 2, 0, -2.

Hàm truyền tổng cộng của hệ khi nối tiếp với kênh Nyquist lý tưởng là:

$$H_{IV}(f) = H_{\text{Nyquist}}(f)[1 - \exp(-j4\pi f T_b)] = 2jH_{\text{Nyquist}}(f)\sin(2\pi f T_b)\exp(-j2\pi f T_b) \quad (2.52)$$

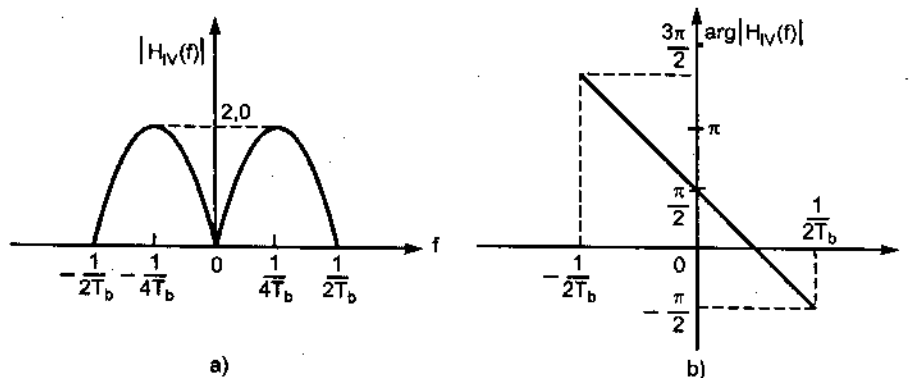


Hình 2.12. Sơ đồ báo hiệu nhị phân kép sửa đổi

Do đó đáp ứng có dạng hàm sin nửa chu kỳ:

$$H_{IV}(f) = \begin{cases} 2j\sin(2\pi f T_b)\exp(-j2\pi f T_b) & |f| \leq 1/2T_b \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (2.53)$$

Đáp ứng biên độ và pha trong miền tần số cho trên hình 2.13.



Hình 2.13. Đáp ứng tần số của bộ lọc nhị phân kép sửa đổi a) Đáp ứng biên độ theo tần số; b) Đáp ứng pha

Ưu điểm của bộ mã nhị phân kép sửa đổi là không có thành phần dc, điều này thích hợp với việc truyền đơn biên (một phía phổ). Chú ý là dạng thứ hai của mã mức tương quan cũng cho sự liên tục tại biên của băng giống như báo hiệu nhị phân kép.

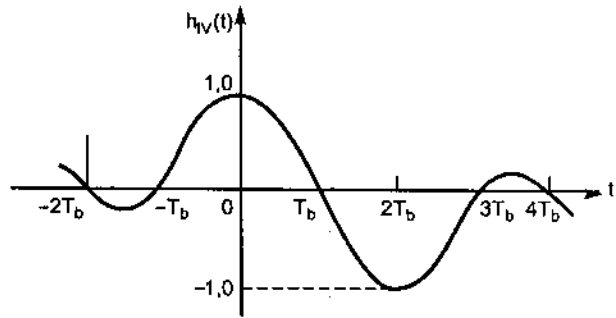
Từ trên ta thấy đáp ứng xung của mã nhị phân kép sửa đổi gồm hai xung sinc cách nhau $2T_b$ giây:

$$\begin{aligned} h_{IV}(t) &= \frac{\sin(\pi t/T_b)}{\pi t/T_b} - \frac{\sin(\pi(t-2T_b)/T_b)}{\pi(t-2T_b)/T_b} = \frac{\sin(\pi t/T_b)}{\pi t/T_b} - \frac{\sin(\pi t/T_b)}{\pi(t-2T_b)/T_b} \\ &= \frac{2T_b^2 \sin(\pi t/T_b)}{\pi t(2T_b - t)} \end{aligned} \quad (2.54)$$

Đáp ứng xung trong miền thời gian vẽ trên hình 2.14.

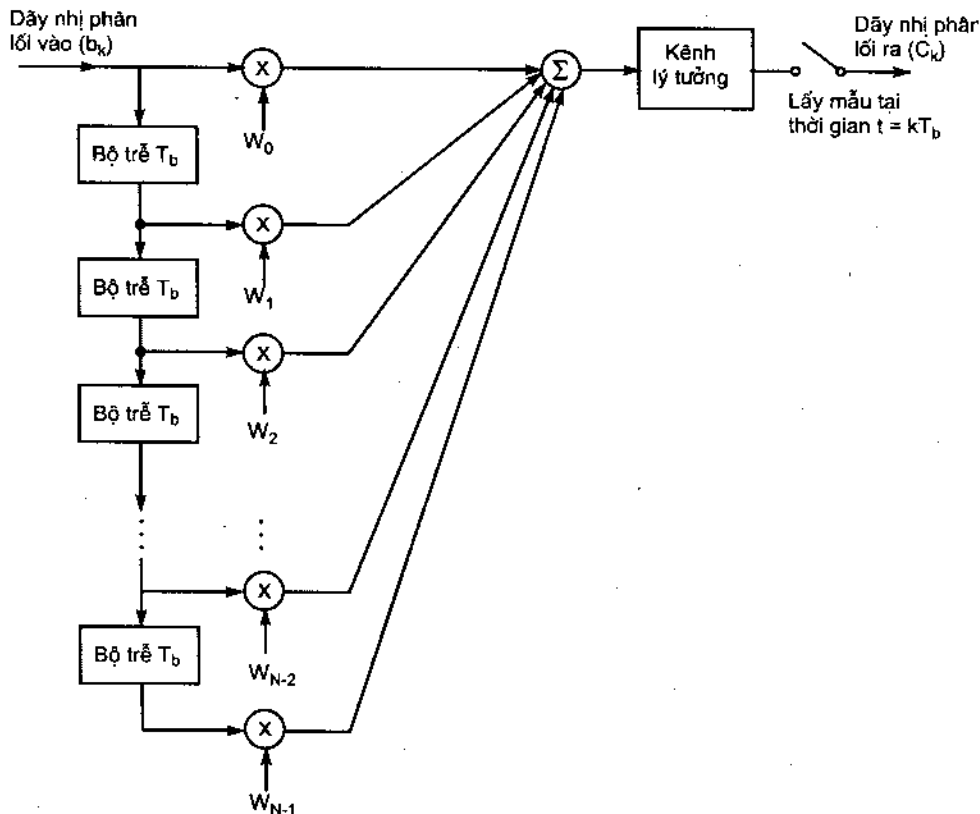
Đáp ứng xung cho thấy có 3 mức tại thời điểm lấy mẫu, và cũng giống như báo hiệu nhị phân kép đuôi của các xung suy giảm như $1/t^2$.

Để loại trừ khả năng truyền lỗi trong sơ đồ nhị phân kép sửa đổi, ta dùng mã trước như đối với nhị phân kép. Cụ thể trước đó thực hiện:



Hình 2.14. Đáp ứng xung của bộ lọc nhị phân kép sửa đổi

$$d_k = b_k \oplus d_{k-2} \quad (2.55)$$



Hình 2.15. Sơ đồ mã tương quan tổng quát

Ở đó b_k là dãy nhị phân đến, d_k là dãy ra của bộ mã trước sẽ được cấp tiếp đó lên bộ điều chế biên độ xung, rồi bộ lọc nhị phân kép sửa đổi.

c_k sẽ nhận các giá trị 2, 0, -2. Bộ quyết định thực hiện quyết định theo quy tắc:

Nếu $|c_k| > 1$ quyết định $b_k = 1$

Nếu $|c_k| < 1$ quyết định $b_k = 0$

Còn $|c_k| = 1$ sẽ lựa chọn ngẫu nhiên như tung đồng xu. Giống như mã nhị phân kép ta có nhận xét:

– Khi không có ồn dãy nhị phân tách được $\hat{b}_k$ chính xác như dãy nhị phân b_k ở bên phát.

– Dùng phương trình mã trước yêu cầu cộng hai bit thêm vào dãy mã trước a_k . Thành phần của dãy giải mã $\hat{b}_k$ sẽ không đổi với cách lựa chọn hai bit này.

3. Dạng tổng quát của mã tương quan (hình 2.15)

Sơ đồ tạo mã được xây dựng theo công thức:

$$h(t) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n \text{sinc} \left(\frac{t}{T_b} - n \right) \quad (2.56)$$

Các mẫu tương quan nhận được theo công thức:

$$c_k = \sum_{n=0}^{N-1} w_n b_{k-n} \quad (2.57)$$

Bảng phân loại hệ đáp ứng riêng phần như sau:

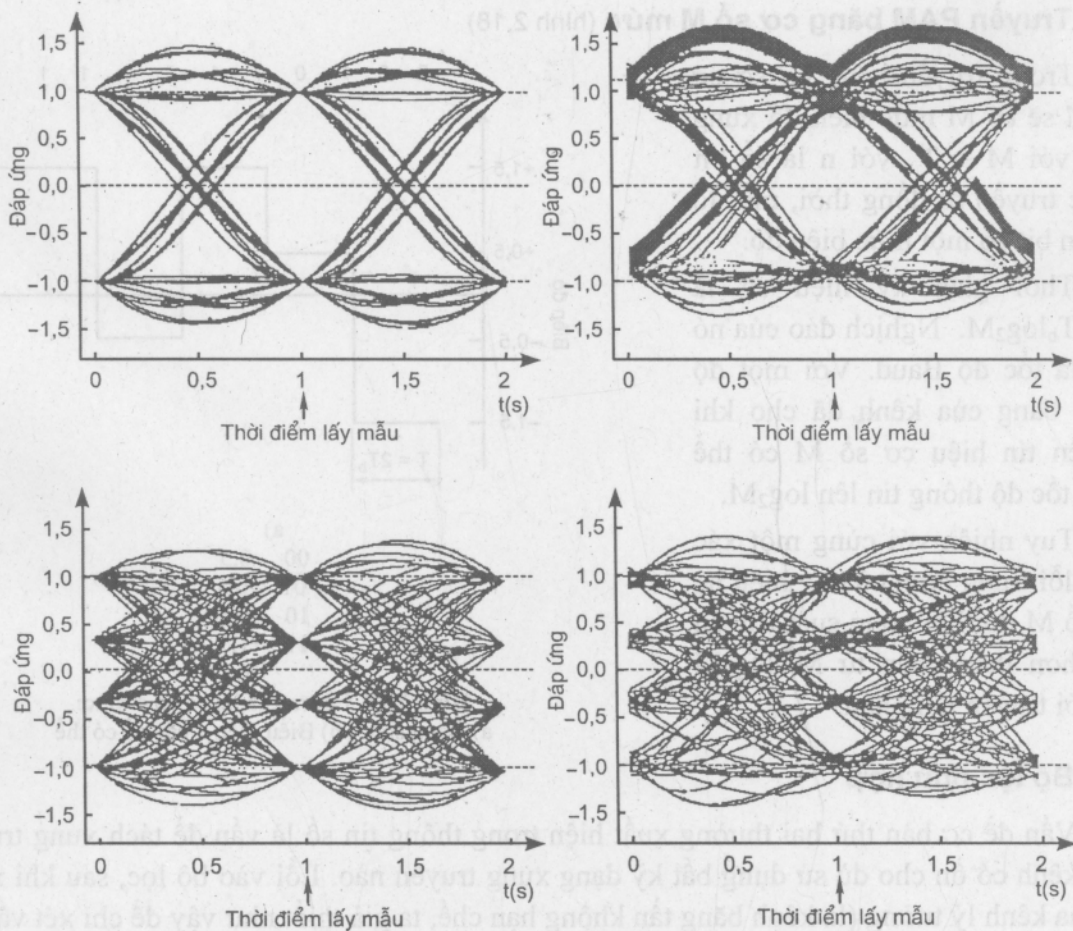
Loại	N	w_0	w_1	w_2	w_3	w_4	
I	2	1	1				Kép nhị phân
II	3	1	2	1			
III	3	2	1	-1			
IV	3	1	0	-1			Kép nhị phân sửa đổi
V	5	-1	0	2	0	-1	

Kết luận:

Những dạng sóng ISI bằng không hay có ISI khác không chịu điều khiển như ở trên là những dạng sóng sau cùng (đã đi qua bộ phát – kênh – bộ thu) thì mới đáp ứng được yêu cầu lấy mẫu và quyết định không nhầm lẫn. Tuy nhiên nếu kênh truyền là những yếu tố khó xác định hoặc luôn thay đổi theo thời gian thì khó chống ISI bằng phương pháp tạo dạng xung mà phải thực hiện bằng các phương pháp khác, chẳng hạn kỹ thuật cân bằng kênh (Equalization) sẽ trình bày ở phần sau.

2.6. Mẫu mắt

Một cách nghiên cứu ISI của PCM hay hệ truyền dữ liệu bằng thực nghiệm là đưa tín hiệu nhận vào trục đứng và tín hiệu quét răng cưa tốc độ $R = 1/T$ vào trục ngang. Các dạng sóng nối tiếp chuyển thành một khoảng trên màn hiện sóng được gọi là mẫu mắt.



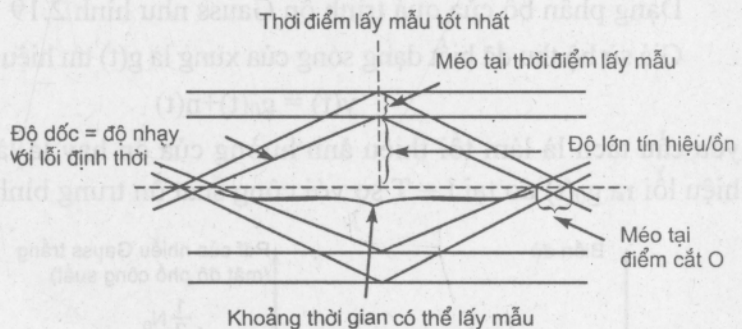
Hình 2.16. Giảm độ mờ mắt của tín hiệu thu được:
a) Khi không có giới hạn độ rộng kênh; b) Khi có giới hạn độ rộng kênh

Hai dạng mẫu mắt được cho trên hình 2.16 và mô tả gần đúng của nó được cho trên hình 2.17.

Nhận xét:

1. Độ rộng của mắt mở:
Là khoảng thời gian có thể lấy mẫu mà không có lỗi ISI. Chỗ mắt mở rộng nhất là lúc lấy mẫu tốt nhất.

2. Độ nhảy của hệ với lỗi định thời được xác định bằng sườn dốc của mắt.
3. Chiều cao mắt mở tại nơi lấy mẫu xác định độ lớn của tín hiệu/ồn.



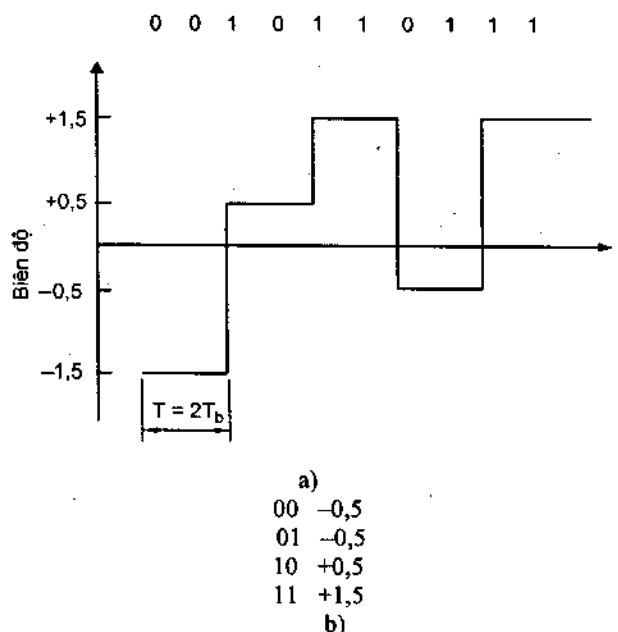
Hình 2.17. Giải thích mẫu mắt

2.7. Truyền PAM bằng cơ sở M mức (hình 2.18)

Trong truyền bằng cơ sở số M sẽ có M mức biên độ xung ứng với $M = 2^n$, với n là số bit được truyền đi đồng thời, mỗi tổ hợp n bit có một mức biên độ.

Thời gian ký hiệu sẽ là $T = T_b \log_2 M$. Nghịch đảo của nó gọi là tốc độ Baud. Với một độ rộng băng của kênh đã cho khi truyền tín hiệu cơ sở M có thể tăng tốc độ thông tin lên $\log_2 M$.

Tuy nhiên với cùng một xác suất lỗi trung bình của ký hiệu hệ cơ sở M đòi hỏi công suất truyền lớn hơn theo nhân tử $M^2 / \log_2 M$ so với truyền nhị phân.



Hình 2.18. Lỗi ra của hệ cơ sở 4 mức:
a) Dạng sóng; b) Biểu diễn 4 cặp số có thể

2.8. Bộ lọc phù hợp

Vấn đề cơ bản thứ hai thường xuất hiện trong thông tin số là vấn đề tách xung truyền qua kênh có ồn cho dù sử dụng bất kỳ dạng xung truyền nào. Lỗi vào bộ lọc, sau khi xung đi qua kênh lý tưởng (là kênh băng tần không hạn chế, ta giả thiết như vậy để chỉ xét vấn đề trọng tâm là ồn) có ồn là:

$$x(t) = g(t) + w(t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (2.58)$$

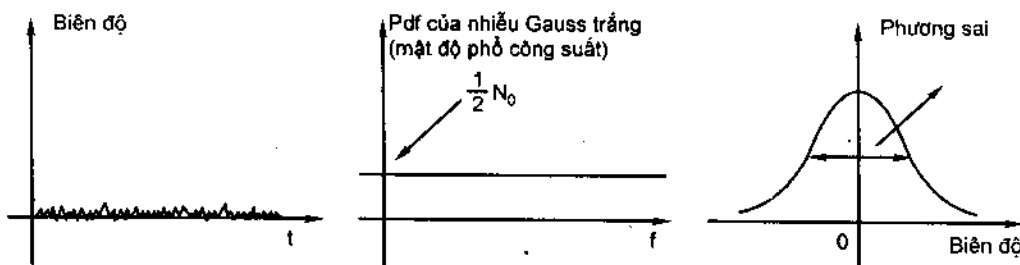
Ở đó $g(t)$ có thể diễn đạt bit 0 hoặc 1; $w(t)$ là hàm mẫu của quá trình ồn trắng, trung bình bằng không và mật độ phổ công suất $N_0/2$.

Dạng phân bố của quá trình ồn Gauss như hình 2.19 (chi tiết xem phụ lục C).

Giả sử bộ thu đã biết dạng sóng của xung là $g(t)$ tín hiệu sau bộ lọc tuyến tính (hình 2.20) là:

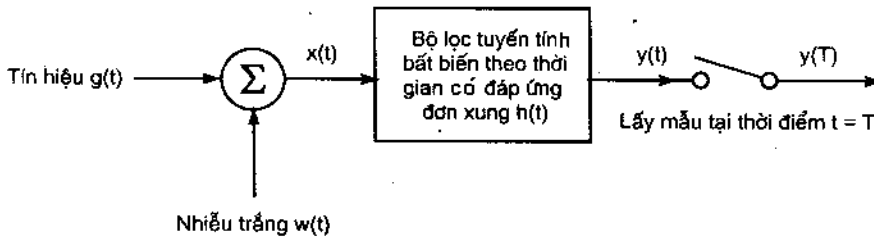
$$y(t) = g_0(t) + n(t) \quad (2.59)$$

yêu cầu tách là làm tối thiểu ảnh hưởng của ồn hay là làm tỷ số công suất tức thời của tín hiệu lỗi ra $g_0(t)$ đo tại $t = T$ so với công suất ồn trung bình là lớn nhất:



Hình 2.19. Dạng ồn phân bố Gauss

$$\eta = \frac{|g_0(T)|^2}{E[n^2(t)]} \quad (2.60)$$



Hình 2.20. Bộ thu tuyến tính

Vấn đề là xác định đáp ứng $h(t)$ của bộ lọc sao cho tỷ số trên là cực đại. Gọi $G(f)$ và $H(f)$ là biến đổi Fourier của $g(t)$ và $h(t)$, ta có:

$$g_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f)\exp(j2\pi ft)df \quad (\text{biến đổi Fourier ngược}) \quad (2.61)$$

Khi lồi ra được lấy mẫu tại thời điểm $t = T$, ta có:

$$|g_0(T)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f)\exp(j2\pi fT)df \right|^2 \quad (2.62)$$

Mật độ phổ công suất của ồn lồi ra bằng mật độ phổ công suất lồi vào nhân với bình phương hàm truyền. Vì ồn lồi vào $w(t)$ là trắng với mật độ phổ công suất là $N_0/2$, ta có:

$$S_N(f) = \frac{N_0}{2} |H(f)|^2 \quad (2.63)$$

công suất trung bình của ồn lồi ra $n(t)$ sẽ là:

$$E[n^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} S_N(f)df = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \quad (2.64)$$

Thay vào phương trình đầu:

$$\eta = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f)\exp(j2\pi fT)df \right|^2}{\frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} \quad (2.65)$$

Từ đây cần xác định tiếp là với $G(f)$ đã cho thì dạng hàm truyền $H(f)$ thế nào để η cực đại. Sử dụng bất đẳng thức Schwarz (đẳng thức xảy ra khi $\phi_1(x) = k\phi_2^*(x)$)

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f)\exp(j2\pi fT)df \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df \quad (2.66)$$

Suy ra:

$$\eta \leq \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df \quad (2.67)$$

Về phải bất đẳng thức không phụ thuộc hàm truyền mà vào năng lượng tín hiệu và mật độ phổ công suất ồn, do vậy:

$$\eta_{\max} = \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df \quad (2.68)$$

giả sử $H_{\text{opt}}(f)$ là đáp ứng tối ưu để có đẳng thức xảy ra ta có:

$$H_{\text{opt}}(f) = kG^*(f) \exp(-j2\pi fT) \quad (2.69)$$

Tức là *hàm truyền có dạng giống như liên hợp phức của phổ tín hiệu lối vào*. Để đặc trưng trong vùng thời gian ta lấy biến đổi Fourier ngược:

$$h_{\text{opt}}(t) = k \int_{-\infty}^{\infty} G^*(f) \exp(-j2\pi f(T-t)) df \quad (2.70)$$

Vì với tín hiệu thực $g(t)$, $G^*(f) = G(-f)$, ta có thể viết lại:

$$h_{\text{opt}}(t) = k \int_{-\infty}^{\infty} G(-f) \exp(-j2\pi f(T-t)) df = kg(T-t) \quad (2.71)$$

Điều này cho thấy đáp ứng xung của bộ lọc tối ưu (ngoại trừ hệ số k) là phiên bản đảo thời gian và trễ của tín hiệu vào $g(t)$. Bộ lọc định nghĩa theo cách này gọi là bộ lọc phù hợp. Thay vào các phương trình trên:

$$G_0(f) = H_{\text{opt}}(f)G(f) = kG^*(f)G(f) \exp(-j2\pi fT) = k|G(f)|^2 \exp(-j2\pi fT) \quad (2.72)$$

Biến đổi ngược lại:

$$g_0(T) = k \int_{-\infty}^{\infty} G_0(f) \exp(j2\pi fT) df = k \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df \quad (2.73)$$

Dùng hệ thức Parseval (lý thuyết năng lượng Rayleigh), ta có $g_0(T) = kE$ (E là năng lượng tín hiệu):

$$E[n^2(t)] = \frac{k^2 N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df = k^2 N_0 E/2 \quad (2.74)$$

Nên cuối cùng:

$$\eta_{\max} = \frac{(kE)^2}{(k^2 N_0 E/2)} = \frac{2E}{N_0} \quad (2.75)$$

Kết luận:

Bộ lọc phù hợp cho tỷ số tín/ồn cực đại chỉ phụ thuộc năng lượng xung tín hiệu và mật độ phổ công suất ồn.

Chú ý là bộ lọc phù hợp cũng tương đương với một bộ nhân-tích phân. Thật vậy xét liên hệ tín hiệu vào và ra của một bộ lọc có đáp ứng $h(t)$:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (2.76a)$$

Giả sử đáp ứng xung phù hợp với tín hiệu $h(t) = \phi(T-t)$, thay vào công thức:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\phi(T-t+\tau)d\tau \quad (2.76b)$$

Lấy mẫu lỗi ra tại $t = T$, ta được:

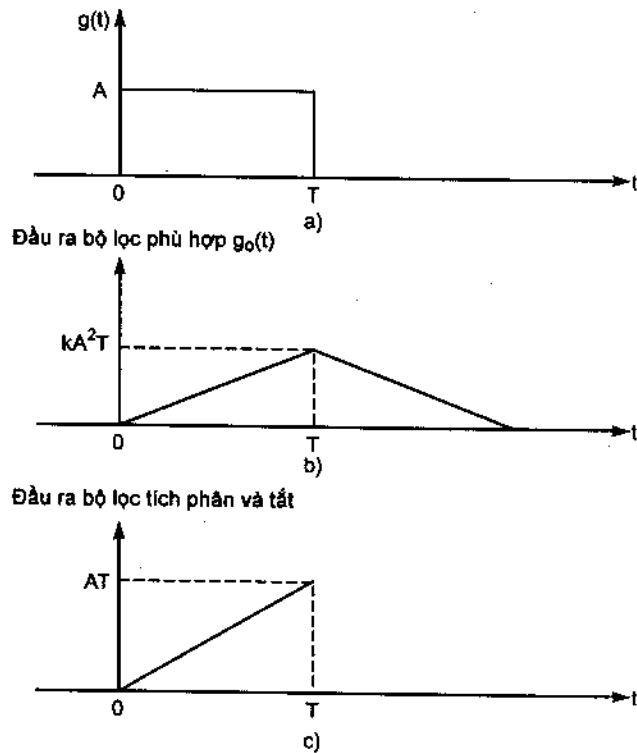
$$y(T) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\phi(\tau)d\tau = \int_0^T x(\tau)\phi(\tau)d\tau \quad (2.77)$$

Do $\phi(t)$ là không bên ngoài khoảng $[0, T]$. Do đó bộ lọc phù hợp + lấy mẫu = bộ nhân + tích phân.

Ví dụ: Lọc phù hợp xung chữ nhật.

Xét tín hiệu $g(t)$ dạng chữ nhật biên độ A , độ dài T (hình 2.21). Đáp ứng xung $h(t)$ của bộ lọc phù hợp sẽ giống như dạng tín hiệu. Tín hiệu lỗi ra của bộ lọc $g_0(t)$ sẽ có dạng tam giác và có giá trị cực đại là kA^2T (chính là năng lượng của $g(t)$ co dẫn thêm k).

Đối với trường hợp xung chữ nhật, bộ lọc phù hợp có thể được thay bằng mạch tích phân và xóa. Bộ tích phân sẽ tính diện tích dưới xung chữ nhật và cho lỗi kết quả được lấy mẫu tại $t = T$. Ngay sau thời điểm này bộ tích phân lại trở về trạng thái đầu là không.



Hình 2.21. a) Đáp ứng xung chữ nhật; b) Lỗi ra bộ lọc phù hợp; c) Lỗi ra bộ tích phân

2.9. Tỷ lệ lỗi do ồn

Xét hệ mã cực dựa trên báo hiệu NRZ (1 và 0 chuyển thành các xung chữ nhật dương, âm có biên độ và độ rộng bằng nhau). Sau kênh truyền ta nhận được:

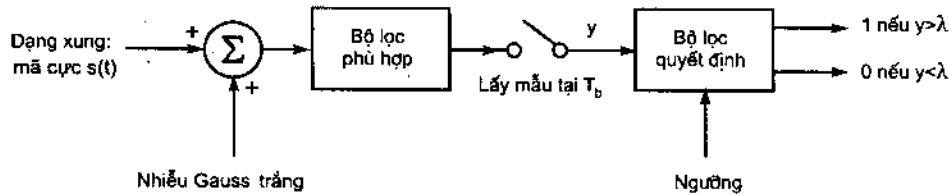
$$x(t) = \begin{cases} +A + w(t) & \text{nếu gửi 1} \\ -A + w(t) & \text{nếu gửi 0} \end{cases} \quad 0 \leq t \leq T \quad (2.78)$$

Giả sử bộ thu biết trước dạng xung, chu kỳ xung, song không biết cực tính xung. Cấu trúc bộ thu cho trên hình 2.22 gồm bộ lọc phù hợp với xung chữ nhật, biên độ A và độ dài T , tiếp sau là bộ lấy mẫu (vào thời điểm cuối của mỗi xung) rồi quyết định.

Giả sử y là giá trị mẫu lấy được, giá trị này được so sánh với ngưỡng λ đặt trước trong

bộ quyết định. Nếu vượt ngưỡng sẽ quyết định là 1, nếu không vượt quyết định là 0, nếu bằng ngưỡng nó chọn ký hiệu theo kiểu tung đồng xu. Quyết định như vậy không ảnh hưởng tới xác suất trung bình lỗi. Ở đây sẽ có hai loại lỗi được xem xét:

- Quyết định là 1 khi 0 được gửi (lỗi loại 1);
- Quyết định là 0 khi 1 được gửi (lỗi loại 2).



Hình 2.22. Bộ thu bằng cơ sở cho tín hiệu NRZ dùng dạng sóng mã cực

Giả sử 0 được gửi, tín hiệu thu được là $x(t) = -A + w(t)$. Lỗi ra của bộ lọc phù hợp lấy mẫu tại $t = T_b$ có giá trị trung bình là:

$$y = \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} x(t) dt = -A + \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} w(t) dt \quad (2.79)$$

(tích số kAT_b cho bằng đơn vị cho thuận tiện).

Chúng biểu diễn biến ngẫu nhiên Y . Do $w(t)$ là ồn trắng Gauss nên:

- Biến Y cũng là Gauss với trung bình bằng $-A$;
- Phương sai của Y là:

$$\begin{aligned} \sigma_Y^2 &= E[(Y + A)^2] = \frac{1}{T_b^2} E \left[\int_0^{T_b} \int_0^{T_b} w(t)w(u) dt du \right] \\ &= \frac{1}{T_b^2} \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} E[w(t)w(u)] dt du = \frac{1}{T_b^2} \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} R_w(t, u) dt du \end{aligned} \quad (2.80)$$

Ở đó $R_w(t, u)$ là hàm tự tương quan của $w(t)$. Do $w(t)$ là ồn trắng với mật độ phổ công suất là $N_0/2$ nên:

$$R_w(t, u) = \frac{N_0}{2} \delta(t - u). \quad (2.81)$$

Thay vào trên:

$$\sigma_Y^2 = \frac{1}{T_b^2} \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} \frac{N_0}{2} \delta(t - u) dt du = \frac{N_0}{2T_b} \quad (2.82)$$

Hàm mật độ xác suất của Y với ký hiệu 0 được gửi sẽ là:

$$f_Y(y|0) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0/T_b}} \exp \left(-\frac{(y + A)^2}{N_0/T_b} \right) \quad (2.83)$$

Từ đây thấy được xác suất lỗi khi gửi ký hiệu 0 là:

$$P_{e0} = P(y > \lambda / \text{gửi ký hiệu 0}) = \int_{\lambda}^{\infty} f_Y(y/0) dy = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0 / T_b}} \int_{\lambda}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y+A)^2}{N_0 / T_b}\right) dy \quad (2.84)$$

Hàm này vẽ trên hình 2.23.

Để xử lý tiếp theo ta cần chọn giá trị λ thích hợp. Lựa chọn này yêu cầu biết xác suất trước của 0 và 1 (xác suất tiên nghiệm của nguồn), ký hiệu tương ứng là p_0 và p_1 với:

$$p_0 + p_1 = 1 \quad (2.85)$$

Khi $p_0 = p_1 = 1/2$ ta có $\lambda = 0$. Tích phân trên có cận dưới là không khi đổi biến:

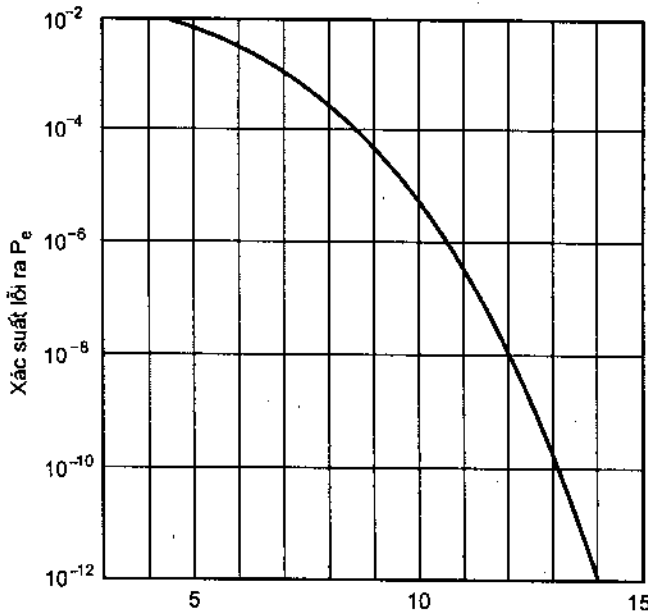
$$z = \frac{y+A}{\sqrt{N_0 / T_b}} \quad (2.86)$$

Tích phân trên viết lại:

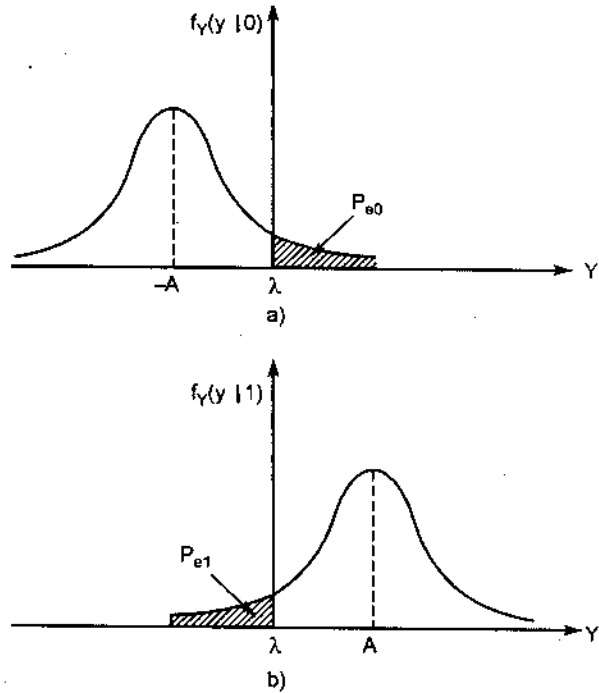
$$P_{e0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{E_b / N_0}}^{\infty} \exp(-z^2) dz \quad (2.87)$$

Ở đó E_b là năng lượng tín hiệu truyền/bit được định nghĩa là: $E_b = A^2 T_b$

Để thuận tiện ta định nghĩa hàm bù lỗi:



Hình 2.24. Xác suất lỗi của bộ thu dùng mã cực



Hình 2.23. Phân tích hiệu ứng ồn kênh lên mã cực:
a) Hàm mật độ xác suất của biến ngẫu nhiên Y tại lối ra bộ lọc phù hợp khi 0 được truyền; b) Khi 1 được truyền

$$\text{erfc}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^{\infty} \exp(-z^2) dz \quad (2.88)$$

Hàm bù lỗi liên hệ mật thiết với phân bố Gauss.

Từ đây viết lại:

$$P_{e0} = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (2.89)$$

Tương tự nếu ký hiệu 1 được truyền, tín hiệu nhận được sau bộ lọc phù hợp và lấy mẫu là biến ngẫu nhiên Y có giá trị trung bình thay đổi, song phương sai thì giữ nguyên. Hàm mật độ xác suất (hình 2.24) có điều kiện sẽ là:

$$f_Y(y|l) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0/T_b}} \exp\left(-\frac{(y-A)^2}{N_0/T_b}\right) \quad (2.90)$$

Khi đặt ngưỡng $\lambda = 0$ và đặt biến $-z = \frac{y-A}{\sqrt{N_0/T_b}}$ ta sẽ thấy rằng $P_{e1} = P_{e0}$.

Kênh có xác suất lỗi bằng nhau như trên gọi là *kênh đối xứng nhị phân*. Xác suất lỗi trung bình của bộ thu là: $P_e = p_0 P_{e0} + p_1 P_{e1}$.

Từ giả thiết về kênh nhị phân đối xứng ta có:

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (2.91)$$

Kết luận:

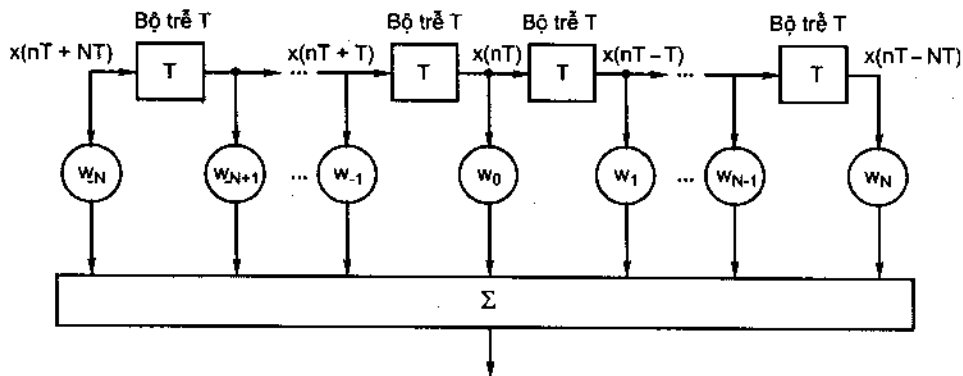
Xác suất trung bình lỗi xung trên bộ thu dùng mã cực phụ thuộc vào E_b/N_0 .

2.10. Bộ làm bằng đường trễ

Thông thường kênh băng tần giới hạn làm phân tán mạnh dạng xung nên số mức biên độ tách bị mắc lỗi bởi ISI nhiều hơn là do ồn cộng. Đây cũng chính là nguyên nhân hạn chế tốc độ truyền dữ liệu.

Về nguyên tắc nếu kênh được biết chính xác luôn có thể làm ISI nhỏ tùy ý tại thời điểm lấy mẫu bằng cách dùng một cặp bộ lọc phát và thu thích hợp hay điều khiển dạng xung như mô tả ở các phần trước.

Trên thực tế hiếm khi ta biết trước chính xác đặc tính của kênh và có những yếu tố làm sai lệch kênh không tránh khỏi dẫn đến một lượng ISI nhất định, kết quả là tốc độ dữ liệu bị giảm. Để bù lại những méo này, ta có thể áp dụng bổ sung một bộ cân bằng (đặt sau bộ lấy mẫu, thực chất nó là một kiểu lọc số). Thích hợp cho thiết kế bộ cân bằng này là bộ lọc đường trễ là bộ lọc ngang (hình 2.25). Để đối xứng, số nút của bộ lọc chọn là $2N+1$.



Hình 2.25. Bộ lọc đường trễ

Đáp ứng xung của bộ lọc này sẽ là:

$$h(t) = \sum_{k=-N}^N w_k \delta(t - kT) \quad (2.92)$$

T được chọn bằng độ dài ký hiệu. Giả sử bộ cân bằng này mắc nối tiếp sau hệ tuyến tính có đáp ứng xung là $c(t)$. Ký hiệu $p(t)$ là đáp ứng xung của toàn hệ:

$$p(t) = c(t) * h(t) = c(t) * \sum_{k=-N}^N w_k \delta(t - kT) \quad (2.93)$$

Thay đổi thứ tự phép toán tổng và chập:

$$p(t) = \sum_{k=-N}^N w_k c(t) * \delta(t - kT) = \sum_{k=-N}^N w_k c(t - kT) \quad (2.94)$$

Tại thời điểm lấy mẫu ta có tổng chập rời rạc:

$$p(nT) = \sum_{k=-N}^N w_k c(n - k)T \quad (2.95)$$

Chú ý là dãy $p(nT)$ dài hơn dãy $c(nT)$.

Để loại bỏ ISI phải thoả mãn tiêu chuẩn Nyquist với T dùng thay cho T_b . Giả thiết $p(0) = 1$ Và thoả mãn:

$$p(nT) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (2.96)$$

Song chỉ có $2N + 1$ hệ số có thể điều chỉnh được trong bộ lọc nên thay bằng:

$$p(nT) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N \end{cases} \quad (2.97)$$

Để đơn giản ký hiệu ta viết $c_n = c(nT)$ sau đó viết lại tổng chập rời rạc ta có:

$$\sum_{k=-N}^N w_k c_{n-k} = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N \end{cases} \quad (2.98)$$

Trong dạng ma trận ta viết:

$$\begin{bmatrix} c_0 & \dots & c_{-N+1} & c_{-N} & c_{-N-1} & \dots & c_{-2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{N-1} & \dots & c_0 & c_{-1} & c_{-2} & \dots & c_{-N-1} \\ c_N & & c_1 & c_0 & c_{-1} & & c_{-N} \\ c_{N+1} & & c_2 & c_1 & c_0 & & c_{-N+1} \\ \dots & & \dots & \dots & \dots & & \dots \\ c_{2N} & \dots & c_{N+1} & c_N & c_{N-1} & \dots & c_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{-N} \\ \dots \\ w_{-1} \\ w_0 \\ w_1 \\ \dots \\ w_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.99)$$

Bộ cân bằng kiểu này gọi là bộ cân bằng ép về không, bộ này là tối ưu theo nghĩa tối thiểu các đỉnh méo. Nó tương đối đơn giản để thực hiện. N càng dài càng gần với tiêu chuẩn Nyquist. Từ hệ phương trình tuyến tính trên có thể giải ra các trọng số của bộ lọc.

Ví dụ:

Đáp ứng xung đo được $c(t)$ có dạng:

$$\begin{aligned} c(0) &= 1 & c(1) &= -0,3 & c(2) &= 0,1 \\ c(-1) &= -0,2 & c(-2) &= 0,05 \end{aligned}$$

Thiết kế bộ cân bằng 3 đoạn ($N = 1$).

Giải: thay vào phương trình ma trận trên:

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,2 & 0,05 \\ -0,3 & 1 & -0,2 \\ 0,1 & -0,3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{-1} \\ w_0 \\ w_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

Ta có nghiệm là $w_{-1} = 0,21$; $w_0 = 1,13$; $w_1 = 0,318$.

2.11. Cân bằng thích nghi

Giải pháp trên thực hiện tốt khi ta biết các hệ số c_i của hệ thống truyền bằng cách lấy mẫu. Trong kênh viễn thông tính chất kênh thay đổi theo thời gian. Ví dụ trong mạng điện thoại chuyển mạch có hai yếu tố góp phần làm méo xung trên các đường có kết nối khác nhau, đó là:

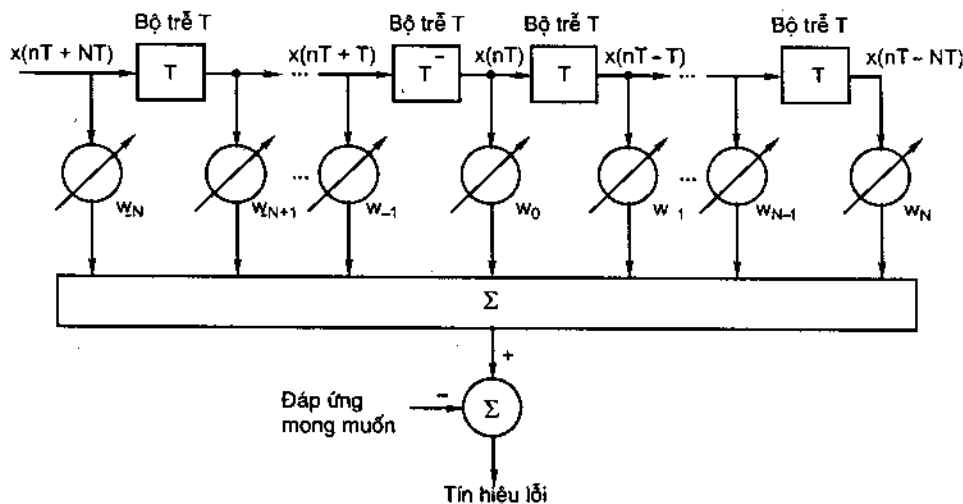
– Khác nhau về đặc trưng truyền trên các đường nối khác nhau, các kết nối lại có thể chuyển mạch cùng lúc.

– Khác nhau về số đường nối.

Kết quả là kênh điện thoại ngẫu nhiên mang một số đặc trưng xác định. Sử dụng bộ cân bằng cố định dựa trên đặc trưng trung bình của kênh lúc này không làm giảm được ISI, mà cần đến bộ cân bằng thích nghi, tự hiệu chỉnh liên tục hệ số theo đặc trưng thay đổi của kênh. Cân bằng thích nghi có hai loại: cân bằng trước kênh tại bộ phát và cân bằng sau kênh tại bộ thu. Vì rằng loại thứ nhất cần có kênh phản hồi nên ta chỉ xét loại thứ hai phù hợp với thực tế hơn. Để thực hiện loại hai, trước khi phát dữ liệu cần huấn luyện bộ lọc theo hướng dẫn của một dãy huấn luyện.

Một kênh điện thoại thông thường ít thay đổi trong thời gian cuộc gọi trung bình, nên một phép cân bằng trước cuộc gọi với một dãy huấn luyện là đủ trong đa số trường hợp trên thực tế.

Ở đây ta nghiên cứu bộ cân bằng thích nghi là bộ lọc trễ đường (hình 2.26). Chúng đồng bộ theo nghĩa là khoảng cách trễ bằng độ dài ký hiệu T . Bộ cân bằng này dễ thực hiện và khá hiệu quả.



Hình 2.26. Các phần tử của bộ lọc thích nghi

Thuật toán tối thiểu bình phương trung bình

Phương trình:

$$y_n = \sum_{k=-N}^N w_k x_{n-k} \quad (2.101)$$

diễn tả liên hệ lỗi vào và lỗi ra của bộ cân bằng. Giả sử các dãy lỗi vào có năng lượng hữu hạn. Thích nghi có thể đạt được khi quan sát lỗi (sai khác) giữa dạng xung mong muốn và dạng xung thực tế tại lỗi ra bộ lọc đo tại thời điểm lấy mẫu. Lỗi này sẽ ước lượng hướng mà theo đó các hệ số bộ lọc phải thay đổi hướng tới tập giá trị tối ưu. Để thích nghi ta dùng tiêu chuẩn méo đỉnh. Để tối thiểu méo đỉnh, định nghĩa như là trường hợp ISI tồi nhất tại lỗi ra bộ cân bằng, có thể dùng tiêu chuẩn ép về không như mô tả ở mục trước. Tuy nhiên bộ cân bằng như vậy chỉ tối ưu khi méo đỉnh tại lỗi vào nhỏ hơn 100% (tức là ISI không quá mạnh). Cũng có thể dùng tiêu chuẩn lỗi bình phương trung bình, một phương pháp rất phổ biến hiện nay. Kiểu này ít nhạy với xáo động thời gian hơn tiêu chuẩn méo đỉnh.

Giả sử lỗi $e_n = a_n - y_n$ với a_n là đáp ứng mong muốn và y_n là đáp ứng thực tại thời điểm n . Lỗi bình phương trung bình được gọi là hàm đánh giá:

$$\zeta = E[e_n^2] \quad (2.102)$$

Nhờ hàm này, ta có thể tìm được điều kiện hoạt động tốt nhất của bộ cân bằng.

Đạo hàm của hàm đánh giá theo trọng số w_k có thể viết:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial w_k} = 2E \left[e_n \frac{\partial e_n}{\partial w_k} \right] = -2E \left[e_n \frac{\partial y_n}{\partial w_k} \right] = -2E[e_n x_{n-k}] \quad (2.103)$$

Trung bình ở vế phải là tương quan chéo giữa tín hiệu lỗi e_n và tín hiệu vào x_n với lệch k mẫu:

$$R_{ex}(k) = E[e_n x_{n-k}] \quad (2.104)$$

Ta viết lại:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial w_k} = -2R_{ex}(k) \quad (2.105)$$

Điều kiện tối ưu là lỗi bình phương trung bình tối thiểu:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial w_k} = 0 \quad (2.106)$$

đối với $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$. Điều kiện này tương đương với $R_{ex}(k) = 0$ với $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$.

Kết quả quan trọng này được hiểu như nguyên lý trực giao: Tín hiệu trực giao với ồn.

Hàm bình phương trung bình lỗi là hàm bậc 2 của các tham số trọng số. Giống như bề mặt một chiếc bát nhiều chiều, tức là hàm parabolic của các trọng số. Quá trình thích nghi là sự điều chỉnh liên tiếp các hệ số để tìm đáy bát. Tại điểm duy nhất này lỗi bình phương trung bình sẽ tối thiểu. Do vậy hiệu chỉnh các trọng số sẽ theo hướng hạ thấp độ dốc của bề mặt lỗi (tức là theo hướng đối diện với vectơ gradient $\frac{\partial \zeta}{\partial w_k}$, $-N \leq k \leq N$).

Điều này sẽ dẫn đến lỗi bình phương trung bình tối thiểu. Đây là ý tưởng cơ bản của thuật toán giảm độ dốc, mô tả bằng công thức đệ quy:

$$w_k(n+1) = w_k(n) - \frac{1}{2} \mu \frac{\partial \zeta}{\partial w_k} \quad \text{với } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N \quad (2.107)$$

Ở đó μ là hằng số dương nhỏ, gọi là tham số kích cỡ bước. Nhân tử $1/2$ để triệt nhân tử hai trong phương trình đạo hàm. Chỉ số n là số bước lặp.

Sử dụng phương trình tương quan chéo:

$$w_k(n+1) = w_k(n) + \mu R_{ex}(k) \quad (2.108)$$

Thuật toán giảm độ dốc yêu cầu biết về hàm tương quan chéo. Tuy nhiên điều này không có sẵn trong môi trường không biết trước. Ta có thể vượt qua khó khăn này bằng một ước lượng đồng thời hàm tương quan chéo $R_{ex}(k)$. Cụ thể trên cơ sở phương trình ta có thể dùng ước lượng sau:

$$\hat{R}_{ex} = e_n - x_{n-k} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N \quad (2.109)$$

Theo cách tương ứng ta dùng ước lượng $\hat{w}_k(n)$ vào vị trí $w_k(n)$. Thực chất việc dùng ước lượng này là xấp xỉ thuật toán giảm độ dốc. Ta biểu diễn công thức đệ quy mới để cập nhật trọng số của bộ cân bằng:

$$\hat{w}_k(n+1) = \hat{w}_k(n) + \mu e_n x_{n-k} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N \quad (2.110)$$

Thuật toán này gọi là thuật toán bình phương trung bình tối thiểu LMS, n như là phép lặp trước đó, $\hat{w}_k(n)$ là giá trị cũ của trọng số, còn $\mu e_n x_{n-k}$ là hiệu chỉnh cho trọng số cập nhật. Thuật toán LMS là một ví dụ của hệ phản hồi ngược (minh họa trên hình 2.27), vì vậy có thể thuật toán phân kỳ (tức là bộ cân bằng không ổn định) và tính hội tụ của LMS là khó phân tích. Tuy nhiên bằng cách cho μ những giá trị nhỏ ta thấy sau một số lớn bước lặp tính chất của thuật toán LMS là tương tự với thuật toán giảm độ dốc, trong đó dùng đạo hàm chứ không phải ước lượng ổn để tính các trọng số.

Có thể đơn giản công thức LMS bằng các ký hiệu ma trận:

$$\mathbf{x}_n = [x_{n+N}, \dots, x_{n+1}, x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-N}]^T \quad (2.111)$$

$$\hat{\mathbf{w}}_n = [\hat{w}_{-N}(n), \dots, \hat{w}_{-1}(n), \hat{w}_0(n), \hat{w}_1(n), \dots, \hat{w}_N(n)]^T \quad (2.112)$$

Dùng ký hiệu ma trận:

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{x}_n^T \hat{\mathbf{w}}_n \quad (2.113)$$

Về phải là tích vô hướng của hai vectơ. Có thể tóm tắt thuật toán LMS như sau:

1. Khởi phát đặt $\hat{\mathbf{w}}_1 = 0$ (tức là đặt tất cả các trọng số của bộ cân bằng bằng không tại $n = 1$ hay $t = T$).

2. Đối với $n = 1, 2, \dots$ Tính $\mathbf{y}_n = \mathbf{x}_n^T \hat{\mathbf{w}}_n$ (2.114)

$$\mathbf{e}_n = \mathbf{a}_n - \mathbf{y}_n \quad (2.115)$$

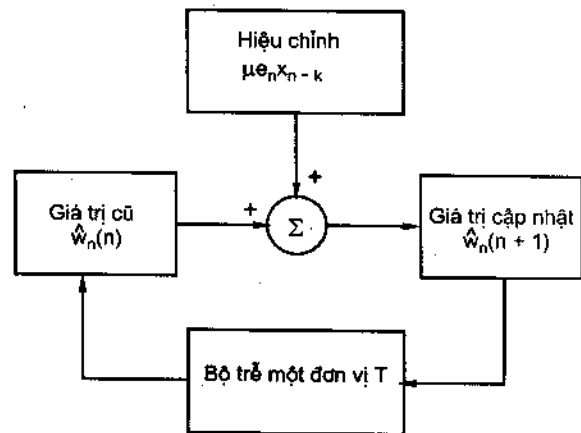
$$\hat{\mathbf{w}}_{n+1} = \hat{\mathbf{w}}_n + \mu \mathbf{e}_n \mathbf{x}_n \quad (2.116)$$

μ là tham số kích cỡ bước.

3. Tiếp tục tính cho đến khi điều kiện ổn định đạt được.

Phép toán của bộ cân bằng

Có hai pha tính toán cho bộ cân bằng thích nghi, đó là pha huấn luyện và pha quyết định trực tiếp. Trong pha huấn luyện: một dãy biết trước được truyền qua kênh và một phiên bản đồng bộ giống như vậy được tạo ra tại bộ thu. Sau khi làm trễ bằng thời gian trễ truyền dây phiên bản được cấp lên bộ cân bằng như đáp ứng mong muốn (tham chiếu) để so sánh với chính dãy đó sau khi truyền qua kênh và đi qua bộ cân bằng. Dãy huấn luyện dùng trên thực tế là dãy PN.



Hình 2.27. Biểu diễn đồ thị dòng tín hiệu của thuật toán LMS

Khi quá trình huấn luyện kết thúc bộ cân bằng chuyển sang pha thứ hai: pha quyết định trực tiếp. Trong pha này sai số mắc phải là:

$$e_n = \hat{a}_n - y_n \quad (2.117)$$

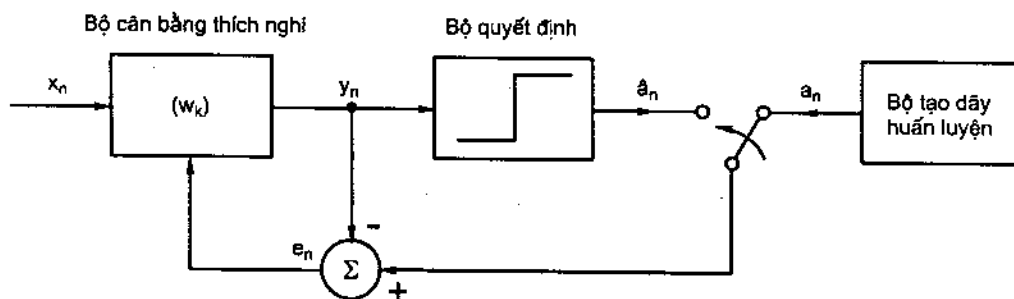
Ở đó y_n là lỗi ra bộ cân bằng, $\hat{a}_n$ là ước lượng sau cùng (không cần thiết như chính xác của ký hiệu a_n). Trong phép toán thông thường, quyết định tại bộ thu là chính xác với xác suất cao. Điều này có nghĩa là ước lượng lỗi chính xác trong hầu hết thời gian.

Bộ cân bằng thích nghi bám vào sự thay đổi chậm của kênh trong pha quyết định trực tiếp. Khi μ lớn, bộ cân bằng có khả năng bám nhanh hơn tuy nhiên có thể gây nên lỗi bình phương trung bình *quá mức* không chấp nhận được, vì vậy thực tế phải lựa chọn μ thích hợp.

Phương pháp thực hiện

Ưu điểm cơ bản của thuật toán LMS là dễ thực hiện. Phương pháp thực hiện LMS có thể chia thành ba loại:

– Phương pháp tương tự, dựa trên công nghệ CCD (linh kiện tạo cặp điện tích). Mạch cơ bản là một dãy transistor với cực máng và nguồn nối tiếp. Các cực máng được ghép theo kiểu điện dung với cổng. Tập các trọng số có thể điều chỉnh, được lưu trong các vị trí nhớ số. Phép nhân của các giá trị mẫu tương tự với các trọng số, thực hiện theo cách tương tự. Phương pháp này có tiềm năng áp dụng khi tốc độ dữ liệu là quá cao cho các ứng dụng số (hình 2.28).



Hình 2.28. Minh họa hai pha hoạt động của bộ cân bằng thích nghi

– Ứng dụng số trong phần cứng: lỗi vào bộ cân bằng, trước hết được lấy mẫu sau đó được lượng tử và lưu trong các thanh ghi dịch. Tập các trọng số hiệu chỉnh cũng được lưu trong các thanh ghi. Các mạch logic được dùng để thực hiện các phép toán số học (nhân và tích lũy).

– Dùng bộ vi xử lý số lập trình được. Ưu điểm của phương pháp này là cùng một phần cứng có thể dùng chung cho nhiệm vụ nhân, lọc, điều chế và giải điều chế trong modem.

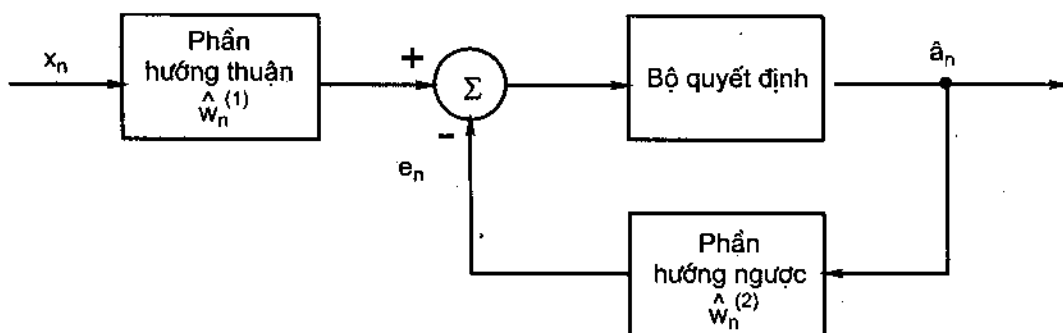
Cân bằng phản hồi quyết định (hình 2.29)

Xét kênh băng cơ sở có đáp ứng xung được biểu diễn bằng dãy h_n với $h_n = h(nT)$. Với dãy vào kênh là x_n , khi không có ồn lỗi ra là:

$$y_n = \sum_k h_k x_{n-k} = h_0 x_n + \sum_{k<0} h_k x_{n-k} + \sum_{k>0} h_k x_{n-k} \quad (2.118)$$

Số hạng đầu biểu diễn ký hiệu dữ liệu mong muốn. Số hạng thứ hai và thứ ba xảy ra trước và sau mẫu cơ bản h_0 . Ý tưởng của cân bằng phản hồi quyết định là *dùng quyết định dữ liệu trước con trỏ để hiệu chỉnh sau con trỏ*. Nếu điều kiện này thoả mãn, bộ cân bằng phản hồi có thể cải thiện hiệu suất của bộ cân bằng đường trễ.

Một bộ cân bằng phản hồi quyết định gồm một phần hướng thuận (tiền), một phần hướng ngược (lùi), và một bộ quyết định.



Hình 2.29. Sơ đồ khối của bộ cân bằng phản hồi quyết định

Phần hướng thuận gồm bộ lọc trễ đường, các nút của nó cách nhau một khoảng bằng nghịch đảo tốc độ truyền tín hiệu. Dãy dữ liệu cần cân bằng cấp lên phần này. Phần hướng ngược gồm một bộ lọc trễ đường khác, các nút của nó cũng cách nhau một khoảng thời gian bằng nghịch đảo tốc độ tín hiệu. Lỗi vào phần hướng ngược là quyết định của ký hiệu tách trước. Chức năng của phần hướng ngược là trừ phần ISI tạo nên bởi ký hiệu đã tách trước đó vào ước lượng của mẫu tương lai.

Chú ý là việc thêm phần hướng ngược làm bộ cân bằng trở thành phi tuyến. Tuy nhiên tiêu chuẩn lỗi bình phương trung bình có thể dùng để tối ưu toàn bộ cân bằng phản hồi quyết định. Thực chất thuật toán LMS có thể dùng thích nghi cả cho trọng số tiến và lùi dựa trên tín hiệu lỗi chung. Để cụ thể, ta giả sử vectơ c_n ký hiệu tổ hợp các trọng số tiến và lùi:

$\mathbf{c}_n = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{w}}_n^{(1)} \\ \hat{\mathbf{w}}_n^{(2)} \end{bmatrix}$ Ở đó $w_n^{(1)}$ ký hiệu trọng số của phần tiến, $w_n^{(2)}$ là trọng số của phần lùi. Ký

hiệu véctor $\mathbf{v}_n$ tổ hợp những mẫu lỗi vào của cả hai phần.

$\mathbf{v}_n = \begin{bmatrix} x_n \\ \hat{a}_n \end{bmatrix}$ Ở đó x_n là các mẫu lỗi vào phần tiến, $\hat{a}_n$ là những mẫu lỗi vào phần lùi.

Lỗi chung được tính:

$$\mathbf{e}_n = \mathbf{a}_n - \mathbf{c}_n^T \mathbf{v}_n \quad (2.119)$$

Ở đó T ký hiệu ma trận chuyển vị và $\mathbf{a}_n$ biểu diễn cực của ký hiệu nhị phân truyền thứ n . Thuật toán LMS cho bộ cân bằng quyết định ngược được mô tả bằng các phương trình cập nhật:

$$\hat{\mathbf{w}}_{n+1}^{(1)} = \hat{\mathbf{w}}_n^{(1)} + \mu_1 \mathbf{e}_n x_n \quad (2.120)$$

$$\hat{\mathbf{w}}_{n+1}^{(2)} = \hat{\mathbf{w}}_n^{(2)} + \mu_2 \mathbf{e}_n x_n \quad (2.121)$$

Cân bằng phản hồi quyết định cung cấp hoạt động hiệu quả khi có mặt ISI vừa phải, như kênh fading vô tuyến.

Bài tập

Tín hiệu PAM rời rạc

1. Cấu tạo dạng NRZ lưỡng cực cho dãy nhị phân 011010110. Tìm dạng RZ của nó.
2. Cho dãy nhị phân 011010110. Cấu tạo dạng cực 8 mức NRZ dùng:
 - a) Mã tự nhiên;
 - b) Mã Gray.

Phổ công suất của PAM rời rạc

3. Chứng tỏ rằng đối với dạng lưỡng cực (bipolar) hàm tự tương quan $R_A(n) = 0$ với $n > 1$ biết rằng các bit của dãy nhị phân là ngẫu nhiên độc lập và xác suất bằng nhau.
4. Xác định mật độ phổ công suất của hai dãy.
 - a) Dạng đơn cực RZ;
 - b) Dạng cực RZ.

Cân nhiễu giữa các ký hiệu

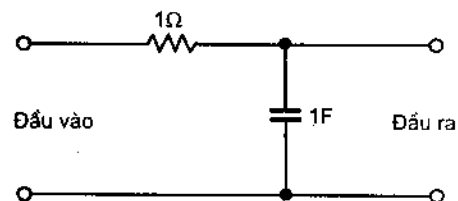
5. Dây tuần hoàn 1,0 cấp lên bộ lọc thông thấp RC (hình 2.30).

Lỗi ra của bộ lọc được lấy mẫu tại chính giữa khoảng ký hiệu và sau đó so sánh với ngưỡng không để quyết định là 0 hay 1. Hãy cấu tạo dãy nhị phân theo 3 giá trị độ dài bit:

- a) $T_b = 5\text{s}$; b) $T_b = 1\text{s}$; c) $T_b = 0,25\text{s}$

Tiêu chuẩn Nyquist cho truyền không méo

6. Dạng xung toàn thể $p(t)$ cho hệ PAM nhị phân là: $p(t) = \text{sinc}(t/T_b)$. Vẽ dạng sóng lỗi ra của bộ lọc khi lỗi vào là 001101001.
7. Một máy tính cho dãy nhị phân ra với tốc độ 56kbps và phát dùng hệ PAM nhị phân thiết kế theo phổ cosin tăng. Xác định độ rộng băng truyền ứng với các trường hợp: a) $\alpha = 0,25$; b) $\alpha = 0,5$; c) $\alpha = 0,75$; d) $\alpha = 1,0$.



Hình 2.30.

8. Một sóng PAM nhị phân được truyền qua kênh thông thấp với độ rộng cực đại 75kHz. Độ dài bit là $10\mu s$. Tìm phổ cosin tăng thoả mãn yêu cầu này.
9. Một tín hiệu tương tự được lấy mẫu, lượng tử và mã hoá thành PCM có tốc độ lấy mẫu 8kHz, số mức biểu diễn lượng tử 64. PCM được truyền qua kênh băng cơ sở dùng PAM nhị phân. Xác định độ rộng băng tối thiểu để truyền PCM.

Mã tương quan

10. Dữ liệu nhị phân 001101001 được cấp lên hệ nhị phân kép.
- a) Cấu tạo lỗi ra bộ mã nhị phân kép và lỗi ra bộ thu tương ứng khi không cần bộ mã trước.
 - b) Giả sử do lỗi trong khi truyền, mức tại lỗi vào bộ thu tạo bởi số thứ hai giảm đến không. Hãy tạo lỗi ra bộ thu mới.
11. Dãy nhị phân 011100101 cấp lên lỗi vào hệ nhị phân kép sửa đổi.
- a) Cấu tạo lỗi ra bộ mã nhị phân kép sửa đổi và lỗi ra bộ thu tương ứng khi không có bộ mã trước.
 - b) Giả sử do lỗi trong quá trình truyền, mức tạo bởi số thứ 3 giảm đến không. Cấu tạo lỗi ra bộ thu mới.

Hệ thống PAM M mức

12. Lập lại bài 9. Giả sử mỗi xung truyền PCM cho phép số mức biên độ sau:
- a) $M = 4$; b) $M = 8$.

Trong truyền tin số băng cơ sở, dữ liệu chuyển thành các tín hiệu PAM rồi rạc truyền trực tiếp trên kênh thông thấp. Vấn đề chính là *tạo dạng xung* (phối hợp cả bộ lọc nơi phát và nơi thu) để kiểm soát ISI.

Khi xét đến truyền tin số băng thông dải, dòng dữ liệu sẽ được điều chế lên sóng mang (giá trị tần số sóng mang này tùy theo tính chất của kênh truyền). Vấn đề chính ở đây là *thiết kế tối ưu bộ thu* để làm tối thiểu xác suất lỗi ký hiệu khi có ồn. Điều này không có nghĩa là ồn không ảnh hưởng đến truyền xung băng cơ sở, cũng như không có nghĩa ISI không ảnh hưởng đến truyền tin số băng thông dải. Đây chỉ là hai vấn đề nổi bật trong hai phạm vi truyền dẫn.

PSK (khóa dịch pha) và FSK (khóa dịch tần) không sợ tính phi tuyến về biên độ của kênh truyền nên trong truyền tin số băng thông dải, chúng hay được sử dụng hơn ASK (khóa dịch biên độ). Điều này thể hiện đặc biệt trong thông tin vệ tinh, hay vi ba. Các vấn đề sẽ được phân tích kỹ ở đây là: *Thiết kế tối ưu bộ thu* để có ít lỗi, *tính xác suất lỗi ký hiệu trung bình* trong kênh có ồn và *xác định tính chất phổ của tín hiệu điều chế*. Hai trường hợp điển hình được xem xét là kỹ thuật *đồng bộ* (bộ thu bám pha với ký hiệu đến) và kỹ thuật *không đồng bộ* (tức là không có đồng bộ pha giữa bộ thu và ký hiệu đến). Để chuẩn bị cho việc phân tích và đánh giá các kỹ thuật nói trên ta nêu ra trước hết lý thuyết tổng quát về không gian tín hiệu.

3.1. Mô hình hệ truyền tin số thông dải

Giả sử m_i là một ký hiệu thuộc tập M ký hiệu của bản tin. m_i sẽ được truyền trong thời gian T và có xác suất xuất hiện giả sử là $p_i = P(m_i) = 1/M$.

Để tạo ra tín hiệu truyền, m_i được đưa vào *bộ tạo vectơ* (mã hoá ký hiệu truyền) ứng với vectơ N chiều: $s_i = (s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{iN})$ với $N \leq M$. Tức là tín hiệu truyền được coi là một vectơ trong không gian có hệ cơ sở N chiều (hình 3.2).

Các thành phần của vectơ được đưa vào bộ điều chế tạo nên tín hiệu $s_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, M$) có độ dài T giây. Tín hiệu này có năng lượng hữu hạn:

$$E_i = \int_0^T s_i^2(t) dt \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.1)$$

Và $s_i(t)$ còn gọi là điểm tín hiệu trong không gian M tín hiệu.

Kênh truyền giả sử có hai tính chất:

1. Tuyến tính, độ rộng băng đủ lớn để không làm méo $s_i(t)$.
2. Kênh có ồn Gauss cộng tính, trung bình không và dừng (AWGN) (giả thiết này ứng với kênh điển hình trên thực tế).

Tín hiệu sau khi qua kênh sẽ là:

$$x(t) = s_i(t) + w(t) \quad 0 \leq t \leq T$$

Bộ thu quan sát $x(t)$ trong thời gian T giây, để ước lượng tốt nhất $s_i(t)$ tương ứng với m_i . Nhiệm vụ này được chia làm hai bước:

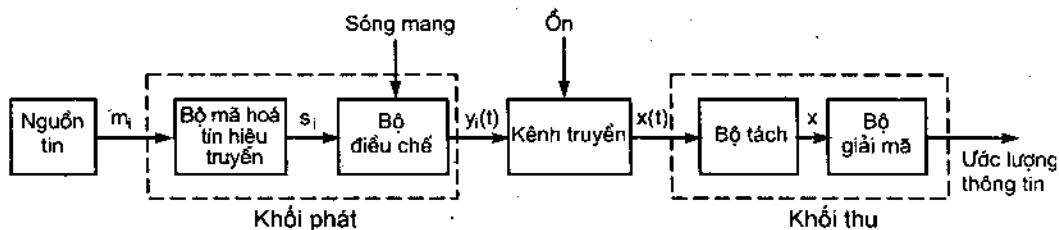
– Bước đầu là bộ tách (còn gọi là giải điều chế): tách được các thành phần của véc tơ $x(t)$. Do quá trình ngẫu nhiên của ồn nên $x(t)$ cũng là véc tơ của biến ngẫu nhiên X .

– Bước hai gọi là *giải mã tín hiệu truyền* tạo nên một ước lượng $\hat{m}_i$ khi quan sát véc tơ nhận được x (coi rằng đã biết dạng điều chế cùng với xác suất tiên nghiệm ở bên phát $p_i = P(m_i)$).

Do ồn có tính thống kê nên việc *quyết định* cũng có bản chất thống kê (thình thoảng có lỗi). Yêu cầu thiết kế bộ thu phải làm sao tối thiểu xác suất trung bình của lỗi.

$$P_e = \sum_{i=1}^M P(\hat{m} \neq m_i) P(m_i) \quad (3.2)$$

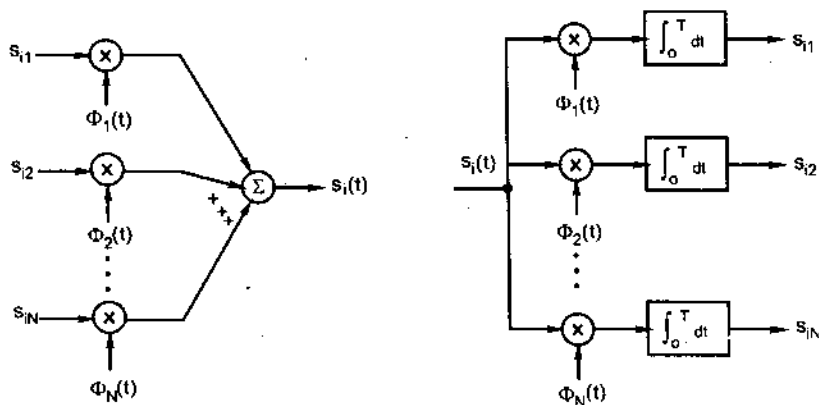
Ngoài ra bộ thu nói chung còn được phân loại thành thu đồng bộ và không đồng bộ:



Hình 3.1. Mô hình hệ truyền tin số băng cơ sở

3.2. Quy trình trực giao hoá Gram–schmidt

Nhiệm vụ chuyển bản tin m_i ($i = 1, 2, \dots, M$) thành tín hiệu được điều chế (tín hiệu mang thông tin) $s_i(t)$ gồm hai phép toán thời gian rời rạc và phép toán thời gian liên tục.



Hình 3.2. a) Sơ đồ phát tín hiệu $s_i(t)$; b) Sơ đồ phát tập các hệ số $\{s_{ij}\}$

Hai phép toán này cho phép biểu diễn một tập M tín hiệu năng lượng $\{s_i(t)\}$ như một tổ hợp tuyến tính của N hàm trực giao cơ sở:

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N s_{ij} \phi_j(t) \quad 0 \leq t \leq T; \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (\text{phép toán rời rạc}) \quad (3.3)$$

Với
$$\int_0^T \phi_i(t) \phi_j(t) dt = \begin{cases} 1 & \text{nếu } i = j \\ 0 & \text{nếu } i \neq j \end{cases} \quad (\text{điều kiện chuẩn hoá và trực giao}) \quad (3.4)$$

Ta sẽ có:
$$s_{ij} = \int_0^T s_i(t) \phi_j(t) dt \quad (\text{phép toán liên tục}) \quad (3.5)$$

Các hệ số s_{ij} được coi như toạ độ của vectơ N chiều $s_i(t)$. Khi cho các toạ độ này ở lối vào bộ tạo tín hiệu có thể tạo nên tín hiệu $s_i(t)$. Sơ đồ trên hình 3.2a có thể coi như bộ điều chế bên phát.

Ngược lại khi cho tín hiệu $s_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, M$) đi vào một dãy các bộ nhân và tích phân (còn gọi là bộ tương quan) có thể tính được các hệ số s_{ij} theo sơ đồ (hình 3.2b). Sơ đồ này được gọi là bộ tách hay giải điều chế bên thu.

Như vậy việc điều chế và giải điều chế có thể coi như việc tổng hợp phân tích tín hiệu thông qua các hàm cơ sở. Vấn đề cốt lõi là xác định các hàm cơ sở từ tập M tín hiệu định sử dụng, đây cũng chính là cơ sở cho việc thiết kế bộ thu và phát. Quá trình tìm các hàm cơ sở này đã được Gram–schmidt nêu ra như là quá trình trực giao hoá như sau: Trước hết ta xác định hàm cơ sở thứ nhất (từ tín hiệu thứ nhất) là:

$$\phi_1(t) = \frac{s_1(t)}{\sqrt{E_1}} \quad (3.6)$$

Ở đó E_1 là năng lượng của $s_1(t)$.

Khi đó:

$$s_1(t) = \sqrt{E_1} \phi_1(t) = s_{11} \phi_1(t). \quad (3.7)$$

Tiếp đó ta tính:

$$s_{21} = \int_0^T s_2(t) \phi_1(t) dt \quad (3.8)$$

và đưa ra hàm trung gian $g_2(t) = s_2(t) - s_{21} \phi_1(t)$ (3.9)

hàm này trực giao với $\phi_1(t)$ trên khoảng $0 \leq t \leq T$. Bây giờ ta xác định hàm cơ sở thứ hai:

$$\phi_2(t) = \frac{g_2(t)}{\sqrt{\int_0^T g_2^2(t) dt}} \quad (3.10)$$

Thay vào các phương trình trên và rút gọn ta có:

$$\phi_2(t) = \frac{s_2(t) - s_{21} \phi_1(t)}{\sqrt{E_2 - s_{21}^2}} \quad (3.11)$$

Ở đó E_2 là năng lượng của $s_2(t)$ và rõ ràng là:

$$\int_0^T \phi_2^2(t) dt = 1 \text{ và } \int_0^T \phi_1(t) \phi_2(t) dt = 0 \quad (3.12)$$

Tiếp tục quy trình này có thể tính:

$$g_i(t) = s_i(t) - \sum_{j=1}^{i-1} s_{ij} \phi_j(t) \quad \text{Ở đó } s_{ij} = \int_0^T s_i(t) \phi_j(t) dt \quad j = 1, 2, \dots, i-1 \quad (3.13)$$

Khi đó có thể xác định tập hàm cơ sở:

$$\phi_i(t) = \frac{g_i(t)}{\sqrt{\int_0^T g_i^2(t) dt}} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.14)$$

Theo quy trình trực giao hoá nói trên có thể thấy:

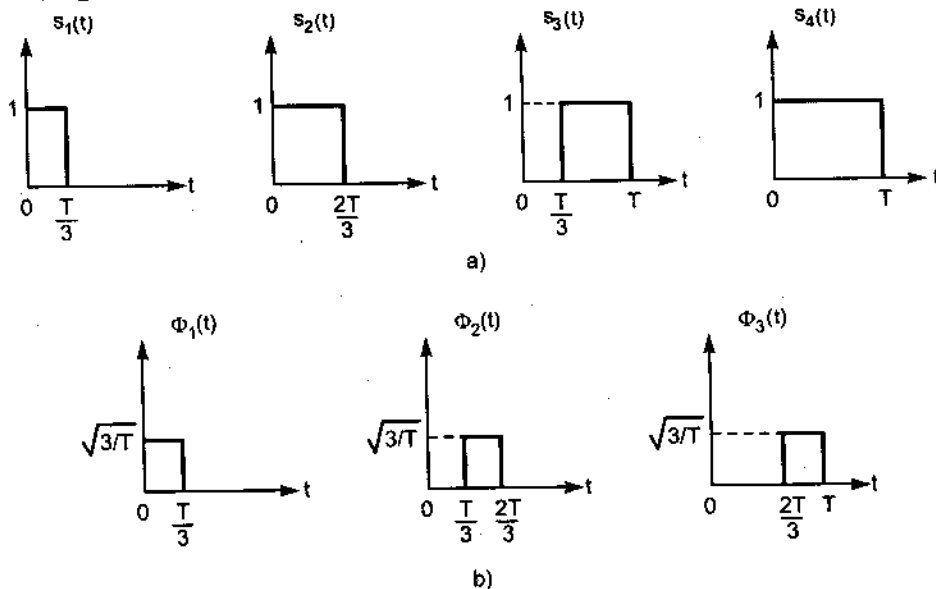
- Khi $s_i(t)$ là tập M tín hiệu độc lập tuyến tính thì $N = M$
- Khi $s_i(t)$ là tập M tín hiệu không độc lập tuyến tính thì $N < M$ và các hàm trung gian $g_i(t) = 0$ khi $i > N$.

Chú ý rằng khai triển chuỗi Fourier theo các tín hiệu tuần hoàn hay biểu diễn một tín hiệu bằng giới hạn theo các mẫu của nó tại tốc độ Nyquist là những trường hợp riêng của quy trình trên, tuy nhiên có hai khác biệt quan trọng cần nói rõ:

- Dạng các hàm cơ sở $\phi_i(t)$ $i = 1, 2, \dots, N$ ở quy trình trên là không xác định tức là ta không hạn chế quy trình trực giao theo hàm sin hay hàm sinc.
- Khai triển tín hiệu $s_i(t)$ theo quy trình trên gồm một số *hữu hạn* các số hạng không phải là một xấp xỉ mà là một biểu diễn chính xác.

Ví dụ:

Cho các tín hiệu $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$, $s_4(t)$ trên hình 3.3. Dùng quy trình Gram–Schmidt để tìm các hàm trực giao chuẩn hoá cơ sở của các tín hiệu này:



Hình 3.3. a) Tập các tín hiệu sẽ được trực giao hoá; b) Kết quả các hàm trực giao

Bước 1. Năng lượng của $s_1(t)$ là:

$$E_1 = \int_0^T s_1^2(t) dt = \int_0^{T/3} (1)^2 dt = T/3 \quad (3.15)$$

Hàm cơ sở đầu tiên sẽ là:

$$\phi_1(t) = \frac{s_1(t)}{\sqrt{E_1}} = \begin{cases} \sqrt{3/T} & 0 \leq t \leq T/3 \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (3.16)$$

Bước 2: Tính:

$$s_{21} = \int_0^T s_2(t) \phi_1(t) dt = \int_0^{T/3} (1) \left(\sqrt{\frac{3}{T}} \right) dt = \sqrt{\frac{T}{3}} \quad (3.17)$$

Năng lượng của

$$s_2(t) \text{ là: } E_2 = \int_0^T s_2^2(t) dt = \int_0^{2T/3} (1)^2 dt = 2T/3 \quad (3.18)$$

Hàm cơ sở thứ hai sẽ được tính:

$$\phi_2(t) = \frac{s_2(t) - s_{21}\phi_1(t)}{\sqrt{E_2 - s_{21}^2}} = \begin{cases} \sqrt{3/T} & T/3 \leq t \leq 2T/3 \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (3.19)$$

Bước 3: Tính:

$$s_{31} = \int_0^T s_3(t) \phi_1(t) dt = 0 \quad (3.20)$$

$$s_{32} = \int_0^T s_3(t) \phi_2(t) dt = \int_{T/3}^{2T/3} (1) \left(\sqrt{\frac{3}{T}} \right) dt = \sqrt{\frac{T}{3}} \quad (3.21)$$

Vì vậy:

$$g_3(t) = s_3(t) - s_{31}\phi_1(t) - s_{32}\phi_2(t) = \begin{cases} \sqrt{3/T} & 2T/3 \leq t \leq T \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (3.22)$$

Hàm cơ sở thứ ba sẽ là:

$$\phi_3(t) = \frac{g_3(t)}{\sqrt{\int_0^T g_3^2(t) dt}} = \begin{cases} \sqrt{3/T} & 2T/3 \leq t \leq T \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (3.23)$$

Cuối cùng với $i = 4$ ta có $g_4(t)$ bằng không, quá trình trực giao kết thúc với $M = 4, N = 3$.

3.3. Ý nghĩa hình học của tín hiệu

Mỗi tín hiệu trong tập $\{s_i(t)\}$ được xác định như một vectơ với các toạ độ của nó. Mở rộng ra: tập M tín hiệu như tập M điểm trong không gian Euclid N chiều với N trục vuông góc.

Trong không gian Euclid N chiều có thể biểu diễn độ dài vectơ và góc giữa chúng:

$$\cos \theta_{ij} = \frac{s_i^T s_j}{\|s_i\| \|s_j\|} \quad (3.24)$$

Chú ý: Năng lượng của tín hiệu bằng bình phương độ dài vectơ biểu diễn chúng. Thật vậy:

$$E_i = \int_0^T s_i^2(t) dt = \int_0^T \left[\sum_{j=1}^N s_{ij} \phi_j(t) \right] \left[\sum_{k=1}^N s_{ik} \phi_k(t) \right] dt = \sum_{j=1}^N s_{ij}^2 \quad (3.25)$$

3.4. Đáp ứng của các bộ tương quan đối với lỗi vào có ồn (sau kênh)

Gọi $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ là vectơ các biến ngẫu nhiên tại lối ra các bộ tương quan (với các hàm cơ sở). Do có ồn trên kênh và các tọa độ trực giao nên các thành phần của vectơ là độc lập thống kê có trung bình là s_{ij} và phương sai $N_0/2$. Do đó ta có thể biểu diễn hàm mật độ xác suất điều kiện X ứng với $s_i(t)$ được truyền bằng tích các hàm mật độ xác suất có điều kiện của các thành phần trong vectơ:

$$f_x(x|m_i) = \prod_{j=1}^N f_{x_j}(x_j|m_i). \quad (3.26)$$

Ở đó vectơ x và thành phần vô hướng x_j là các giá trị mẫu của vectơ ngẫu nhiên X và biến ngẫu nhiên X_j . Hàm mật độ xác suất có điều kiện cho mỗi lần truyền m_i gọi là hàm hợp lý (Likelihood function) sẽ *đặc trưng cho kênh có ồn*. Với một cách khác, kênh thoả mãn tính chất trên gọi là kênh không nhớ (hình 3.4).

Tính chất thống kê của lối ra các bộ tương quan sẽ được diễn tả như sau:

Do mỗi biến Gauss X_j với trung bình s_{ij} , phương sai $N_0/2$ có hàm mật độ xác suất là:

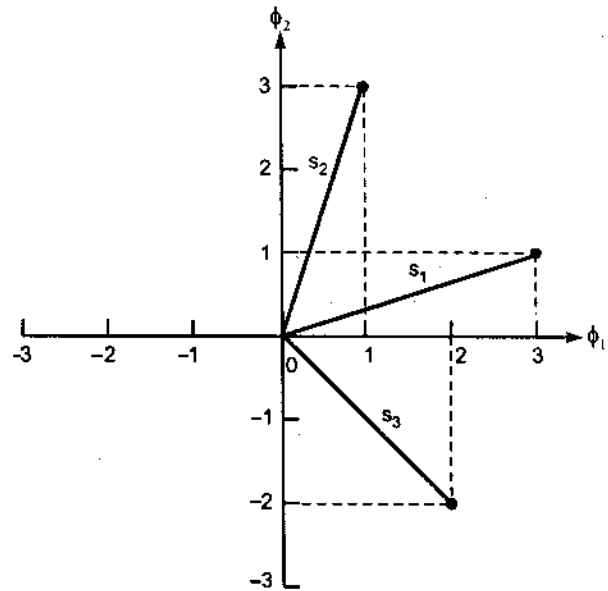
$$f_{x_j}(x_j|m_i) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp \left[-\frac{1}{N_0} (x_j - s_{ij})^2 \right] \quad \begin{matrix} j = 1, 2, \dots, N \\ i = 1, 2, \dots, M \end{matrix} \quad (3.27)$$

Nên thay vào phương trình 3.26 ta có:

$$f_x(x|m_i) = (\pi N_0)^{-N/2} \exp \left[-\frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^N (x_j - s_{ij})^2 \right] \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (3.28)$$

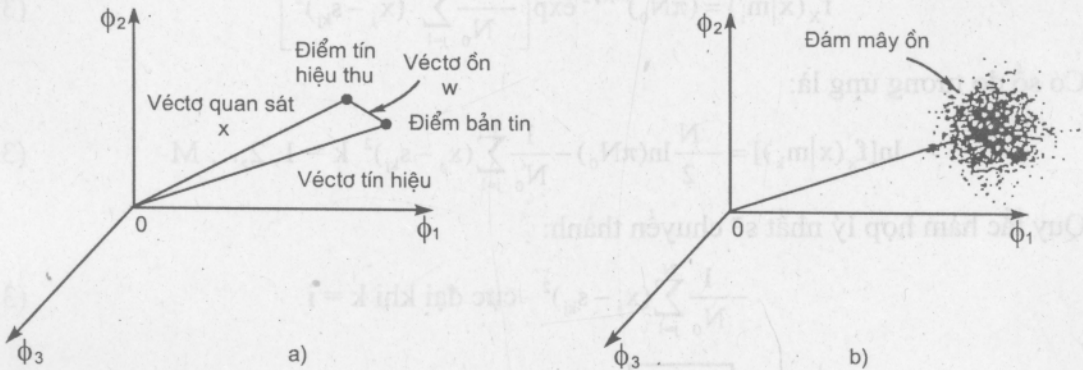
3.5. Tách tín hiệu đồng bộ trong ồn

Tập các vectơ tín hiệu phát đi (hay các điểm trong không gian tín hiệu của bản tin) gọi là chòm sao tín hiệu. Do có ồn nên vectơ nhận được sẽ là điểm phân bố xung quanh



Hình 3.4. Minh họa biểu diễn hình học tín hiệu khi $N = 2$ và $M = 3$

điểm tín hiệu phát (hình 3.5). Với vectơ thu được ta phải ước lượng $\hat{m}$ sao cho xác suất lỗi là tối thiểu.



Hình 3.5. Minh họa tác động của ồn trong không gian tín hiệu:
a) Vị trí của một điểm tín hiệu thu; b) Vị trí của nhiều điểm thu

Bộ thu hợp lý nhất

Xác suất lỗi quyết định được tính là:

$$P_e(m_i, \mathbf{x}) = P(m_i \text{ không được phát} | \mathbf{x}) = 1 - P(m_i \text{ phát} | \mathbf{x})$$

Mặt khác tiêu chuẩn quyết định là lỗi tối thiểu hay quy tắc quyết định tối ưu là:

Chọn m_i nếu $P(m_i \text{ phát} | \mathbf{x}) \geq P(m_k \text{ phát} | \mathbf{x}) \quad k = 1, 2, \dots, M$

Quy tắc này gọi là quy tắc cực đại xác suất sau (còn gọi là xác suất hậu nghiệm, MAP).

Quy tắc trên chứa đựng cả xác suất trước (xác suất tiền nghiệm) của tín hiệu phát và hàm hợp lý. Dùng công thức Bayes ta phát biểu lại quy tắc MAP như sau:

Quyết định là m_i nếu

$$\frac{p_k f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x} | m_k)}{f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})} \text{ là cực đại khi } k = i. \quad (3.29)$$

Ở đó p_k là xác suất trước, $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x} | m_k)$ là hàm khả năng (tức là khả năng thu được khi m_k được phát, xác suất này do kênh ồn gây nên) và $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ là hàm mật độ xác suất liên kết không điều kiện của vectơ $\mathbf{x}$. Tuy nhiên chú ý là mẫu số độc lập với tín hiệu phát và nếu xác suất trước là bằng nhau thì:

Quyết định là m_i nếu $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x} | m_k)$ là cực đại khi $k = i$.

Trên thực tế ta dùng hàm logarit tự nhiên sẽ có nhiều thuận tiện hơn trong biểu diễn. Với kênh không nhớ, logarit của hàm hợp lý gọi là số đo (metric). Quy tắc phát biểu lại là:

Quyết định là m_i nếu $\ln[f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x} | m_k)]$ là cực đại khi $k = i$. Quy tắc này gọi là quy tắc *hợp lý nhất* (được áp dụng khi xác suất trước là như nhau).

Bộ thu theo cách hợp lý nhất sẽ tính các số đo đối với tất cả các tín hiệu truyền và so sánh chúng để tìm ra (quyết định) tín hiệu có số đo cực tiểu. Trường hợp có hai số đo bằng nhau (tín hiệu quan sát nằm trên vùng biên) thì giải quyết như tung đồng xu (hình 3.6).

Chú ý là:

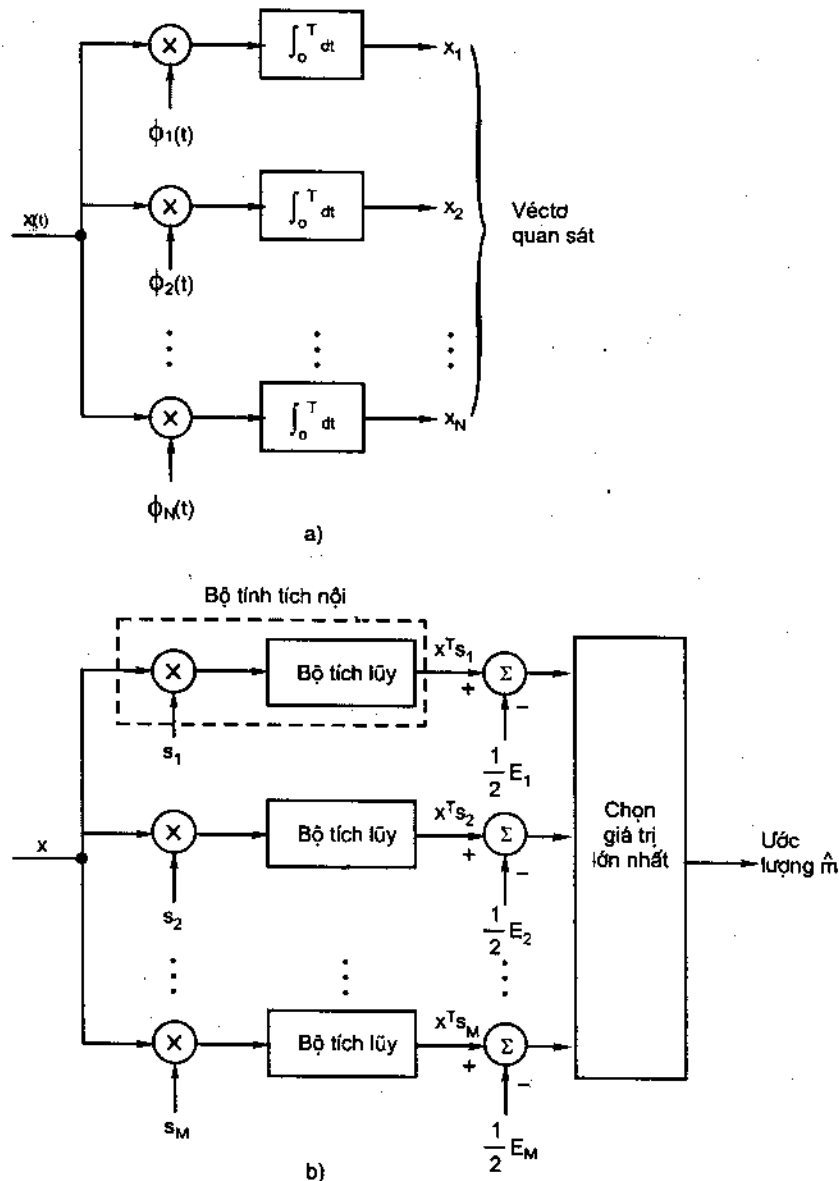
$$f_x(x|m_i) = (\pi N_0)^{-N/2} \exp \left[-\frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^N (x_j - s_{kj})^2 \right] \quad (3.30)$$

Có số đo tương ứng là:

$$\ln[f_x(x|m_k)] = -\frac{N}{2} \ln(\pi N_0) - \frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^N (x_j - s_{kj})^2 \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (3.31)$$

Quy tắc hàm hợp lý nhất sẽ chuyển thành:

$$-\frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^N (x_j - s_{kj})^2 \quad \text{cực đại khi } k = i \quad (3.32)$$



Hình 3.6. a) Bộ tách hay giải điều chế; b) Bộ giải mã tín hiệu truyền.

Hay:

$$\sum_{j=1}^N (x_j - s_{kj})^2 = \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_k\|^2 \quad \text{cực tiểu khi } k = i \quad (3.33)$$

Tóm lại: Quy tắc quyết định theo hàm hợp lý nhất (ML) thực ra là tìm điểm tín hiệu gần điểm véc tơ quan sát nhất. Trên thực tế có thể không cần phép tính bình phương khi xét khai triển sau:

$$\sum_{j=1}^N (x_j - s_{kj})^2 = \sum_{j=1}^N x_j^2 - 2 \sum_{j=1}^N x_j s_{kj} + \sum_{j=1}^N s_{kj}^2 \quad (3.34)$$

Số hạng đầu không phụ thuộc vào k và có thể bỏ qua. Số hạng thứ ba là năng lượng của $s_k(t)$. Nên quy tắc quyết định rút lại là:

$$\sum_{j=1}^N x_j s_{kj} - \frac{1}{2} E_k \quad \text{cực đại khi } k = i \text{ thì quyết định là } m_i \quad (3.35)$$

Khi các tín hiệu được truyền với năng lượng bằng nhau quy tắc trên được rút gọn thành:

$$\sum_{j=1}^N x_j s_{kj} \quad \text{cực đại khi } k = i, \text{ quyết định là } m_i \quad (3.36)$$

Đây chính là tích vô hướng hai véc tơ tín hiệu quan sát được ($\mathbf{x}$) và véc tơ phát ($\mathbf{s}_k$).

3.6. Bộ thu tương quan

Đối với kênh AWGN và khi tín hiệu phát là tập M tín hiệu có xác suất bằng nhau. Bộ thu tối ưu sẽ gồm hai phần:

– Phân tách (giải điều chế) gồm N bộ tích–tích phân (hay bộ tương quan) với tập tương ứng các tín hiệu tham chiếu đồng bộ (hay các hàm cơ sở trực giao). Dãy tương quan này hoạt động trong khoảng $0 \leq t \leq T$ để tạo nên véc tơ $\mathbf{x}(t)$ quan sát được. Nói ngắn gọn phần tách xác định tín hiệu thu được nằm ở chỗ nào trong không gian tín hiệu (hình 3.6a).

– Phần hai của bộ thu (giải mã tín hiệu phát) thực hiện quyết định theo hàm hợp lý nhất (ML): N thành phần của véc tơ $\mathbf{x}$ quan sát được nhân tương ứng với N thành phần của mỗi véc tơ $\mathbf{m}_i$ tín hiệu trong khai triển (có M tín hiệu như thế) rồi được cộng liên tiếp lại trong bộ tích lũy (tạo nên tập tương ứng các tích nội $\{\mathbf{x}^T \mathbf{s}_k / k = 1, 2, \dots, M\}$ tức là phép tương quan với các tín hiệu phát chuẩn), sau đó được hiệu chỉnh theo năng lượng tín hiệu truyền nếu năng lượng của các tín hiệu không bằng nhau. Cuối cùng giá trị lớn nhất (có kết quả tương quan lớn nhất) với tín hiệu phát nào sẽ cho quyết định là tín hiệu đó phát. Bộ thu như trên gọi là bộ thu tương quan (hình 3.6b).

Sự tương đương giữa bộ thu tương quan và bộ thu phù hợp (hình 3.7)

Bộ tách (hay giải điều chế) nói trên là tập các bộ tương quan. Ta có thể sử dụng tập các bộ lọc phù hợp để xây dựng bộ tách. Xét bộ lọc LTI với đáp ứng $h_j(t)$. Tín hiệu nhận được $x(t)$ đi qua bộ lọc sẽ cho lối ra là:

$$y_j(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h_j(t - \tau) d\tau \quad (3.37)$$

Từ định nghĩa bộ lọc phù hợp với tín hiệu vào $\phi_j(t)$, đáp ứng xung phải là:

$$h_j(t) = \phi_j(T-t) \quad \text{nên}$$

$$y_j(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \phi_j(T-t+\tau) d\tau \quad (3.38)$$

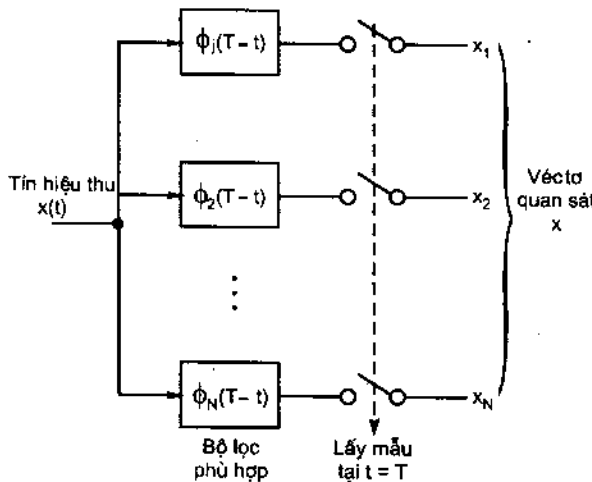
Khi lấy mẫu lỗi ra với $t = T$:

$$y_j(T) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \phi_j(\tau) d\tau \quad (3.39)$$

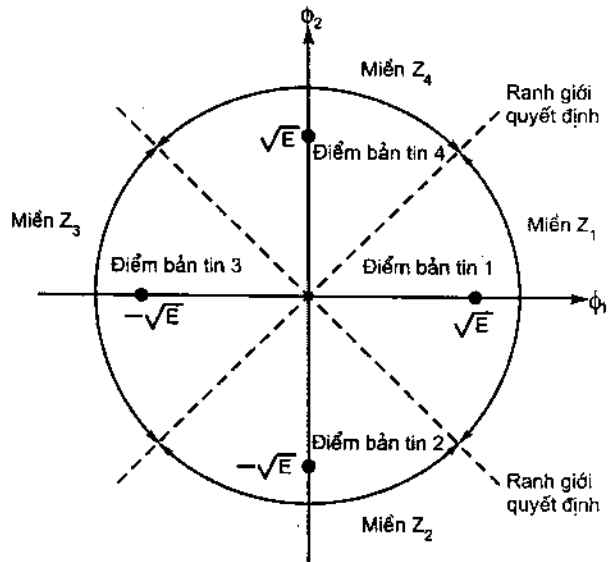
Do $\phi_j(t)$ bằng không bên ngoài $[0, T]$ nên $y_j(T)$ là lỗi ra bộ tương quan thứ j tạo bởi tín hiệu $x(t)$ thu được:

$$y_j(T) = \int_0^T x(\tau) \phi_j(\tau) d\tau \quad (3.40)$$

Kết quả này cho thấy dùng bộ lọc phù hợp kết hợp lấy mẫu đồng bộ cho kết quả thu tương đương như bộ thu tương quan.



Hình 3.7. Phân tách của khối thu dùng bộ lọc phù hợp. Còn khối giải mã nêu ở hình 3.6 b)



Hình 3.8. Minh họa việc chia không gian quan sát thành các vùng quyết định khi $N = 2$ và $M = 4$ với giả thiết xác suất phát bằng nhau

3.7. Xác suất lỗi

Giả sử không gian quan sát được chia thành M vùng. Vùng Z_i tương ứng với véc tơ tín hiệu m_i . Xác suất lỗi trung bình là:

$$P_e = \sum_{i=1}^M P(\mathbf{x} \notin Z_i | m_i) P(m_i) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P(\mathbf{x} \notin Z_i | m_i) \quad (3.41)$$

$$= 1 - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P(\mathbf{x} \in Z_i | m_i) = 1 - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \int_{Z_i} f_x(\mathbf{x} | m_i) d\mathbf{x} \quad (3.42)$$

Đối với vectơ quan sát N chiều, tích phân trên cũng có N chiều.

3.7.1. Biên hợp của xác suất lỗi

Trong nhiều trường hợp tích phân tính xác suất lỗi (theo 3.42) không tính được, ta phải sử dụng khái niệm biên để dự đoán tỷ số tín hiệu/ồn cần thiết để tính gần đúng tích phân này với một tỷ lệ lỗi P_e cho trước. Ở đây ta đơn giản miễn lấy tích phân để có biên trên hay là biên liên kết đối với xác suất trung bình lỗi của tập M tín hiệu.

Gọi A_{ik} ($i, k = 1, 2, \dots, M$) là sự kiện vectơ quan sát $\mathbf{x}$ gần vectơ tín hiệu $\mathbf{s}_k$ hơn gần vectơ $\mathbf{s}_i$ khi $\mathbf{s}_i$ được gửi, xác suất có điều kiện của lỗi khi $\mathbf{s}_i$ được gửi là bằng xác suất xảy ra hợp các sự kiện: $A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{i(i-1)}, A_{i(i+1)}, \dots, A_{iM}$.

Theo lý thuyết xác suất: xác suất để có hợp các sự kiện đồng thời không lớn hơn tổng các xác suất riêng rẽ:

$$P_e(m_i) \leq \sum_{k=1, k \neq i}^M P(A_{ik}) \quad (3.43)$$

Chú ý là $P(\hat{m} = m_k | m_i)$ là khác với $P(A_{ik})$. Xác suất này là xác suất để vectơ quan sát gần tín hiệu $\mathbf{s}_k$ hơn *tất cả các tín hiệu khác* khi $\mathbf{s}_i$ được gửi. Còn $P(A_{ik})$ là xác suất để vectơ quan sát gần $\mathbf{s}_k$ hơn $\mathbf{s}_i$:

$$\begin{aligned} P(A_{ik}) &= P(\mathbf{x} \text{ gần } \mathbf{s}_k \text{ hơn } \mathbf{s}_i, \text{ khi } \mathbf{s}_i \text{ được gửi}). \\ &= \int_{d_{ik}/2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{u^2}{N_0}\right) du \end{aligned} \quad (3.44)$$

Ở đó d_{ik} là khoảng cách Euclide của hai vectơ $\mathbf{s}_i$ và $\mathbf{s}_k$.

Từ định nghĩa hàm lỗi bù:

$$\operatorname{erfc}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^{\infty} \exp(-z^2) dz \quad (3.45)$$

Ta có:

$$P(A_{ik}) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{d_{ik}}{2\sqrt{N_0}}\right) \quad (3.46)$$

Hàm lỗi bù giảm đơn điệu theo biến, nên khoảng cách giữa hai vectơ tăng thì xác suất lỗi giảm. Thay vào công thức xác suất lỗi (3.45) ta có:

$$P_e(m_i) \leq \frac{1}{2} \sum_{k=1, k \neq i}^M \operatorname{erfc}\left(\frac{d_{ik}}{2\sqrt{N_0}}\right) \quad (3.47)$$

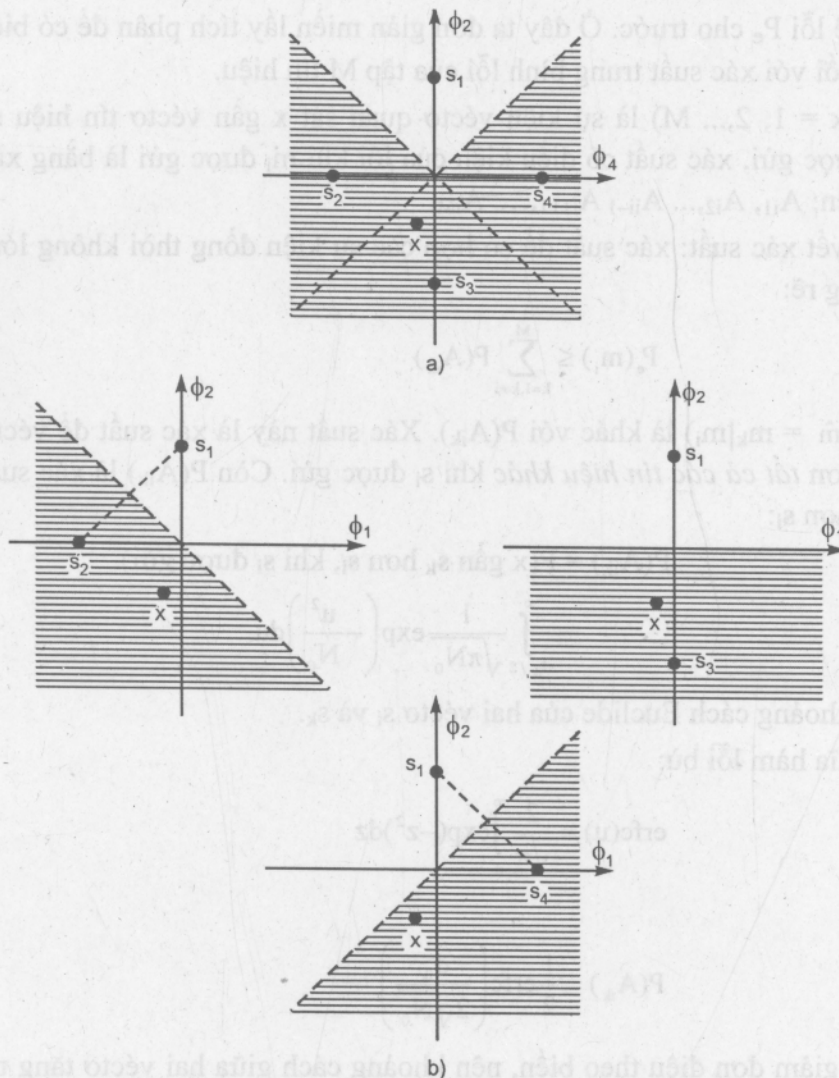
Cuối cùng với M ký hiệu phát với xác suất bằng nhau thì xác suất trung bình của lỗi ký hiệu bị chặn trên như sau:

$$P_e = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_e(m_i) \leq \frac{1}{2M} \sum_{i=1}^M \sum_{k=1, k \neq i}^M \operatorname{erfc}\left(\frac{d_{ik}}{2\sqrt{N_0}}\right) \quad (3.48)$$

Về phải gọi là biên hợp của xác suất trung bình lỗi cho hợp các ký hiệu xác suất như

nhau trong môi trường nhiễu AWGN. Trong trường hợp tập tín hiệu có tính đối xứng (hình 3.9) hình học (hay gặp trên thực tế), có thể đơn giản biên lỗi như sau:

$$P_e = P_e(m_i) \leq \frac{1}{2} \sum_{k=1, k \neq i}^M \operatorname{erfc} \left(\frac{d_{ik}}{2\sqrt{N_0}} \right) \quad (3.49)$$



Hình 3.9. Minh họa biên hợp: a) Chòm sao 4 điểm báo hiệu; b) Ba chòm sao với điểm báo hiệu chung và một điểm báo hiệu khác

Ngoài ra hàm lỗi bù bị chặn trên bởi:

$$\operatorname{erfc} \left(\frac{d_{ik}}{2\sqrt{N_0}} \right) \leq \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp \left(-\frac{d_{ik}^2}{2N_0} \right) \quad (3.50)$$

Vì vậy có thể viết lại:

$$P_e \leq \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sum_{k=1, k \neq i}^M \exp \left(-\frac{d_{ik}^2}{2N_0} \right) \quad (3.51)$$

Khi cho năng lượng tín hiệu đủ lớn so với mật độ ồn N_0 , số hạng mũ với khoảng cách d_{ik} nhỏ nhất sẽ nổi trội trong tổng nên có thể xấp xỉ biên:

$$P_e \leq \frac{M_{\min}}{2\sqrt{\pi}} \exp \left[-\min \left(\frac{d_{ik}^2}{2N_0} \right) \right] \quad (3.52)$$

Ở đó $M_{\min}$ là số ký hiệu phát có khoảng cách nhỏ nhất đối với mỗi m_i . Ta tính được dạng biên trên.

3.7.2. Xác suất lỗi bit so sánh với xác suất lỗi ký hiệu để đánh giá phẩm chất hệ truyền thông số

Cách đánh giá phẩm chất của hệ truyền thông số, thông qua trung bình xác suất lỗi nói trên là lựa chọn tự nhiên khi ký hiệu dài $m = \log_2 M$ được truyền. Tuy nhiên, khi yêu cầu phát dữ liệu nhị phân, người ta hay dùng xác suất lỗi bit hay tỷ lệ lỗi bit (BER). Mặc dù nói chung không có liên hệ duy nhất giữa hai cách đánh giá phẩm chất này song có hai trường hợp hay gặp được phân tích như sau:

Trường hợp 1: Có thể tạo được ánh xạ giữa nhị phân và ký hiệu M mức theo cách, hai dãy nhị phân ứng với cặp ký hiệu cạnh nhau trong điều chế M mức chỉ khác nhau 1 vị trí bit. Ràng buộc này thoả mãn khi dùng mã Gray. Khi xác suất lỗi ký hiệu là chấp nhận được, ta thấy rằng xác suất nhầm lẫn một ký hiệu với một trong hai ký hiệu gần nhất lớn hơn các kiểu lỗi khác. Hơn nữa với một lỗi ký hiệu, khả năng lỗi 1 bit là cao nhất (như ràng buộc ở trên). Vì có $\log_2 M$ bit trên một ký hiệu nên lỗi trung bình (tb) của ký hiệu liên hệ với tỷ lệ lỗi bit như sau:

$$P_e = P \left(\bigcup_{i=1}^{\log_2 M} (\text{bit thứ } i \text{ bị lỗi}) \right) \leq \sum_{i=1}^{\log_2 M} P(\text{bit thứ } i \text{ bị lỗi}) = \log_2 M \cdot (\text{BER}) \quad (3.53)$$

Ta cũng chú ý là $P_e \geq P(\text{bit thứ } i \text{ bị lỗi}) = \text{BER}$ nên tóm lại:

$$\frac{P_e}{\log_2 M} \leq \text{BER} \leq P_e \quad (3.54)$$

Trường hợp 2: Khi $M = 2^k$ ở đó k là số nguyên. Giả sử các lỗi ký hiệu bằng nhau và xảy ra với xác suất:

$$\frac{P_e}{M-1} = \frac{P_e}{2^k-1} \quad (3.55)$$

Câu hỏi đặt ra là xác suất bit thứ i trong ký hiệu bị lỗi là bao nhiêu? Câu trả lời là: có 2^{k-1} trường hợp lỗi ký hiệu do bit này thay đổi và $2^{k-1}-1$ trường hợp mà trong đó bit này không thay đổi. Vì vậy tỷ lệ lỗi bit là:

$$\text{BER} = \left(\frac{2^{k-1}}{2^k-1} \right) P_e = \left(\frac{M/2}{M-1} \right) P_e \quad (3.56)$$

Với M lớn tỷ lệ lỗi bit tiến đến $P_e/2$.

Một cách tương tự cho thấy lỗi bit không độc lập vì ta có:

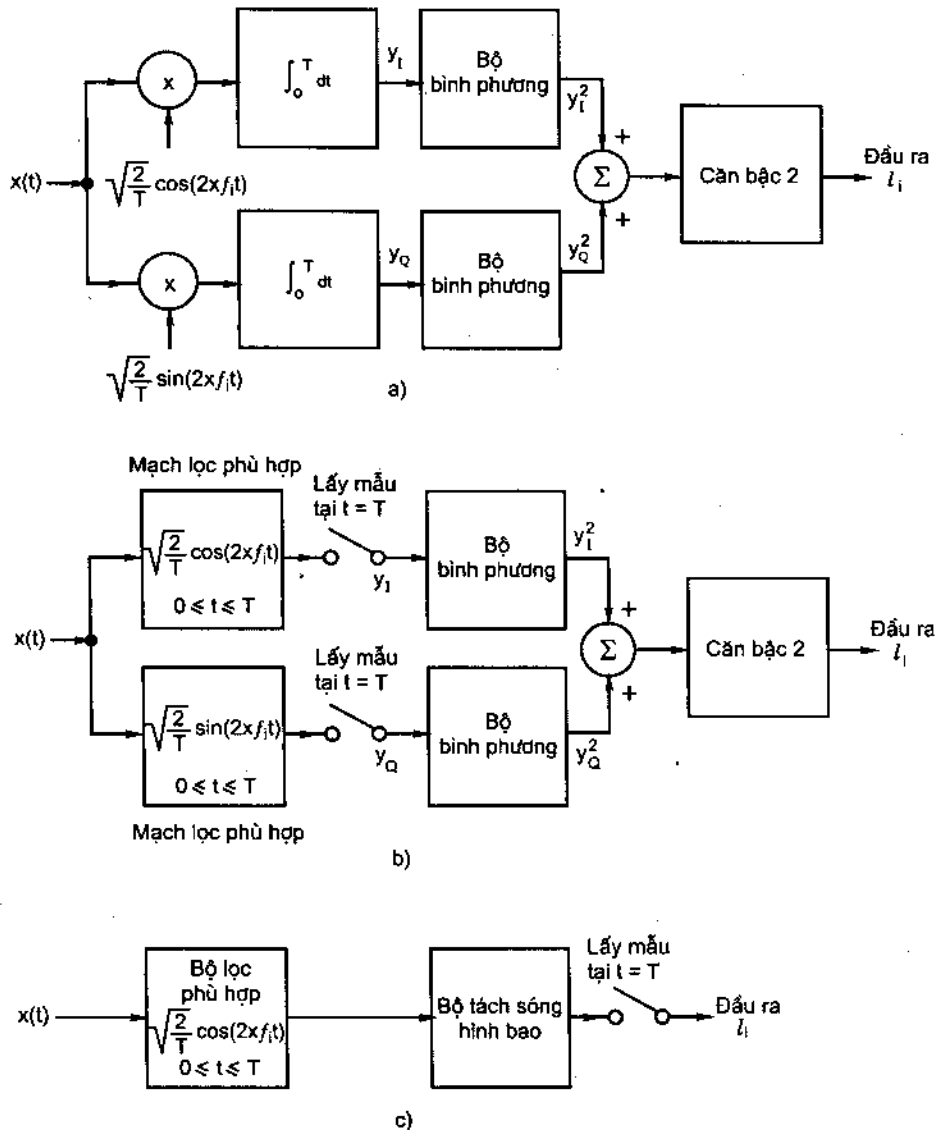
$$P(\text{bit thứ } i \text{ và thứ } j \text{ bị lỗi}) = \frac{2^{k-2}}{2^k-1} P_e \neq (\text{BER})^2 \quad (3.57)$$

3.8. Tách tín hiệu không biết pha trong ồn

Khi đường truyền gây ồn pha (đa đường, trễ thay đổi, đặc biệt đúng với tín hiệu băng hẹp), việc đồng bộ có thể quá tốn kém, người thiết kế có thể giảm nhẹ yêu cầu thông tin pha chấp nhận giảm hiệu suất của hệ ở mức độ nào đó (hình 3.10).

Xét tín hiệu:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(2\pi f_i t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (3.58)$$



Hình 3.10. Bộ thu không đồng bộ: a) Bộ thu cầu phương dùng các bộ tương quan; b) Bộ thu cầu phương dùng bộ lọc phù hợp; c) Bộ lọc phù hợp không đồng bộ

Ở đó E là năng lượng tín hiệu. T là khoảng kéo dài của tín hiệu và f_i là bội nguyên của $1/2T$. Khi không có đồng bộ pha của bộ thu với bộ phát, tín hiệu thu được qua kênh AWGN có dạng:

$$x(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(2\pi f_1 t + \theta) + w(t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (3.59)$$

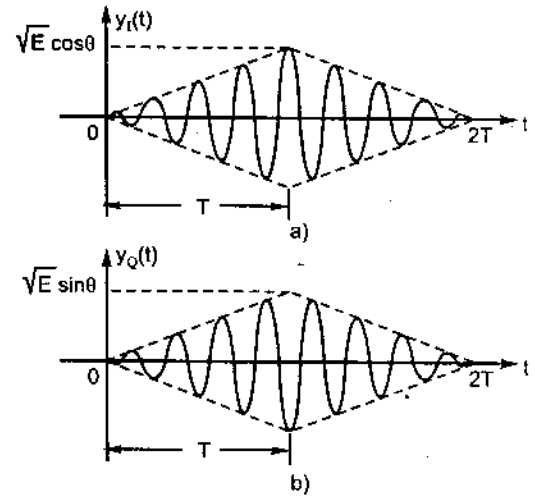
Với $w(t)$ là hàm mẫu của ồn trắng có trung bình bằng không và mật độ phổ công suất $N_0/2$. Pha θ là không biết và được coi như giá trị mẫu của biến ngẫu nhiên phân bố đều trong $[0, 2\pi]$. Hệ thống tin số đặc trưng theo cách này là không đồng bộ.

Như vậy sơ đồ tách theo các cách trước là không thích hợp (vì lỗi ra của các bộ tương quan sẽ phụ thuộc vào biến ngẫu nhiên θ).

Khai triển biểu thức trên ta được:

$$x(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \theta \cos(2\pi f_1 t) - \sqrt{\frac{2E}{T}} \sin \theta \sin(2\pi f_1 t) + w(t) \quad (3.60)$$

Giả sử tín hiệu $x(t)$ được cấp lên hai bộ tương quan với tín hiệu $\sqrt{2/T} \cos(2\pi f_1 t)$ và $\sqrt{2/T} \sin(2\pi f_1 t)$ trong thời gian quan sát $0 \leq t \leq T$. Khi không có ồn, lỗi ra hai bộ tương quan này sẽ là $\sqrt{E} \cos \theta$ và $-\sqrt{E} \sin \theta$. Sự không hiểu biết về θ có thể loại trừ bằng cách lấy tổng bình phương 2 hai lỗi ra trên và sau đó khai căn tổng này kết quả là $\sqrt{E}$. Bộ thu kiểu này gọi là bộ thu cầu phương. Thực chất đây là bộ thu tối ưu theo nghĩa tối thiểu xác suất lỗi. Ta có thể thay thế bộ tương quan bằng bộ lọc phù hợp, cho ta cùng một kết quả (hình 3.11).

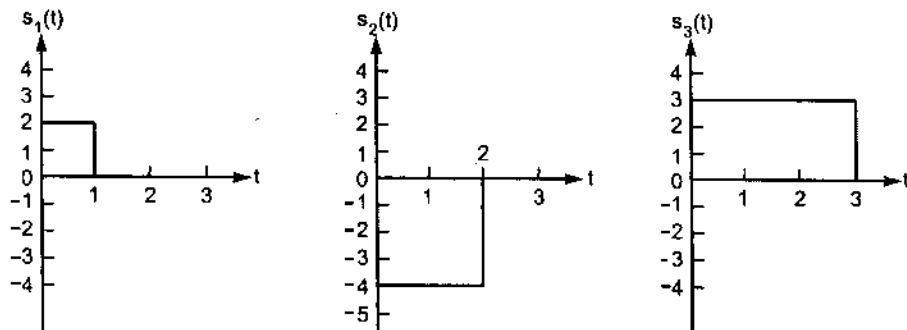


Hình 3.11. Lỗi ra của bộ lọc phù hợp đối với sóng RF chữ nhật: a) $\theta = 0$ và b) $\theta = 180^\circ$

Bài tập

Quy trình trực giao hoá Gram – Schmidt

1. a) Dùng quy trình trực giao hoá để tìm tập hàm cơ sở trực giao biểu diễn 3 tín hiệu $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$ chỉ trên hình 3.12.
b) Biểu diễn mỗi hàm cơ sở này theo các hàm cơ sở tìm được.



Hình 3.12. Tín hiệu cho bài tập 1

Ý nghĩa hình học của tín hiệu

2. Xét tập tín hiệu:

$$s_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(2\pi f_c t - i\frac{\pi}{4}) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases}$$

Với $i = 1, 2, 3, 4$ và $f_c = n_c/T$ đối với một số nguyên n_c cố định.

- Tìm số chiều N của không gian tập tín hiệu.
- Tìm tập hàm cơ sở trực giao.
- Biểu diễn các tín hiệu theo các hàm trực giao.
- Vẽ $s_i(t)$ trong không gian tín hiệu.

Đáp ứng dãy các bộ tương quan với lỗi vào có ồn

3. Tín hiệu ngẫu nhiên nhận được có dạng:

$$X(t) = \sum_{j=1}^N X_j \phi_j(t) + W'(t) \quad 0 \leq t \leq T, W'(t) \text{ là nhiễu còn lại ở phần thu.}$$

Với tập X_j được định nghĩa là:

$$X_j = \int_0^T X(t) \phi_j(t) dt$$

Ký hiệu $W'(t_k)$ là biến ngẫu nhiên quan sát $W'(t)$ tại thời điểm $t = t_k$. Chứng tỏ rằng:

$$E[X_j W'(t_k)] = 0 \quad \text{với } j = 1, 2, \dots, N; \quad 0 \leq t \leq T$$

Tách tín hiệu đã biết trong ồn

4. Xác định vùng quyết định tối ưu cho chòm sao 16 ký hiệu cho trên hình 3.13.

Cả 2 chòm sao đều có công suất đỉnh như nhau.

5. Cho các tín hiệu:

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) \quad 0 \leq t \leq T$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos\left(\frac{4\pi n t}{T}\right) \quad 0 \leq t \leq T$$

$$s_3(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos\left(\frac{6\pi n t}{T}\right) \quad 0 \leq t \leq T$$

Ở đó n là số nguyên bất kỳ.

- Vẽ không gian tín hiệu và biên quyết định của tập tín hiệu này.

- Giả sử các tín hiệu trên có xác suất trước bằng nhau, chứng tỏ rằng không gian tín hiệu có thể rút xuống hai chiều.

Xác suất lỗi

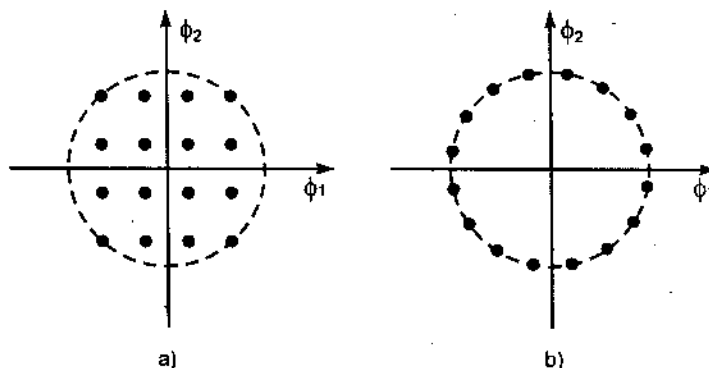
6. Xét sơ đồ báo hiệu cực 4 mức:

$$X(t) = a_i + W(t) \quad 0 \leq t \leq T \quad i = 1, 2, 3, 4$$

Với $a_i = \pm a/2, \pm 3a/2$ và $W(t)$ là hàm mẫu của ồn Gauss có mật độ phổ công suất $N_0/2$.

Tìm xác suất điều kiện để nhận chính xác khi:

- 00 được truyền;



Hình 3.13. Hai chòm sao 16 ký hiệu cho bài tập 4

- b) 01 được truyền;
- c) 11 được truyền;
- d) 10 được truyền.

7. Xét hệ truyền thông M mức bằng 2^N . Các véctơ tín hiệu dài bằng nhau và nằm ở các đỉnh của hình siêu lập phương (có tâm tại gốc toạ độ). Năng lượng ký hiệu là E.

a) Tín hiệu phát $s_i(t)$ là tổ hợp của các hàm trực giao (có N hàm trực giao), $i = 1, 2, \dots, M$.

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N s_{ij} \phi_j(t)$$

Tìm các hệ số s_{ij} .

b) Chứng tỏ rằng xác suất lỗi trung bình được tính bằng:

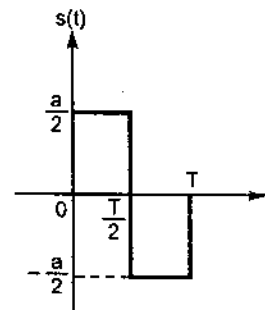
$$P_e = 1 - \left[1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E}{N_0 \log_2 M}} \right) \right]^N$$

Ở đó $N_0/2$ là mật độ phổ công suất của ồn Gauss (trung bình bằng không).

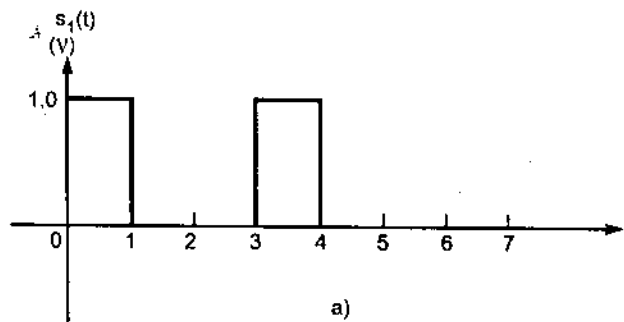
Bộ thu lọc phù hợp

8. Xét tín hiệu trên hình 3.14:

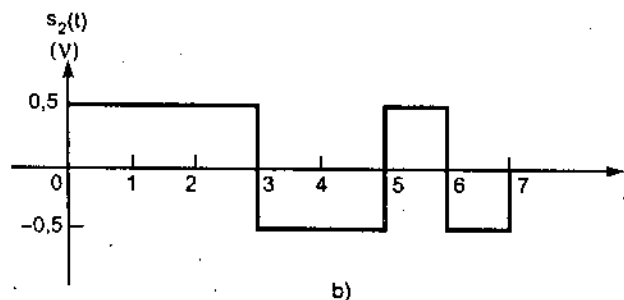
a) Xác định đáp ứng xung của bộ lọc phù hợp với tín hiệu này và vẽ nó như một hàm thời gian.



Hình 3.14



a)



b)

Hình 3.15

b) Vẽ lỗi ra của bộ lọc thu theo thời gian.

c) Giá trị đỉnh của lỗi ra bằng bao nhiêu?

9. a) Xác định bộ lọc phù hợp cho tín hiệu $s_1(t)$ trên hình (3.15 a) và vẽ lỗi ra của bộ lọc.

b) Lập lại như trên cho tín hiệu $s_2(t)$ trong hình 3.15b.

c) Vẽ tín hiệu ra của bộ lọc phù hợp với $s_2(t)$ lỗi vào là $s_1(t)$.

Tách tín hiệu không biết pha trong ồn

10. Bộ thu vuông pha chỉ trên hình 3.10c gồm bộ lọc phù hợp không đồng bộ kèm sau là bộ lấy mẫu. Bộ thu này cũng được coi là bộ tách năng lượng. Bình luận phát biểu này.

4.1. Phân loại kỹ thuật điều chế sóng mang số

Sóng mang với tần số thích hợp có thể truyền đi xa trong môi trường truyền dẫn (như dây đồng, cáp đồng trục, hay khoảng không...). Dựa trên việc biến đổi các tham số của sóng mang (biên độ, tần số hay pha) mà thông tin có thể truyền đi xa theo yêu cầu truyền tin gọi là kỹ thuật điều chế sóng mang. Các kỹ thuật điều chế sóng mang số được phân loại cơ bản như sau:

Điều chế kết hợp, còn gọi là điều chế đồng bộ gồm:

– Đồng bộ nhị phân có: ASK (ít được dùng), PSK, FSK.

– Đồng bộ cơ số M hay M mức có M.ASK, M.FSK, M.PSK. Ví dụ như: Q.PSK tức 4.PSK, Q.AM...

Điều chế không kết hợp còn gọi là không đồng bộ có:

– Không đồng bộ nhị phân: ASK không đồng bộ, FSK không đồng bộ. Với PSK *không có không đồng bộ* (vì không đồng bộ có nghĩa là không có thông tin về pha nên cũng không có PSK), nhưng thay vào đó ta có DPSK không đồng bộ.

– Không đồng bộ cơ số M hay M mức cũng có với ASK, DPSK và FSK, song phân tích toán học với những kiểu này khá phức tạp.

4.2. Kỹ thuật điều chế đồng bộ nhị phân

4.2.1. Khoá dịch pha cơ số 2 (nhị phân) BPSK (Binary Phase Shift Keying)

Trong kỹ thuật này pha của sóng mang là đại lượng mang thông tin. Cặp tín hiệu ứng với 1 và 0 là:

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t) \quad s_2(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t + \pi) = -\sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t) \quad (4.1)$$

Ở đó $0 \leq t < T_b$ và E_b là năng lượng tín hiệu ứng với một bit. Đồng thời, thời gian truyền mỗi bit phải đảm bảo chứa một số nguyên chu kỳ của sóng mang nên tần số f_c được chọn bằng n_c/T_b (hay $T_b/T_c = n_c$) với n_c là một số nguyên cố định. Nếu đặt:

$$\phi(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_c t) \quad (4.2)$$

là hàm cơ sở có năng lượng đơn vị:

$$\int_0^{T_b} \phi^2(t) dt = 1 \quad (4.3)$$

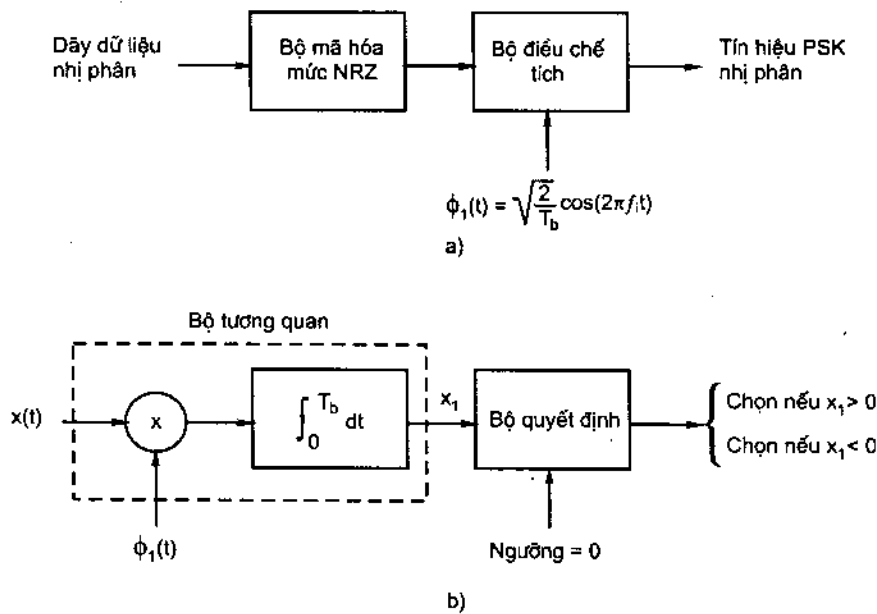
thì: $s_1(t) = \sqrt{E_b} \phi(t) \quad 0 \leq t < T_b \quad (4.4)$

$$s_2(t) = -\sqrt{E_b} \phi(t) \quad 0 \leq t < T_b \quad (4.5)$$

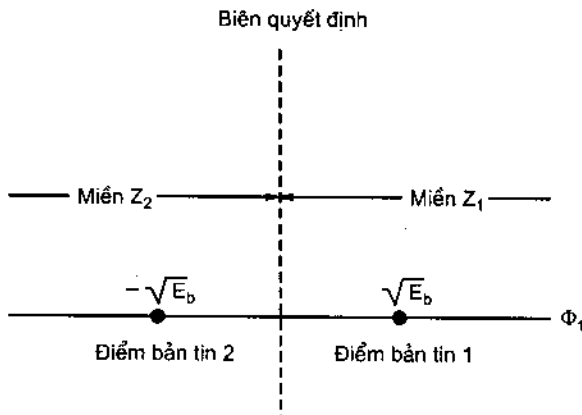
Dựa trên lý thuyết về không gian tín hiệu thì hệ nhị phân PSK (viết tắt là BPSK) đồng bộ có không gian tín hiệu một chiều ($N = 1$) và hai điểm báo hiệu (dạng sóng báo hiệu) ($M = 2$). Toạ độ của hai điểm báo hiệu tương ứng với 1 và 0 sẽ là:

$$s_{11} = \int_0^{T_b} s_1(t) \phi(t) dt = +\sqrt{E_b} \quad s_{21} = \int_0^{T_b} s_2(t) \phi(t) dt = -\sqrt{E_b} \quad (4.6)$$

Sơ đồ phát sóng PSK và tách tín hiệu như (hình 4.1):



Hình 4.1. Sơ đồ khối: a) Bộ phát BPSK; b) Bộ thu BPSK đồng bộ



Hình 4.2. Sơ đồ không gian tín hiệu cho hệ thống BPSK đồng bộ

Do đi qua kênh ồn nên tín hiệu sau khi tách sẽ là:

$$x_1 = \int_0^{T_b} x(t) \phi(t) dt \quad (4.7)$$

Để quyết định ta chia không gian thành hai vùng và quyết định theo quy tắc gần (hình 4.2):

1. Vùng gần $+\sqrt{E_b}$
2. Vùng gần $-\sqrt{E_b}$

do vùng quyết định ký hiệu là 1 (tín hiệu $s_1(t)$):

$$Z_1: 0 < x_1 < \infty$$

Ở đó $x(t)$ là tín hiệu thu được sau kênh. Toạ độ x_1 có hàm xác suất điều kiện là:

$$f_{x_1}(x_1|0) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left[-\frac{1}{N_0}(x_1 - s_{21})^2\right] \quad (4.8)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left[-\frac{1}{N_0}(x_1 + \sqrt{E_b})^2\right] \quad (4.9)$$

Từ đó xác suất lỗi loại 1 (phát 0 lại quyết định là 1 tại nơi thu) là:

$$P_e(0) = \int_0^{\infty} f_{x_1}(x_1|0) dx_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{N_0}(x_1 + \sqrt{E_b})^2\right] dx_1 \quad (4.10)$$

Đổi biến tích phân: $z = \frac{1}{\sqrt{N_0}}(x_1 + \sqrt{E_b})$ (4.11)

Ta được: $P_e(0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{E_b/N_0}}^{\infty} \exp(-z^2) dz = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$ (4.12)

Tương tự có thể tính được xác suất lỗi phát 1 mà quyết định thu được là 0 cũng có giá trị như vậy.

4.2.2. Khoá dịch tần nhị phân BFSK (Binary Frequency Shift Keying)

Trong kỹ thuật này đại lượng mang thông tin 1, 0 là hai tần số f_1 và f_2 của sóng mang. Cặp sóng sin biểu diễn được mô tả là:

$$s_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_i t) & 0 \leq t \leq T_b \text{ với } i = 1, 2 \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (4.13)$$

Tần số sóng mang phải thoả mãn:

$$f_i = \frac{n_c + i}{T_b} \quad (4.14)$$

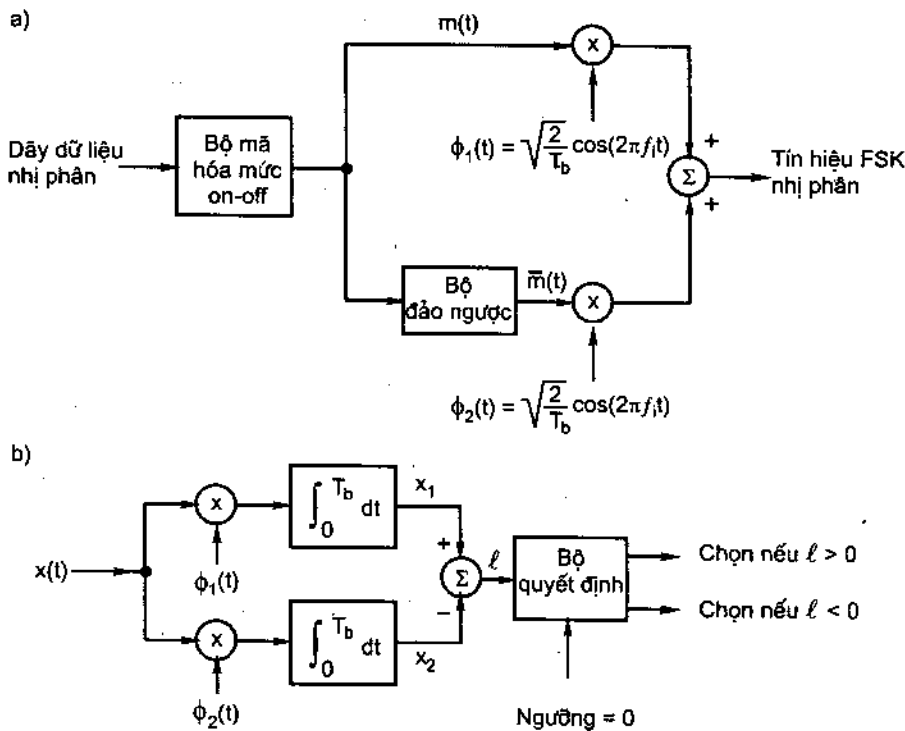
với n_c là một giá trị nguyên dương, tức là $T_b/T_i = n_c + i$ nhằm làm chu kỳ ký hiệu bằng bội lần chu kỳ sóng mang. Ngoài ra hiệu hai tần số sóng mang được tính là $f_2 - f_1 = 1/T_b$ bằng tần số bit.

Tín hiệu FSK mô tả ở đây là tín hiệu pha liên tục vì khi chuyển bit, sóng mang từ tần số này chuyển sang tần số khác mà không có sự nhảy pha vì chu kỳ bit luôn là bội của chu kỳ sóng mang (đây là trường hợp riêng của dịch tần pha liên tục – CPFSK). Tập hàm cơ sở ở đây sẽ là:

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_i t) & 0 \leq t \leq T_b \text{ với } i = 1, 2 \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (4.15)$$

Do hai tần số là trực giao với nhau (có thể kiểm tra bằng phép lấy tích phân tích hai hàm này trong khoảng thời gian bit sẽ bằng không) và các hệ số s_{ij} tương ứng là:

$$s_{ij} = \int_0^T s_i(t) \phi_j(t) dt = \int_0^T \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_i t) \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_j t) dt = \begin{cases} \sqrt{E_b} & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (4.16)$$



Hình 4.3. Sơ đồ khối: a) Bộ phát BFSK; b) Bộ thu BFSK đồng bộ

Khác với PSK, hệ FSK đặc trưng bằng không gian tín hiệu hai chiều và hai điểm báo hiệu ($N = 2, M = 2$) hình 4.4.

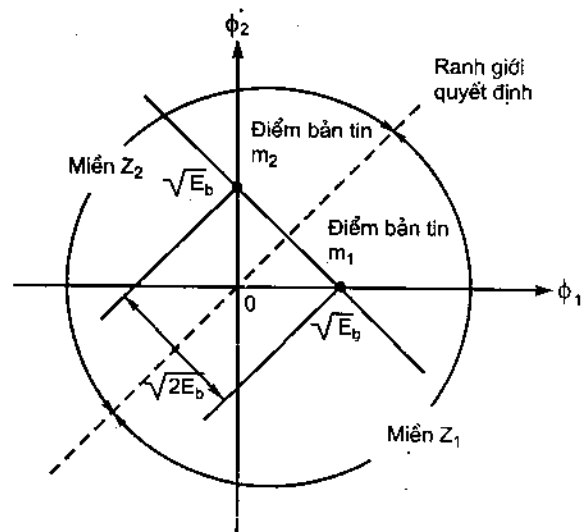
$$s_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{E_b} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{và} \quad s_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{E_b} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Chú ý khoảng cách Euclide giữa hai véc tơ là $\sqrt{2E_b}$

Sơ đồ tạo và tách tín hiệu FSK cho trên hình 4.3.

Chú ý là trong sơ đồ tạo BFSK bộ mã hoá on-off đối với 1 hoặc 0 ở nhánh trên thì quy tắc off-on ngược lại ở nhánh dưới.

Véc tơ quan sát được (sau khi tín hiệu qua kênh) có hai thành phần là:



Hình 4.4. Sơ đồ không gian tín hiệu cho hệ thống BFSK đồng bộ

$$x_1 = \int_0^{T_b} x(t)\phi_1(t)dt \quad \text{và} \quad x_2 = \int_0^{T_b} x(t)\phi_2(t)dt \quad (4.18)$$

Không gian quan sát được chia thành hai vùng (hình 4.3): vùng $x_1 > x_2$ và vùng $x_2 > x_1$.

Ta đưa vào một biến mới là $l = x_1 - x_2$ khi đó:

$$E[l|1] = E[x_1|1] - E[x_2|1] = +\sqrt{E_b} \quad \text{và} \quad E[l|0] = E[x_1|0] - E[x_2|0] = -\sqrt{E_b} \quad (4.19)$$

Do x_1 và x_2 là các biến độc lập thống kê (do gắn với hai hàm trực giao) có phương sai bằng $N_0/2$ nên:

$\text{var}[l] = \text{var}[x_1] + \text{var}[x_2] = N_0$. Giả sử 0 được truyền, hàm xác suất có điều kiện sẽ là:

$$f_L(l|0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0}} \exp\left[-\frac{(l + \sqrt{E_b})^2}{2N_0}\right] \quad (4.20)$$

Vì $x_1 > x_2$ tương đương $l > 0$, nên:

$$P_{e0} = P(l > 0|0) = \int_0^{\infty} f_L(l|0) dl = \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0}} \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{(l + \sqrt{E_b})^2}{2N_0}\right] dl \quad (4.21)$$

$$\text{Đổi biến tích phân sang } z \text{ với: } z = \frac{l + \sqrt{E_b}}{\sqrt{2N_0}} \quad (4.22)$$

$$\text{Ta được: } P_{e0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{E_b/2N_0}}^{\infty} \exp(-z^2) dz = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right) \quad (4.23)$$

Cuối cùng khi xét thêm P_{e1} một cách tương tự ta có giá trị như vậy, nên có thể viết gộp lại:

$$P_e = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right) \quad (4.24)$$

4.3. Điều chế đồng bộ vuông pha

4.3.1. Khoá dịch vuông pha đồng bộ (QPSK–Quadrature Phase Shift Keying)

Khi thiết kế hệ truyền thông ngoài mục tiêu quan trọng là xác suất lỗi bit phải thấp còn có mục tiêu là sử dụng có hiệu suất phổ. Khoá dịch vuông pha là trường hợp riêng của hợp kênh sóng mang vuông góc, ở đó mỗi dạng sóng mang thông tin 2 bit nên cần tất cả 4 dạng sóng ứng với 4 pha, có hiệu suất phổ cao. Dạng sóng của ký hiệu là:

$$s_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left[2\pi f_c t + (2i-1)\frac{\pi}{4}\right] & 0 \leq t \leq T \quad \text{với } i = 1, 2, 3, 4 \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (4.25)$$

Khai triển ra ta có:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left[(2i-1)\frac{\pi}{4}\right] \cos(2\pi f_c t) - \sqrt{\frac{2E}{T}} \sin\left[(2i-1)\frac{\pi}{4}\right] \sin(2\pi f_c t) \quad (4.26)$$

Với 4 dạng sóng trên, hai hàm cơ sở được xác định là:

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (4.27)$$

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (4.28)$$

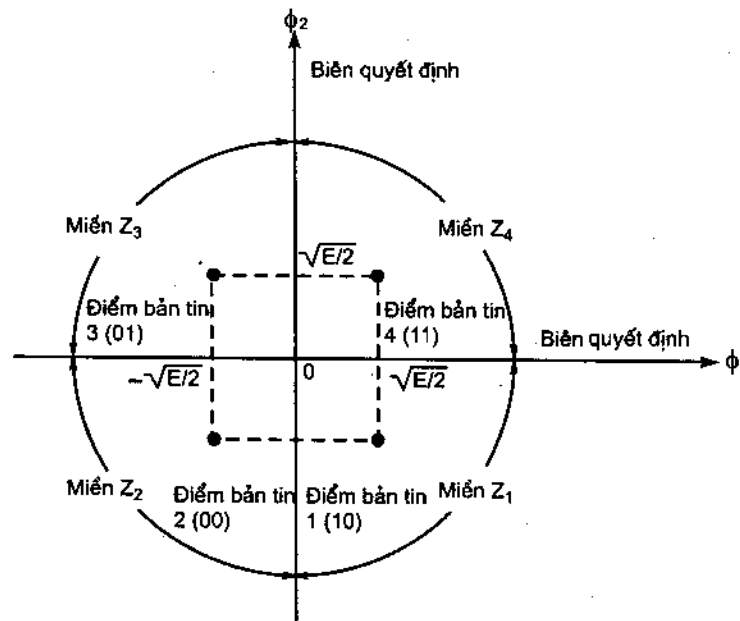
và 4 điểm báo hiệu, mỗi điểm có hai thành phần là:

$$s_i = \begin{bmatrix} \sqrt{E} \cos(2i-1)\frac{\pi}{4} \\ -\sqrt{E} \sin(2i-1)\frac{\pi}{4} \end{bmatrix} \quad (N=2, M=4) \quad (4.29)$$

Nếu dùng mã Gray theo bảng tương ứng:

		s_{i1}	s_{i2}
10	$\pi/4$	$+\sqrt{E/2}$	$-\sqrt{E/2}$
00	$3\pi/4$	$-\sqrt{E/2}$	$-\sqrt{E/2}$
01	$5\pi/4$	$-\sqrt{E/2}$	$+\sqrt{E/2}$
11	$7\pi/4$	$+\sqrt{E/2}$	$+\sqrt{E/2}$

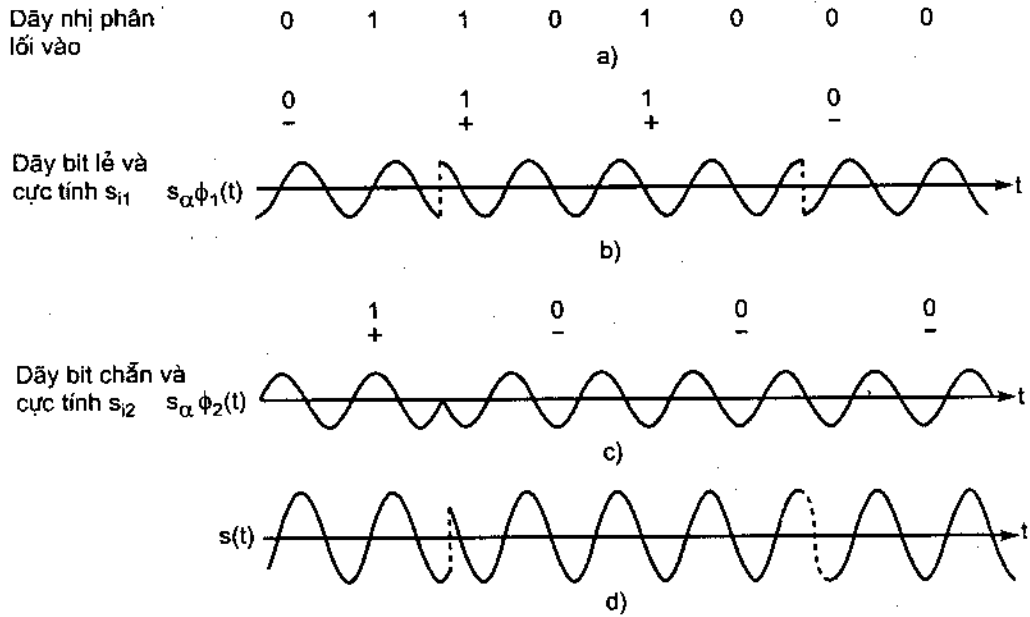
Ta có không gian tín hiệu như hình 4.5.



Hình 4.5. Sơ đồ không gian tín hiệu cho hệ QPSK đồng bộ

Dạng sóng ứng với tín hiệu 01 10 10 00 sẽ được tạo nên như hình 4.6.

Dây nhị phân vào được chia thành hai dây con: Những bit được đánh số chẵn gộp vào một dây và những bit đánh số lẻ vào một dây. Ứng với mỗi dây này là các dạng sóng ứng với tín hiệu PSK đặt trên sóng cosin và sin riêng rẽ. Khi cộng lại chúng sẽ cho QPSK.



Hình 4.6. a) Dây nhị phân vào; b) Bit lẻ lỗi vào và dạng sóng BPSK kết hợp; c) Bit chẵn lỗi vào và dạng sóng BPSK kết hợp; d) Dạng sóng QPSK

Cách tạo và tách tín hiệu QPSK được cho trên hình 4.7

Xác suất lỗi trung bình sẽ được tính như sau:

Tín hiệu nhận được: $x(t) = s_i(t) + w(t)$ $i = 1, 2, 3, 4$ sẽ cho:

$$x_1 = \int_0^T x(t)\phi_1(t)dt = \sqrt{E} \cos\left[(2i-1)\frac{\pi}{4}\right] + w_1 = \pm\sqrt{\frac{E}{2}} + w_1 \quad (4.30)$$

$$x_2 = \int_0^T x(t)\phi_2(t)dt = -\sqrt{E} \sin\left[(2i-1)\frac{\pi}{4}\right] + w_2 = \mp\sqrt{\frac{E}{2}} + w_2 \quad (4.31)$$

Hệ QPSK đồng bộ có thể coi là hai hệ PSK làm việc song song dùng hai sóng mang vuông pha. Xác suất lỗi trung bình của một hệ PSK là:

$$P' = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E/2}{N_0}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right) \quad (4.32)$$

Các kênh đồng pha và vuông pha là độc lập với nhau. Kênh đồng pha quyết định bit một, kênh vuông pha quyết định bit thứ hai, xác suất quyết định đúng cả hai bit là:

$$P_c = (1 - P')^2 = \left[1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right)\right]^2 = 1 - \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right) + \frac{1}{4} \operatorname{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right) \quad (4.33)$$

Xác suất trung bình lỗi ký hiệu sẽ là:

$$P_e = 1 - P_c = \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right) - \frac{1}{4} \operatorname{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right) \quad (4.34)$$

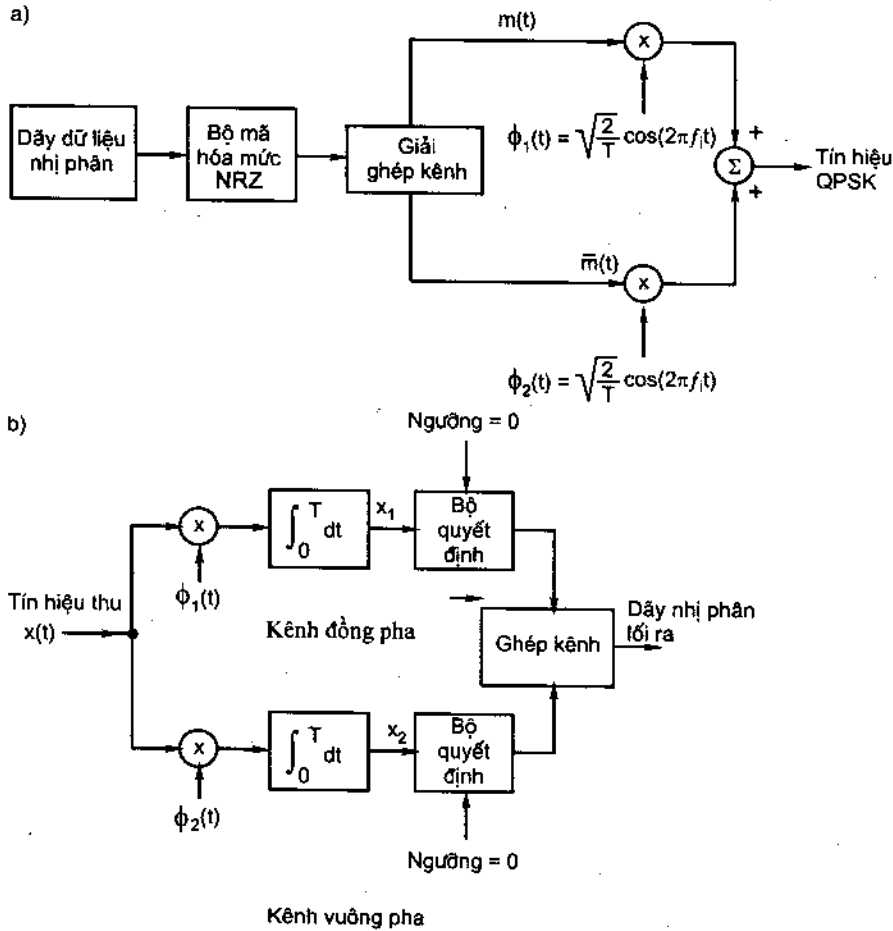
Khi $E/2N_0 \gg 1$ có thể bỏ qua số hạng thứ hai và ta được:

$$P_e \approx \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (4.35)$$

Công thức này có thể rút ra bằng một cách khác:

Do sơ đồ không gian tín hiệu là đối xứng, nên:

$$P_e \leq \frac{1}{2} \sum_{k=1, k \neq i}^4 \operatorname{erfc} \left(\frac{d_{ik}}{2\sqrt{N_0}} \right) \quad (4.36)$$



Hình 4.7. Sơ đồ khối: a) Bộ phát QPSK; b) Bộ thu QPSK

Với i là điểm báo hiệu m_i . Ví dụ chọn m_1 , các điểm gần nó nhất là m_2 và m_4 và $d_{12} = d_{14} = \sqrt{2E}$. Giả sử E/N_0 đủ lớn để bỏ qua đóng góp của m_3 đối với m_1 . Khi có lỗi nhầm m_1 thành m_2 hoặc m_4 sẽ cho lỗi một bit, còn nhầm m_1 thành m_3 sẽ có 2 bit lỗi. Khi E/N_0 đủ lớn, hàm hợp lý của 2 bit trong ký hiệu mắc lỗi nhỏ hơn đối với bit đơn nên có thể bỏ qua m_3 trong việc tính P_3 khi m_i được gửi. Do ký hiệu trong QPSK có 2 bit nên $E = 2E_b$:

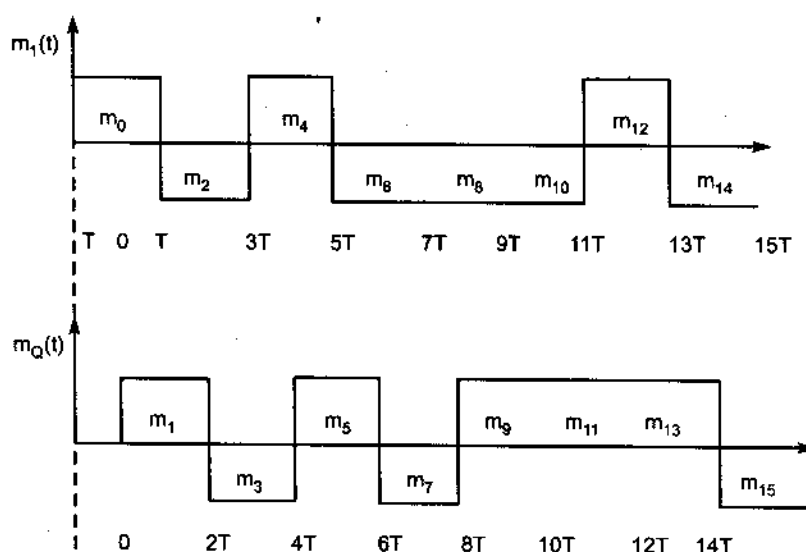
$$P_e \approx \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (4.37)$$

Khi dùng mã Gray đối với 2 bit đến tỷ lệ của bit lỗi trung bình là:

$$BER = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (4.38)$$

4.3.2. OQPSK

Yêu cầu của tín hiệu QPSK là biên độ không đổi, song đôi khi dịch pha π xảy ra làm biên độ đi qua điểm không. Điều này gây nên những búp phụ trong phần khuếch đại phi tuyến, còn nếu chỉ dùng phần khuếch đại tuyến tính thì sẽ kém hiệu suất. Một sự cải tiến chống lại hiện tượng này là kỹ thuật offset QPSK (OQPSK). Sự cải tiến ở chỗ trong QPSK sau khi sắp hàng dòng bit lẻ và bit chẵn thì sự chuyển bit xảy ra đồng thời trên hai dòng, còn ở OQPSK hai dòng bit này được đặt lệch nhau một bit (một nửa chu kỳ ký hiệu), nên dịch pha của tín hiệu truyền cực đại chỉ có thể là $\pm 90^\circ$ (nhịp dịch pha nhanh hơn, sau mỗi T_b chứ không phải $2T_b$) (hình 4.8).

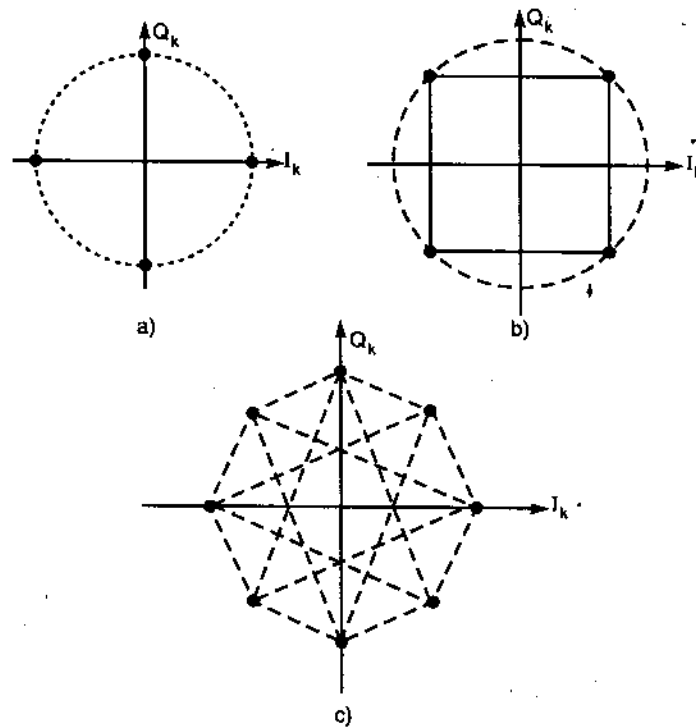


Hình 4.8. Sự sắp hàng so le giữa dòng bit lẻ và chẵn

4.3.3. $\pi/4$ QPSK

Điều chế $\pi/4$ QPSK là kỹ thuật dung hoà OQPSK và QPSK để cho phép dịch pha lớn hơn (chống ồn pha tốt hơn) và do vậy có thể thực hiện giải điều chế đồng bộ hay không đồng bộ. Dịch pha cực đại của $\pi/4$ QPSK là $\pm 135^\circ$ so với 180° ở QPSK và $\pm 90^\circ$ ở OQPSK do đó nó bảo toàn tính chất biên độ không đổi tốt hơn QPSK, song kém hơn OQPSK. Đặc điểm hấp dẫn của $\pi/4$ QPSK là nó có thể tách không đồng bộ và làm đơn giản nhiều bộ thu, thêm nữa đôi đường truyền đa đường có fading $\pi/4$ QPSK hoạt động tốt hơn.

Thường $\pi/4$ QPSK kết hợp với mã vi phân để chống nhầm lẫn pha khi khôi phục sóng mang, khi đó ta gọi là kỹ thuật $\pi/4$ DQPSK.



Hình 4.9. Giản đồ chòm sao của $\pi/4$ QPSK

Trong điều chế $\pi/4$ QPSK, điểm báo hiệu được chọn từ hai giản đồ chòm sao QPSK được lệch với nhau $\pi/4$ (hình 4.9). Sự chuyển giữa hai chòm sao sau mỗi bit đảm bảo có sự chuyển pha là số lẻ lần của $\pi/4$ giữa các ký hiệu liên tiếp để đảm bảo cho việc khôi phục thời gian (clock) và đồng bộ pha (khác với QPSK hai ký hiệu cạnh nhau có thể không có sự đổi pha):

Bit m_I, m_Q	Dịch pha φ
11	$\pi/4$
01	$3\pi/4$
00	$-3\pi/4$
10	$-\pi/4$

4.3.4. Khoá dịch tối thiểu đồng bộ (MSK, Minimum Shift Keying)

Đây là kỹ thuật FSK có khoảng cách hai tần số sóng mang gần nhất mà vẫn đảm bảo tính chất pha liên tục và hai tần số trực giao. Điều này đảm bảo kênh thông tin có độ rộng băng tần hẹp nên tiết kiệm phổ.

Xét cách biểu diễn tín hiệu CPFSK theo điều chế góc:

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos[2\pi f_c t + \theta(t)] \quad (4.39)$$

Ở đó $\theta(t)$ là hàm liên tục tăng hoặc giảm tuyến tính theo thời gian trong mỗi khoảng bit:

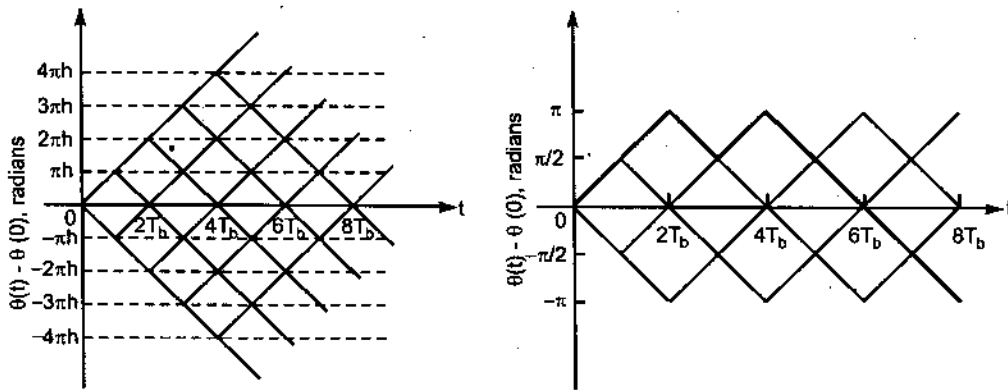
$$\theta(t) = \theta(0) \pm \frac{\pi h}{T_b} t \quad 0 \leq t \leq T_b \quad (4.40)$$

$\theta(0)$ là pha tại thời điểm $t = 0$, giá trị này sẽ phụ thuộc vào điều chế trước đó (để cho pha luôn liên tục giữa hai ký hiệu). Định nghĩa này tổng quát hơn tín hiệu trong FSK, ở đó dấu + tương ứng với gửi 1 (tần số f_1) còn dấu - tương ứng với gửi 0 (tần số f_2). h là một giá trị nào đó. Ta rút ra cặp liên hệ:

$$f_c + \frac{h}{2T_b} = f_1 \quad f_c - \frac{h}{2T_b} = f_2 \quad (4.41)$$

Giải ra ta có:

$$f_c = \frac{1}{2}(f_1 + f_2) \quad \text{và} \quad h = T_b(f_1 - f_2) \quad (4.42)$$



Hình 4.10. a) Cây pha; b) Lưới pha: Đường vẽ đậm biểu diễn dãy 1101000

Tại $t = T_b$ ta có:

$$\theta(T_b) - \theta(0) = \begin{cases} \pi h & \text{đối với 1} \\ -\pi h & \text{đối với 0} \end{cases} \quad (4.43)$$

Tức là gửi 1 làm tăng pha của CPFSK lên πh radian và gửi 0 sẽ giảm pha đi πh radian. Sự thay đổi pha theo thời gian là một chuỗi các đoạn thẳng, độ nghiêng của nó diễn tả sự tăng hay giảm một lượng tần số (nhảy tần). Với các dãy dữ liệu vào khá dài, đồ thị pha tín hiệu theo thời gian gọi là *cây pha* (hình 4.10a).

Có thể chọn nhiều giá trị h khác nhau để đảm bảo hai tần số trực giao nhưng $h = 1/2$ diễn tả độ lệch tần (hiệu hai tần số f_1 và f_2) bằng *một nửa tốc độ bit*. Đây là khoảng cách tần số tối thiểu cho phép hai tín hiệu FSK diễn tả 1 và 0 trực giao với nhau theo nghĩa là tích phân hai ký hiệu trong khoảng thời gian của chúng bằng không (nhớ lại là trong kỹ thuật FSK đồng bộ, hai tần số lệch nhau *bằng tốc độ bit*). Do nguyên nhân này mà tín hiệu CPFSK với hiệu số lệch bằng $1/2$ tốc độ bit được gọi là khoá dịch tối thiểu (MSK).

Khai triển tín hiệu $s(t)$ trong (4.37) theo thành phần đồng pha và vuông pha sẽ được:

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos[\theta(t)] \cos(2\pi f_c t) - \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \sin[\theta(t)] \sin(2\pi f_c t) \quad (4.44)$$

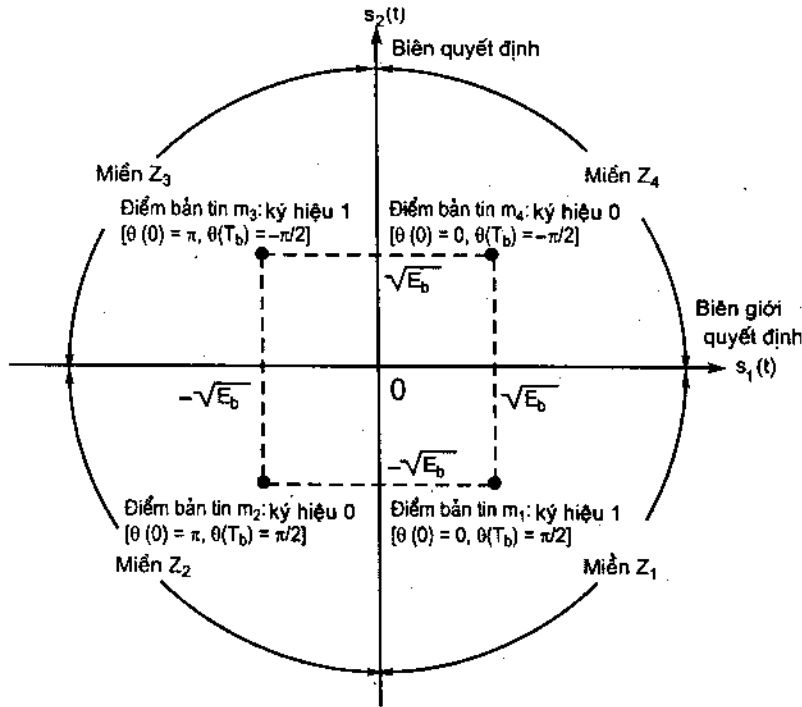
Với $h = 1/2$ ta có:

$$\theta(t) = \theta(0) \pm \frac{\pi}{2T_b} t \quad 0 \leq t \leq T_b \quad (4.45)$$

Ở đó dấu cộng tương ứng với 1 và dấu trừ tương ứng với 0. Còn $\theta(0)$ bằng 0 hay π sau khoảng $2T_b$ tùy vào pha trước đó.

Xét thành phần đồng pha:

$$\begin{aligned} s_1(t) &= \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos[\theta(t)] = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \left\{ \cos[\theta(0)] \cos\left(\frac{\pi}{2T_b} t\right) \mp \sin[\theta(0)] \sin\left(\frac{\pi}{2T_b} t\right) \right\} = \\ &= \pm \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos\left(\frac{\pi}{2T_b} t\right) \end{aligned} \quad (4.46)$$



Hình 4.11. Giản đồ không gian tín hiệu cho hệ MSK

Dấu cộng ứng với $\theta(0)$ bằng 0 và dấu trừ khi $\theta(0) = \pi$.

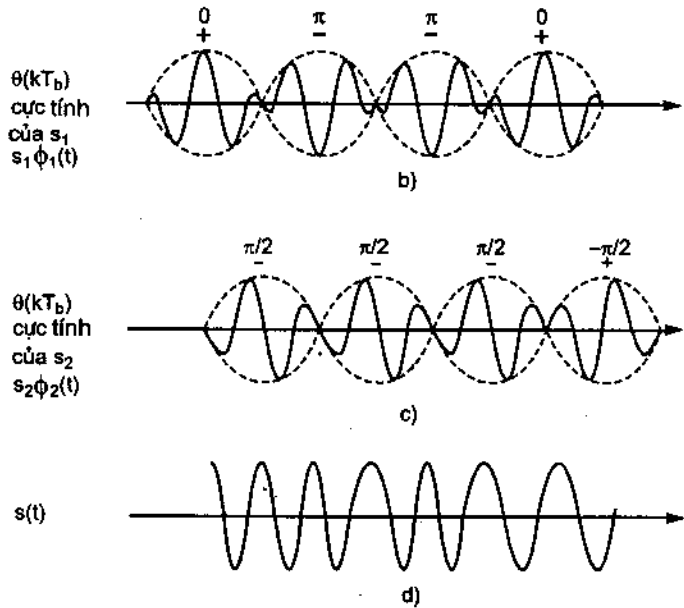
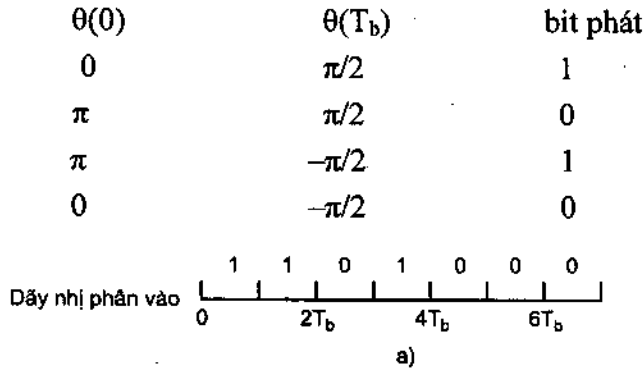
Điều này có nghĩa là thành phần đồng pha bị điều chế bởi hàm cosin nửa chu kỳ và có pha giữ nguyên hoặc đảo pha là do pha ban đầu là 0 hay π trong suốt khoảng $2T_b$.

($-T_b \leq 0 \leq T_b$) mà không phụ thuộc bit tại $t = 0$ là 1 hay 0.

Tương tự như vậy trong khoảng $0 \leq t \leq 2T_b$. Thành phần vuông pha sẽ là xung sin nửa chu kỳ, cực tính của nó chỉ phụ thuộc $\theta(T_b)$.

$$s_Q(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \sin[\theta(t)] = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \sin[\theta(T_b)] \sin\left(\frac{\pi}{2T_b} t\right) = \pm \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \sin\left(\frac{\pi}{2T_b} t\right) \quad (4.47)$$

Ở đó dấu cộng tương ứng $\theta(T_b) = \pi/2$ còn dấu trừ ứng với $\theta(T_b) = -\pi/2$. Từ phân tích trên do $\theta(0)$ và $\theta(T_b)$ đều có hai giá trị có thể nên có 4 trường hợp xảy ra:



Hình 4.12. Dây dữ liệu và dạng sóng cho tín hiệu MSK:

a) Dây nhị phân lỗi vào; b) Hàm thời gian được co dẫn một lượng $s_1\phi_1(t)$; c) Hàm thời gian được co dẫn một lượng $s_2\phi_2(t)$; d) Tín hiệu MKS là kết quả cộng hai hàm trên theo kiểu bit-bit.

Để tạo ra tín hiệu như vậy chọn hai hàm cơ sở trực giao như sau:

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos\left(\frac{\pi}{2T_b}t\right) \cos(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T_b \quad (4.48)$$

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \sin\left(\frac{\pi}{2T_b}t\right) \sin(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T_b \quad (4.49)$$

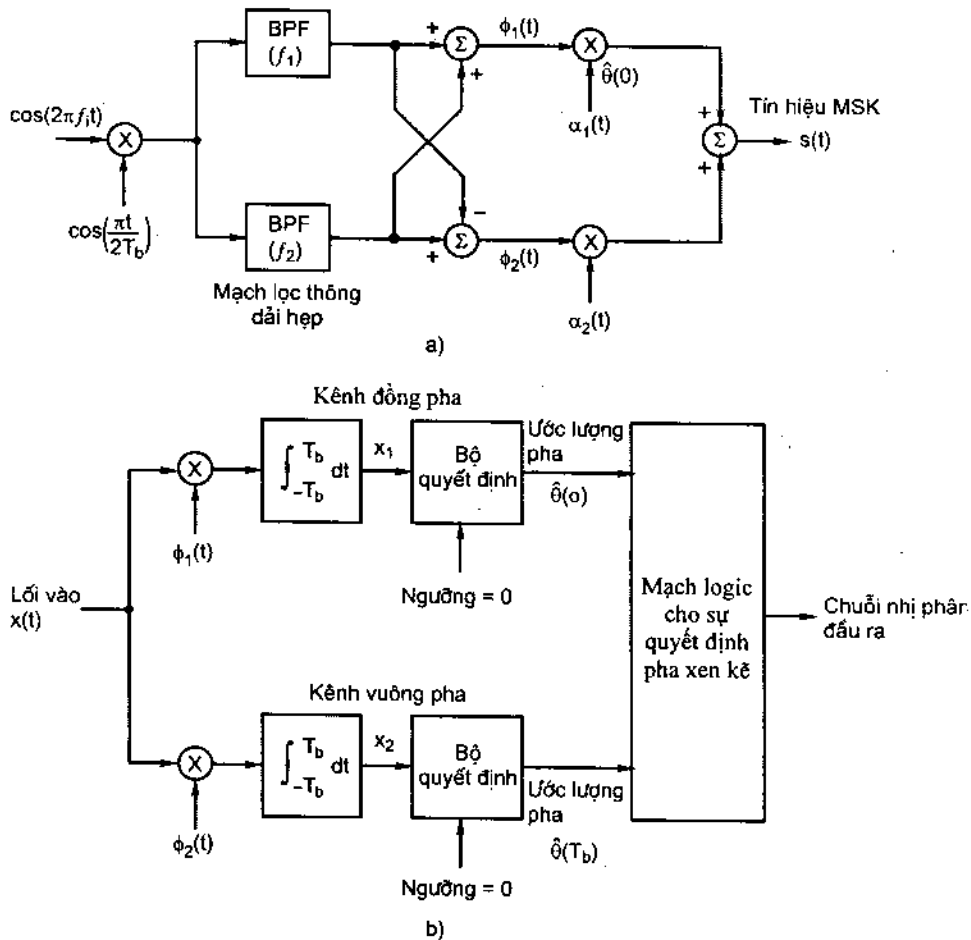
Tín hiệu MSK viết lại là: $s(t) = s_1\phi_1(t) + s_2\phi_2(t)$ với (4.50)

$$s_1 = \int_{-T_b}^{T_b} s(t)\phi_1(t)dt = \sqrt{E_b} \cos[\theta(0)] \quad -T_b \leq t \leq T_b \quad (4.51)$$

sẽ nhận hai giá trị và:

$$s_2 = \int_0^{2T_b} s(t)\phi_2(t)dt = -\sqrt{E_b} \sin[\theta(T_b)] \quad 0 \leq t \leq T_b \quad (4.52)$$

cũng nhận hai giá trị. Giản đồ tín hiệu có $N = 2$, $M = 2$ giống QPSK tuy nhiên có những điểm khác: Trong QPSK một tín hiệu phát biểu diễn 2 bit tương ứng độc lập với 1 trong 4 điểm tín hiệu và pha có thể gián đoạn sau khoảng $2T_b$, hai hàm cơ sở trực giao là hàm sin và cosin.



Hình 4.13. Sơ đồ khối: a) Bộ phát MSK; b) Bộ thu MSK

Còn ở MSK một tín hiệu phát biểu diễn 1 bit trong khoảng T_b phải biểu diễn bằng 1 trong 4 điểm tín hiệu phụ thuộc vào điểm trước đó, đồng thời hai hàm cơ sở trực giao là hai hàm sin, cosin bị điều chế tạo nên pha liên tục sau khoảng bit T_b .

Cách phát và thu MSK (hình 4.13):

Ưu điểm của MSK là: Đồng bộ tín hiệu và tỷ số lệch không bị ảnh hưởng trong một phạm vi khá rộng theo tốc độ dữ liệu lỗi vào. Hai tín hiệu sin: một ở tần số $f_c = n_c/4T_b$ với n_c

nguyên và một ở tần số $1/4T_b$ được cấp lên bộ điều chế tích, sẽ tạo nên hai sóng sin đồng bộ tại tần số f_1 và f_2 . Hai sóng sin này được phân tách bằng hai bộ lọc băng hẹp. Lỗi ra bộ lọc được tổ hợp tuyến tính để tạo nên cặp sóng mang vuông pha và trực giao $\phi_1(t)$ và $\phi_2(t)$. Cuối cùng hai sóng mang này được nhân với hai dạng sóng nhị phân $a_1(t)$ và $a_2(t)$ có tốc độ $1/2T_b$.

Tính xác suất trung bình của lỗi:

Xét tín hiệu truyền qua kênh ồn:

$$x(t) = s(t) + w(t) \quad (4.53)$$

với $s(t)$ là tín hiệu MSK. Để quyết định xem 1 hay 0 được truyền trong khoảng $0 \leq t \leq T_b$ ta cần phải tách trạng thái pha của $\theta(0)$ và $\theta(T_b)$. Trước hết ta phải tính hình chiếu của $x(t)$ lên $\phi_1(t)$ trên khoảng $-T_b \leq t \leq T_b$:

$$x_1 = \int_{-T_b}^{T_b} x(t)\phi_1(t)dt = s_1 + w_1 \quad (4.54)$$

Từ đây nếu $x_1 > 0$ thì chọn $\theta(0) = 0$ ngược lại chọn $\theta(\pi) = \pi$. Tương tự để tách $\theta(T_b)$

Ta tính:

$$x_2 = \int_0^{2T_b} x(t)\phi_2(t)dt = s_2 + w_2 \quad (4.55)$$

Nếu $x_2 > 0$ chọn $\theta(T_b) = -\pi/2$ ngược lại là $\theta(T_b) = \pi/2$. Sau đó phối hợp các kết quả trên để có quyết định đúng.

Lỗi xảy ra khi kênh I hoặc kênh Q bị lỗi. Sử dụng thống kê đã biết của hai kênh này ta xác định được tỷ lệ lỗi bit của MSK là:

$$BER = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (4.56)$$

chúng giống như PSK nhị phân trong QPSK, tuy nhiên hiệu quả quan trọng để tách MSK là tiến hành trên thời gian quan sát $2T_b$, chứ không phải trong T_b .

4.3.5. GMSK

GMSK là kỹ thuật điều chế nhị phân đơn giản rút ra từ MSK ở đó dạng sóng dữ liệu NRZ đi qua bộ tiền điều chế là bộ lọc tạo dạng xung Gauss để làm trơn quỹ đạo pha của MSK và như vậy làm ổn định sự thay đổi tần số tức thời theo thời gian và làm giảm búp sóng phụ trong phổ. Bộ lọc Gauss gây nên ISI trong tín hiệu phát, song có thể thấy là nếu tích độ dài bit và độ rộng 3dB (BT) nhỏ hơn 0,5 thì sự ảnh hưởng ISI không đáng kể. GMSK hy sinh tỷ lệ lỗi bit gây ra do báo hiệu đáp ứng một phần để đổi lấy hiệu suất phổ tốt và tính chất biên độ không đổi. Đáp ứng xung của bộ lọc là:

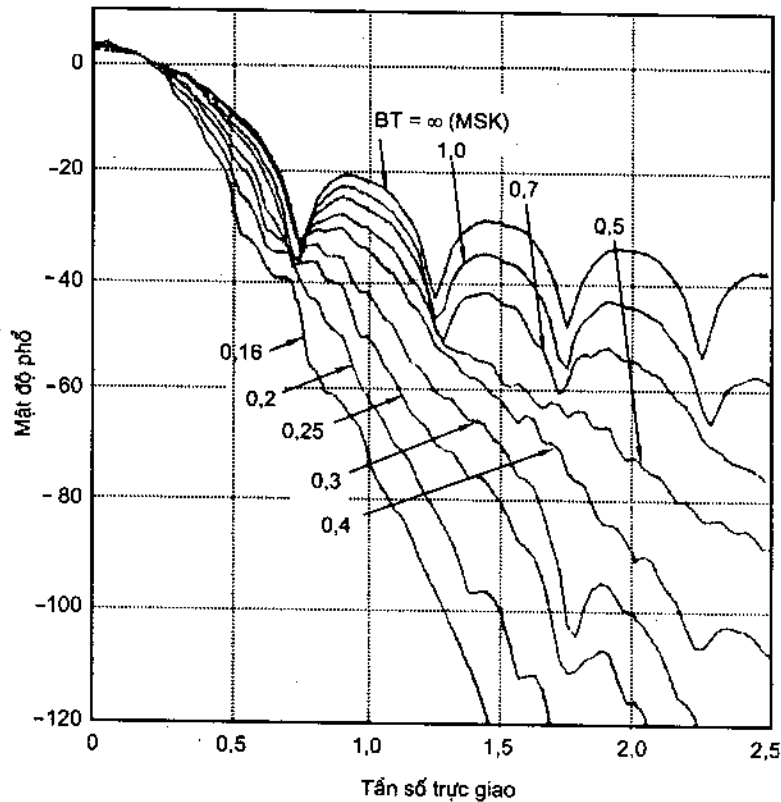
$$h_G(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} \exp \left(-\frac{\pi^2}{\alpha^2} t^2 \right) \quad (4.57)$$

Và hàm truyền:

$$H_G(f) = \exp(-\alpha^2 f^2) \quad (4.58)$$

Thông số α liên hệ với độ rộng phổ B theo công thức:

$$\alpha = \frac{\sqrt{2 \ln 2}}{B} \quad (4.59)$$



Hình 4.14. Phổ tín hiệu GMSK

Do đó bộ lọc GMSK có thể định nghĩa theo tích số BT. Trên hình cho một số dạng phổ của GMSK với các giá trị BT khác nhau (MSK ứng với tích BT bằng vô cùng).

4.4. Điều chế không đồng bộ

4.4.1. Điều chế trực giao không đồng bộ

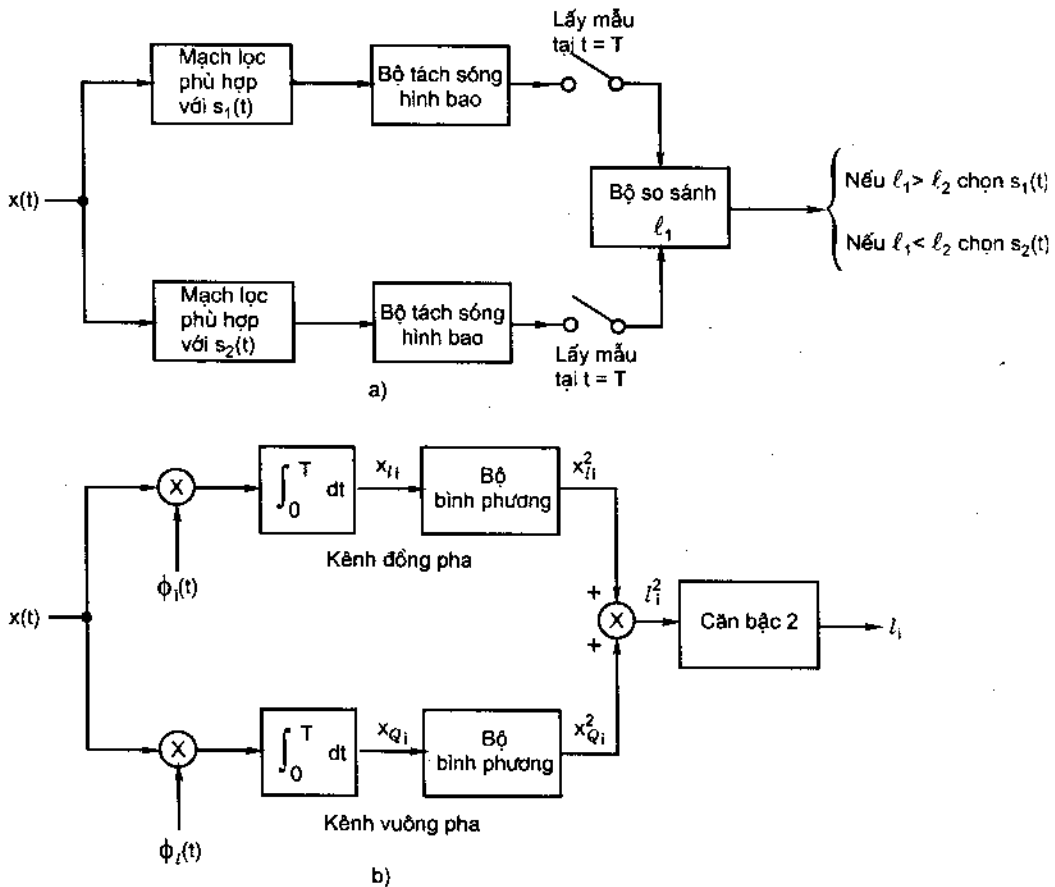
Tại bên thu nếu không biết pha của sóng mang khi truyền tới nơi, có thể sử dụng kỹ thuật tách không đồng bộ. Điều này thường gặp phải khi đường truyền không xác định.

Về nguyên tắc điều chế nhị phân khi đó dùng hai tín hiệu trực giao $s_1(t)$ và $s_2(t)$ có năng lượng bằng nhau. Giả sử tín hiệu qua kênh nhận được là $g_1(t)$ và $g_2(t)$ vẫn giữ tính trực giao và năng lượng bằng nhau. Bộ thu sẽ gồm hai bộ lọc phù hợp với các hàm cơ sở $\phi_1(t)$ và $\phi_2(t)$ là các phiên bản của $s_1(t)$ và $s_2(t)$. Vì pha của sóng mang là không biết, bộ thu chỉ dựa trên sự phân biệt biên độ nên lối ra bộ lọc được tách đường bao, lấy mẫu và so sánh với nhau. Nếu $I_1 > I_2$ thì quyết định là $s_1(t)$, ngược lại thì là $s_2(t)$ (hình 4.15a). Khi đó mỗi bộ lọc phù hợp không đồng bộ tương đương như bộ thu vuông góc (hình 4.15b), hai nhánh: nhánh trên là

đồng pha ở đó $x(t)$ được tương quan với $\phi_i(t)$ là phiên bản của $s_1(t)$ hoặc $s_2(t)$ với pha sóng mang không, nhánh dưới là kênh vuông góc, $x(t)$ được tương quan với $\hat{\phi}_i(t)$ là phiên bản của $\phi_i(t)$ dịch pha đi -90° (với $\hat{\phi}_i(t)$ và $\phi_i(t)$ là trực giao với nhau, là biến đổi Hilbert của nhau).

Ví dụ nếu $\phi_i(t) = m(t)\cos(2\pi f_i t)$ thì:

$$\hat{\phi}_i(t) = m(t)\sin(2\pi f_i t) \quad (4.60)$$



Hình 4.15. a) Bộ thu nhị phân tổng quát cho điều chế trực giao không đồng bộ;
b) Bộ thu vuông góc tương đương với một trong hai bộ lọc phù hợp trong sơ đồ a); $i = 1, 2$

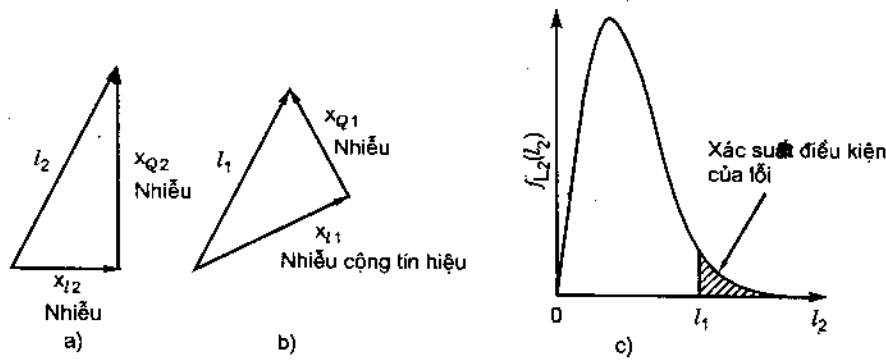
Vì pha sóng mang là không biết nên ồn tại lối ra của mỗi bộ lọc phù hợp có hai bậc tự do: đồng pha và vuông pha do đó bộ thu có 4 tham số ồn độc lập, phân bố đều và bộ thu có cấu trúc đối xứng.

Giả sử $s_1(t)$ được phát. Tại kênh dưới ta có độ lớn của đường bao:

$$l_2 = \sqrt{x_{12}^2 + x_{02}^2} \quad (4.61)$$

do ồn là Gauss nên các thành phần cũng có phân bố Gauss:

$$f_{x_{12}}(x_{12}) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{x_{12}^2}{N_0}\right) \quad (4.62)$$



Hình 4.16. a) Biểu diễn hình học của hai nhánh lỗi ra l_1 và l_2 trong bộ thu không đồng bộ tổng quát;
b) Tính xác suất điều kiện để $l_2 > l_1$ khi cho trước l_1

Sử dụng một kết quả của lý thuyết xác suất là: đường bao của quá trình Gauss là phân bố Rayleigh (xem phụ lục C) và độc lập với pha, tức là:

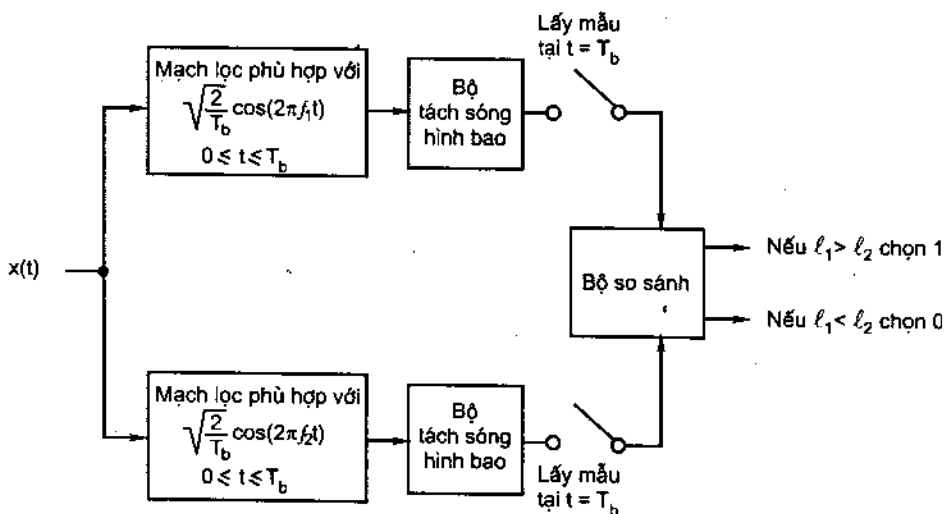
$$f_{L_2}(l_2) = \begin{cases} \frac{2l_2}{N_0} \exp\left(-\frac{l_2^2}{N_0}\right) & l_2 \geq 0 \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (4.63)$$

Xác suất điều kiện để $l_2 > l_1$ được xác định:

$$P(l_2 > l_1 | l_1) = \int_{l_1}^{\infty} f_{L_2}(l_2) dl_2 = \exp\left(-\frac{l_1^2}{N_0}\right) \quad (4.64)$$

Khi tín hiệu $s_1(t)$ được phát với năng lượng E ta có:

$$P_e = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E}{2N_0}\right) \quad (4.65)$$



Hình 4.17. Bộ thu không đồng bộ để tách tín hiệu BFSK

4.4.2. Khoá dịch tần nhị phân không đồng bộ

Trong trường hợp FSK nhị phân:

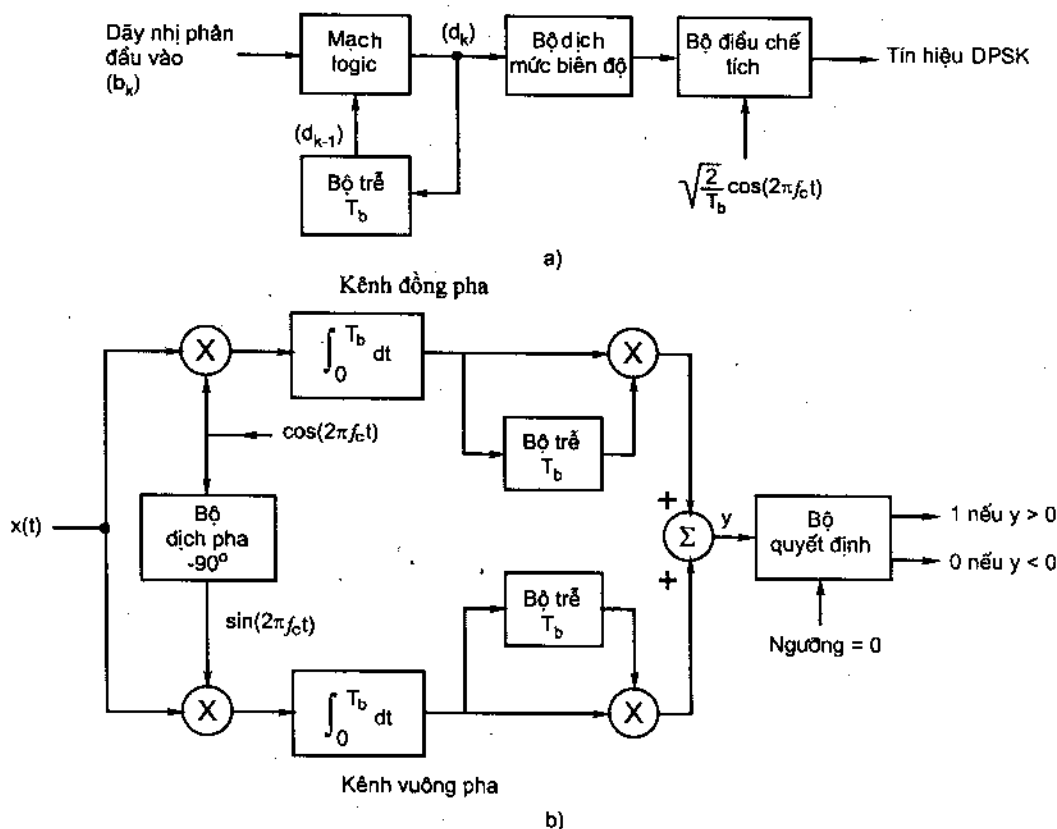
$$s_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_i t) & 0 \leq t \leq T_b \quad \text{với } f_i = n_i/T_b \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (4.66)$$

Sơ đồ thu như hình 4.17, nhánh trên phù hợp với $\sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_1 t)$, lỗi ra bộ tách đường bao được lấy mẫu tại $t = T_b$ và các giá trị được so sánh. Xác suất lỗi trung bình đối với FSK không đồng bộ là:

$$P_e = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{2N_0}\right) \quad (4.67)$$

4.4.3. Khoá dịch pha vi phân (DPSK) (hình 4.18)

Một cách điều chế không đồng bộ khác (tức là không cần xác định pha sóng đến) là sử dụng mã vi phân dựa trên tính chất là hiệu pha của hai ký hiệu liên tiếp không phụ thuộc vào pha sóng tới (ký hiệu trước có pha tới là bao nhiêu thì ký hiệu ngay sau đó cũng có pha tới như vậy, hay nói cách khác là pha sóng tới coi là thay đổi chậm trong khoảng thời gian bit).



Hình 4.18. Sơ đồ khối: a) Bộ phát DPSK; b) Bộ thu DPSK

Kỹ thuật này gồm hai thao tác: mã hoá vi phân dãy lỗi vào rồi thực hiện PSK.

Để gửi 0 cộng thêm pha 180° vào dạng sóng, để gửi 1 ta giữ dạng sóng không đổi (như vậy cần biết pha của bit trước đó). Bộ thu có nhớ để có thể đo sai pha giữa hai ký hiệu liên tiếp.

DPSK (hình 4.18) cũng được coi là trường hợp riêng của điều chế trực giao không đồng bộ khi xét trên khoảng 2 bit.

Khi phát 1, tín hiệu tương ứng là:

$$s_1(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{E_b}{2T_b}} \cos(2\pi f_c t) & 0 \leq t \leq T_b \\ \sqrt{\frac{E_b}{2T_b}} \cos(2\pi f_c t) & T_b \leq t \leq 2T_b \end{cases} \quad (4.68)$$

Và khi phát 0:

$$s_1(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{E_b}{2T_b}} \cos(2\pi f_c t) & 0 \leq t \leq T_b \\ \sqrt{\frac{E_b}{2T_b}} \cos(2\pi f_c t + \pi) & T_b \leq t \leq 2T_b \end{cases} \quad (4.69)$$

Ta sẽ thấy rằng $s_1(t)$ và $s_2(t)$ trực giao với nhau trên khoảng $2T_b = T$ và $2E_b = E$

Do đó tỷ lệ lỗi bit của DPSK sẽ là:

$$P_e = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{N_0}\right) \quad (4.70)$$

Tạo tín hiệu DPSK: Trước hết tạo dãy mã vi phân d_k :

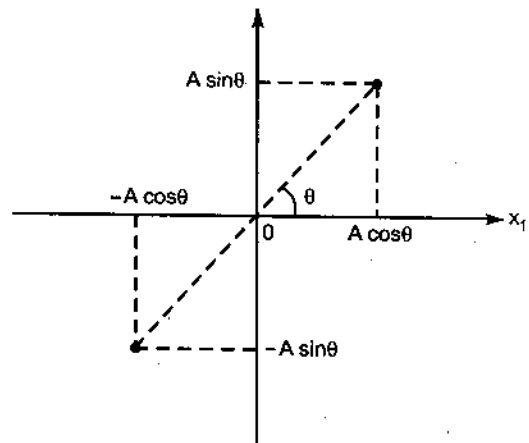
– Nếu b_k là 1, d_k giữ lại giống như bit trước d_{k-1}

– Nếu $b_k = 0$, d_k sẽ thay đổi so với d_{k-1}

$$d_k = d_{k-1} b_k + \bar{d}_{k-1} \bar{b}_k \quad (\text{modulo } 2)$$

Bảng mã hoá như sau:

$\{b_k\}$	1 0 0 1 0 0 1 1
$\{\bar{b}_k\}$	0 1 1 0 1 1 0 0
$\{d_{k-1}\}$	1 1 0 1 1 0 1 1
$\{\bar{d}_{k-1}\}$	0 0 1 0 0 1 0 0
$\{b_k d_{k-1}\}$	1 0 0 1 0 0 1 1
$\{\bar{b}_k \bar{d}_{k-1}\}$	0 0 1 0 0 1 0 0
Dãy mã vi phân d_k	1 1 0 1 1 0 1 1
Pha được phát	0 0 π 0 0 π 0 0



Hình 4.19. Sơ đồ không gian tín hiệu của tín hiệu DPSK thu được

Bộ thu tối ưu

Khi pha sóng mang không biết, bộ thu gồm hai kênh đồng pha và vuông pha. Sơ đồ không gian tín hiệu có các điểm thu nhận được là: $(A\cos\theta, A\sin\theta)$ và $(-A\cos\theta, -A\sin\theta)$, với θ là pha chưa biết còn A thì biết rõ. Bộ thu sẽ đo tọa độ tại $t = T_b$ (x_{I0}, x_{Q0}) = $\mathbf{x}_0$ và tại $t = 2T_b$ (x_{I1}, x_{Q1}) = $\mathbf{x}_1$. Vấn đề là hai điểm này ứng với cùng một điểm tín hiệu hay khác nhau. Muốn biết ta kiểm tra tích nội (vô hướng) của hai vectơ này nếu $\mathbf{x}_0^T \mathbf{x}_1$ dương sẽ ứng với 1 (pha không bị thay đổi), và ngược lại nếu âm sẽ ứng với 0 (pha thay đổi).

Cụ thể là $x_{I0}x_{I1} + x_{Q0}x_{Q1}$ được so sánh với 0. Biểu thức này tương đương với so sánh:

$$1/4[(x_{I0} + x_{I1})^2 + (x_{Q0} + x_{Q1})^2 - (x_{I0} - x_{I1})^2 - (x_{Q0} - x_{Q1})^2] < 0 \text{ hoặc } > 0$$

Quá trình sẽ ứng với điểm $\mathbf{x}_0$ là gần với $\mathbf{x}_1$ hay ảnh của $\mathbf{x}_1$ là $-\mathbf{x}_1$

Như vậy bộ thu tối ưu để tách đồng bộ vi phân DPSK nhị phân theo phương trình tính tích vô hướng. Khi thực hiện đòi hỏi phải nhớ giá trị mẫu do vậy tránh phải làm đường trễ. Bộ thu tương đương kiểm tra các phần tử bình phương như vậy phức tạp hơn, song dễ phân tích hơn khi hai tín hiệu được coi là trực giao trong khoảng $(0, 2T_b)$. Vì vậy phân tích giải điều chế trực giao không đồng bộ được áp dụng.

4.5. So sánh sơ đồ điều chế nhị phân và cầu phương

Từ những kết quả ở các mục trên ta có thể rút ra một số so sánh:

Sơ đồ điều chế	Tỷ lệ lỗi bit	
a) PSK đồng bộ:	$\left\{ \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \right.$	(4.71)
QPSK đồng bộ		
MSK đồng bộ		

b) FSK nhị phân đồng bộ:	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right)$	(4.72)
--------------------------	--	--------

c) DPSK:	$\frac{1}{2} \exp \left(-\frac{E_b}{N_0} \right)$	(4.73)
----------	--	--------

d) FSK nhị phân không đồng bộ:	$\frac{1}{2} \exp \left(-\frac{E_b}{2N_0} \right)$	(4.74)
--------------------------------	---	--------

Nhận xét:

1. Tỷ lệ lỗi bit nói chung giảm đơn điệu khi tăng E_b/N_0 .
2. Với cùng một giá trị E_b/N_0 , PSK, QPSK và MSK có tỷ lệ lỗi nhỏ hơn các hệ điều chế khác.

3. PSK và DPSK đồng bộ yêu cầu E_b/N_0 3dB nhỏ hơn FSK và FSK không đồng bộ với cùng tỷ lệ lỗi bit.

4. Tại E_b/N_0 lớn, DPSK và FSK không đồng bộ sẽ giống (trong khoảng 1dB) PSK và FSK đồng bộ, đối với cùng tốc độ bit và năng lượng bit (hình 4.20).

5. Với QPSK hai sóng mang được sử dụng, với hai dòng bit độc lập được phát và được thu.

6. Trong MSK đồng bộ, hai sóng mang được điều chế bởi hai dạng xung đối cực trên khoảng $2T_b$.

7. MSK khác các sơ đồ trước là bộ điều chế và bộ thu có nhớ.

4.6. Kỹ thuật điều chế cơ số M (M mức)

Độ rộng băng yêu cầu thường tỷ lệ với $1/T_b$. Nếu sử dụng điều chế cơ số $M = 2^n$ thì độ rộng băng chỉ còn $1/nT_b$. Đây chính là kỹ thuật điều chế có hiệu suất sử dụng băng tần (hay hiệu suất phổ) cao. Song ở đây tỷ lệ lỗi bit cao hơn.

4.6.1. PSK M mức

Dạng sóng:

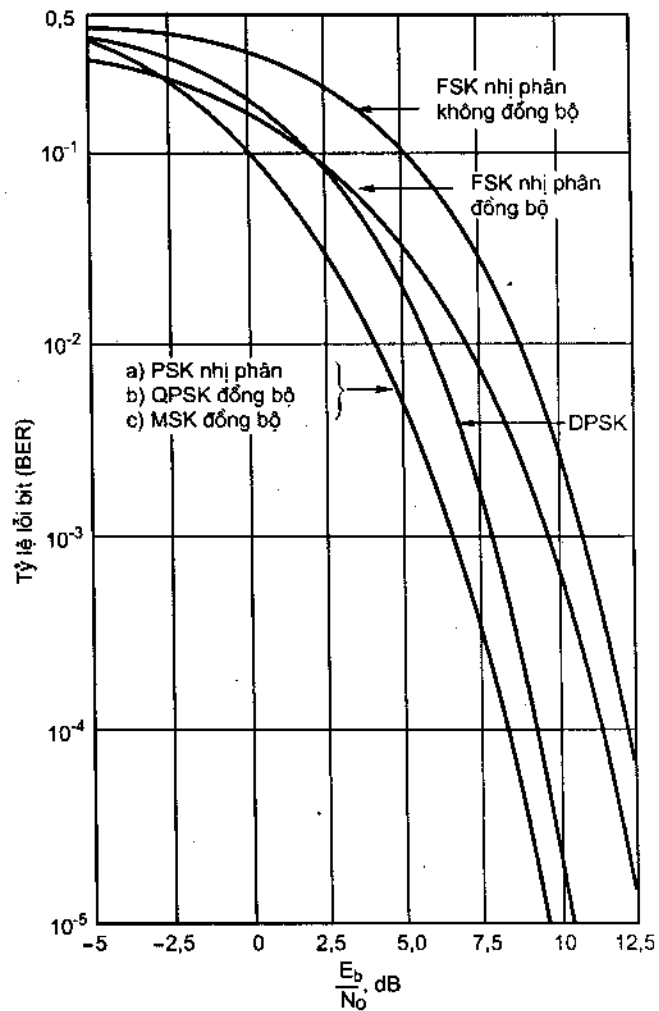
$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left(2\pi f_c t + \frac{2\pi}{M}(i-1)\right) \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (4.75)$$

Với $f_c = n_c/T$.

Các tín hiệu trên là tổ hợp của hai hàm cơ sở:

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (4.76)$$

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (4.77)$$



Hình 4.20. So sánh tác động ồn trên hệ PSK vi phân và hệ FSK

Sơ đồ (hình 4.21) với $M = 8$

$$d_{12} = d_{18} = 2\sqrt{E} \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \quad (4.78)$$

Cuối cùng:

$$P_e = \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right) \quad (4.79)$$

Việc tính toán lỗi cho PSK M mức vì phân là phức tạp, ta chỉ có thể xấp xỉ:

$$P_e \approx \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{2M}\right)\right) \quad \text{với } M \geq 4 \quad (4.80)$$

So sánh ta thấy DPSK M mức có xác suất lỗi giống như PSK M mức đồng bộ có năng lượng truyền trên ký hiệu tăng thêm một nhân tử:

$$k(M) = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{M}\right)}{2 \sin^2\left(\frac{\pi}{2M}\right)} \quad \text{với } M \geq 4 \quad (4.81)$$

Ví dụ $k(4) = 1,7$ tức là QPSK vì phân xấp xỉ 2,3dB hiệu quả thấp hơn QPSK đồng bộ.

4.6.2. QAM M mức (hình 4.22)

$$\text{Dạng sóng: } s_i(t) = \sqrt{\frac{2E_0}{T}} a_i \cos(2\pi f_c t) + \sqrt{\frac{2E_0}{T}} b_i \sin(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (4.82)$$

Hai hàm cơ sở của các dạng sóng này cũng là:

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t) \quad (4.83)$$

$$\text{và } \phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (4.84)$$

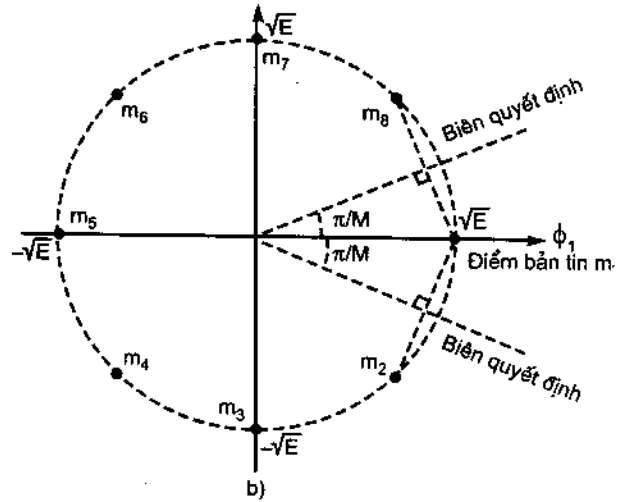
Các tọa độ của dạng sóng thứ i là: $a_i \sqrt{E_0}$ và $b_i \sqrt{E_0}$

Với (a_i, b_i) là các phần tử của ma trận:

$$\{a_i, b_i\} = \begin{bmatrix} (-L+1, L-1) & (-L+3, L-1) & \dots & (L-1, L-1) \\ (-L+1, L-3) & (-L+3, L-3) & \dots & (L-1, L-3) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (-L+1, -L+1) & (-L+3, -L+1) & \dots & (L-1, -L+1) \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

Ở đó $L = \sqrt{M}$.

Để tính xác suất lỗi ta làm như sau:



Hình 4.21. a) Không gian tín hiệu cho khoá dịch pha bậc 8 mức ($M = 8$). Biên quyết định là đường tô đậm; b) Sơ đồ minh hoạ việc áp dụng biên hợp cho khoá dịch pha bậc 8 mức

a) Vì các thành phần đồng pha và vuông pha là độc lập nên xác suất tách đúng là:

$$P_c = (1 - P'_e)^2 \quad (4.86)$$

Với P'_e là xác suất lỗi ký hiệu của mỗi thành phần.

b) Giản đồ sao (hình 4.23) trong các thành phần cùng pha và vuông pha tương tự giống PAM M mức, nên:

$$P'_e = \left(1 - \frac{1}{L}\right) \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_0}{N_0}} \right) \text{ với } L = \sqrt{M} \quad (4.87)$$

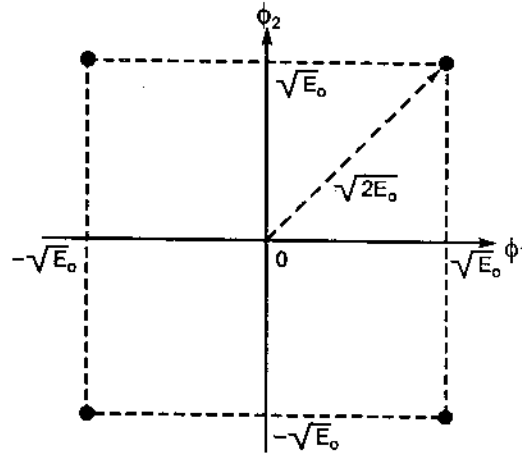
c) Xác suất lỗi của QAM hạng M sẽ là:

$$P_e = 1 - P_c = 1 - (1 - P'_e)^2 \approx 2P'_e \quad (4.88)$$

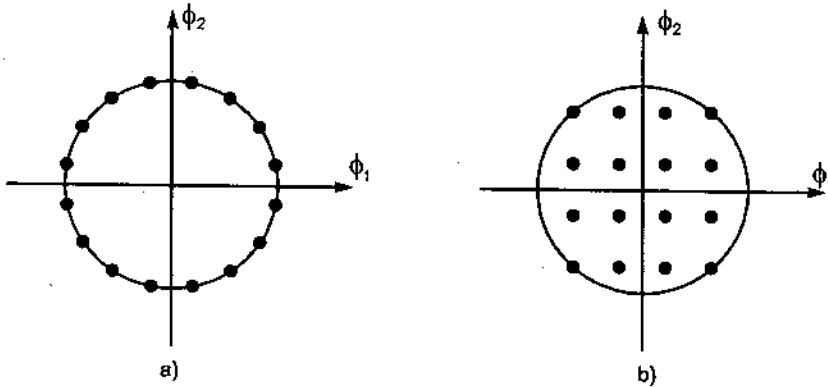
(vì giả sử P'_e là nhỏ so với đơn vị).

Kết hợp với các phương trình trên ta có:

$$P_e \approx 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_0}{N_0}} \right) \quad (4.89)$$



Hình 4.22. Không gian tín hiệu cho QAM M mức với M = 4



Hình 4.23. Chòm sao tín hiệu cho: a) QPSK M mức; b) QAM M mức với M = 16

4.6.3. FSK M mức

Dạng sóng:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \left[\frac{\pi}{T} (n_c + i)t \right] \quad 0 \leq t \leq T, i = 1, 2, \dots, M \quad (4.90)$$

Vì các dạng sóng là đôi một trực giao nên cũng có M hàm cơ sở và bộ thu gồm M bộ tương quan hay M bộ lọc phù hợp. Biên trên của xác suất lỗi được xác định là:

$$P_e \leq \frac{1}{2} (M-1) \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}} \right) \quad (4.91)$$

4.6.4. So sánh các kỹ thuật điều chế M mức

Để so sánh ta xác định với cùng xác suất lỗi ký hiệu là 10^{-4} .

Giá trị M	(Độ rộng băng M mức/ độ rộng băng nhị phân)	(Công suất trung bình M mức/ công suất trung bình nhị phân)
4	0,5	0,34dB
8	0,333	3,91dB
16	0,25	8,52dB
32	0,2	13,52dB

4.7. Phổ công suất

Các tín hiệu thông dải băng hẹp có thể biểu diễn:

$$s(t) = s_I(t)\cos(2\pi f_c t) - s_Q(t)\sin(2\pi f_c t) = \text{Re}[\tilde{s}(t)\exp(j2\pi f_c t)] \quad (4.92)$$

Với $\tilde{s}(t) = s_I(t) + js_Q(t)$ là đường bao phức của tín hiệu thông dải. Ký hiệu $S_B(f)$ là mật độ phổ công suất của đường bao phức, (tức là mật độ phổ công suất băng cơ sở). Ta có thể biểu diễn mật độ phổ công suất của tín hiệu thông dải như sau:

$$S_s(f) = \frac{1}{4} [S_B(f - f_c) + S_B(f + f_c)] \quad (4.93)$$

Do vậy việc tính phổ công suất của tín hiệu thông dải được quy về tính với băng cơ sở.

4.7.1. Phổ công suất của PSK và FSK nhị phân

a) Đối với PSK nhị phân biên độ phức chỉ có một thành phần đồng pha. Hàm tạo dạng là:

$$g(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} & 0 \leq t \leq T_b \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (4.94)$$

Giả sử dạng sóng nhị phân ngẫu nhiên cân bằng giữa 1 và 0. Khi đó mật độ phổ công suất bằng mật độ phổ công suất của hàm tạo dạng ký hiệu, bằng bình phương độ lớn của biến đổi Fourier của $g(t)$. Vì vậy:

$$S_B(f) = \frac{2E_b \sin^2(\pi T_b f)}{(\pi T_b f)^2} = 2E_b \text{sinc}^2(T_b f) \quad (4.95)$$

Phổ suy giảm nghịch đảo với bình phương tần số.

b) Đối với FSK nhị phân:

$$\begin{aligned} s(t) &= \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos\left(2\pi f_c t \pm \frac{\pi t}{T_b}\right) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos\left(\pm \frac{\pi t}{T_b}\right) \cos(2\pi f_c t) - \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \sin\left(\pm \frac{\pi t}{T_b}\right) \sin(2\pi f_c t) \\ &= \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos\left(\frac{\pi t}{T_b}\right) \cos(2\pi f_c t) \mp \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \sin\left(\frac{\pi t}{T_b}\right) \sin(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T_b \end{aligned} \quad (4.96)$$

– Thành phần đồng pha độc lập với sóng nhị phân, nó bằng $\sqrt{2E_b/T_b} \cos(\pi t/T_b)$ tại mọi giá trị thời gian. Mật độ phổ công suất của thành phần này gồm hai hàm delta, trọng số $E_b/2T_b$ và xảy ra tại $f = \pm 1/2T_b$.

– Thành phần vuông pha liên hệ trực tiếp với sóng nhị phân lỗi vào. Hàm tạo dạng:

$$g(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \sin\left(\frac{\pi t}{T_b}\right) & 0 \leq t \leq T_b \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (4.97)$$

Có phổ mật độ năng lượng là:

$$\psi_g(f) = \frac{8E_b T_b \cos^2(\pi T_b f)}{\pi^2 (4T_b^2 f^2 - 1)^2} \quad (4.98)$$

Do đó mật độ phổ công suất của thành phần vuông pha là: $\psi_g(f)/T_b$

Tổng hợp lại:

$$S_B(f) = \frac{E_b}{2T_b} \left[\delta\left(f - \frac{1}{2T_b}\right) + \delta\left(f + \frac{1}{2T_b}\right) \right] + \frac{8E_b \cos^2(\pi T_b f)}{\pi^2 (4T_b^2 f^2 - 1)^2} \quad (4.99)$$

Thay công thức vào phổ băng thông dải ta sẽ có hai thành phần rời rạc tại $f_1 = f_c + 1/2T_b$ và $f_2 = f_c - 1/2T_b$.

Chú ý là mật độ phổ công suất của FSK nhị phân pha liên tục giảm tỷ lệ nghịch bậc 4 với tần số. Tuy nhiên khi FSK có pha không liên tục tại khoảng giữa bit, mật độ phổ công suất chỉ giảm tỷ lệ nghịch bậc 2 với tần số và tạo ra nhiều giao thoa ra bên ngoài băng.

4.7.2. Phổ công suất của QPSK và MSK (hình 4.24)

a) Đối với QPSK:

– Tùy theo 2 bit gửi trong khoảng $-T_b \leq t \leq T_b$ các thành phần cùng pha và vuông pha có cùng hàm mật độ phổ công suất:

$$S(f) = E \text{sinc}^2(Tf) \quad (4.100)$$

– Thành phần vuông pha và cùng pha là độc lập nên mật độ phổ công suất của QPSK sẽ là tổng của hai thành phần:

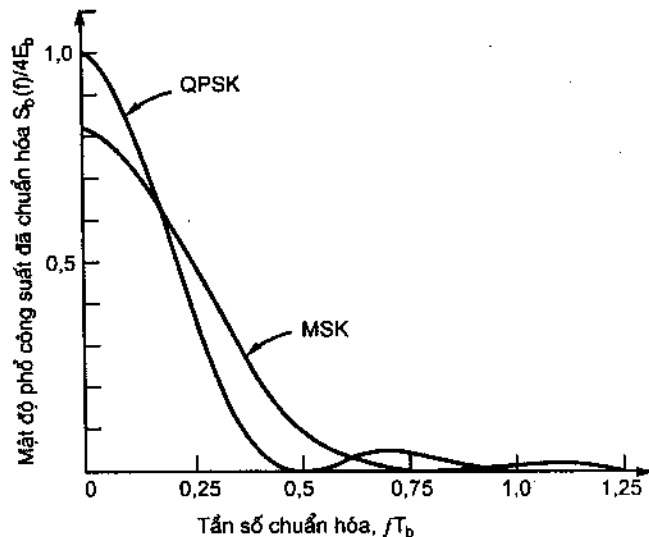
$$S_B(f) = 2E \text{sinc}^2(Tf) = 4E_b \text{sinc}^2(2T_b f) \quad (4.101)$$

b) Đối với MSK:

– Tùy theo giá trị của trạng thái pha $\theta(0)$ thành phần đồng pha sẽ là: $+g(t)$ hay $-g(t)$

$$g(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos\left(\frac{\pi t}{2T_b}\right) & -T_b \leq t \leq T_b \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (4.102)$$

Mật độ phổ năng lượng của hàm tạo dạng sẽ là:



Hình 4.24. Phổ công suất của tín hiệu BPSK và BFSK

$$\psi_g(f) = \frac{32E_b T_b \cos^2(2\pi T_b f)}{\pi^2 (16T_b^2 f^2 - 1)^2} \quad (4.103)$$

nên mật độ phổ công suất sẽ là: $\psi_g(f)/2T_b$

– Tùy theo giá trị của $\theta(T_b)$ thành phần vuông pha sẽ là $+g(t)$ hay $-g(t)$ với

$$g(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \sin\left(\frac{\pi t}{2T_b}\right) & 0 \leq t \leq 2T_b \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (4.104)$$

Mật độ phổ năng lượng cũng được tính giống như thành phần cùng pha.

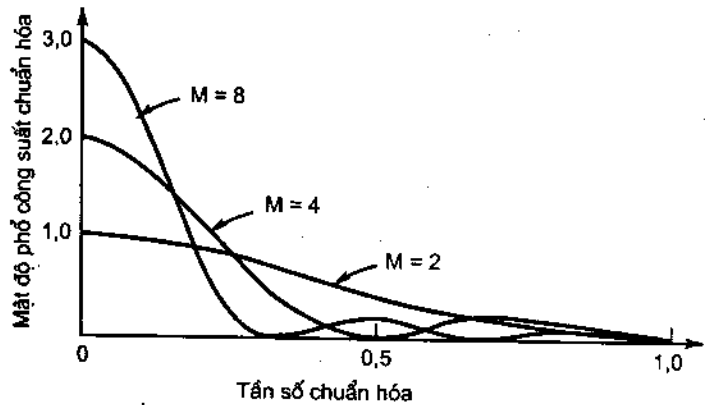
– Giống như QPSK. Các thành phần cùng pha và vuông là độc lập nên mật độ phổ công suất của MSK sẽ là:

$$S_B(f) = 2 \left[\frac{\psi_g(f)}{2T_b} \right] = \frac{16E_b \cos^2(2\pi T_b f)}{\pi^2 (16T_b^2 f^2 - 1)^2} \quad (4.105)$$

4.7.3. Phổ công suất của tín hiệu M mức (hình 4.25)

PSK nhị phân và QPSK là trường hợp riêng của PSK M mức.

$T = T_b \log_2 M$. Phân tích giống như đã làm với QPSK có thể thấy mật độ phổ công suất bằng cơ sở của PSK M mức là:



Hình 4.25. Phổ công suất của tín hiệu PSK M mức với $M = 2, 4, 8$

$$S_B(f) = 2E \text{sinc}^2(Tf) = 2E_b \log_2 M \text{sinc}^2(T_b f \log_2 M) \quad (4.106)$$

4.8. Hiệu suất phổ

Độ rộng kênh và công suất phát là hai tài nguyên cơ bản của truyền thông. Sử dụng hiệu suất các tài nguyên này là lý do của các nghiên cứu sơ đồ tiết kiệm phổ. Trong đó điều chế là cách thứ nhất để cực đại hiệu suất phổ, định nghĩa là tỷ số tốc độ dữ liệu và độ rộng kênh (đơn vị là bit/giây/Hz). Đối tượng thứ hai là đạt được tiết kiệm băng với một công suất trung bình tín hiệu tối thiểu hay là minimum tỷ số tín hiệu/ồn. Với tốc độ dữ liệu R_b và độ rộng băng kênh là B . Hiệu suất phổ là:

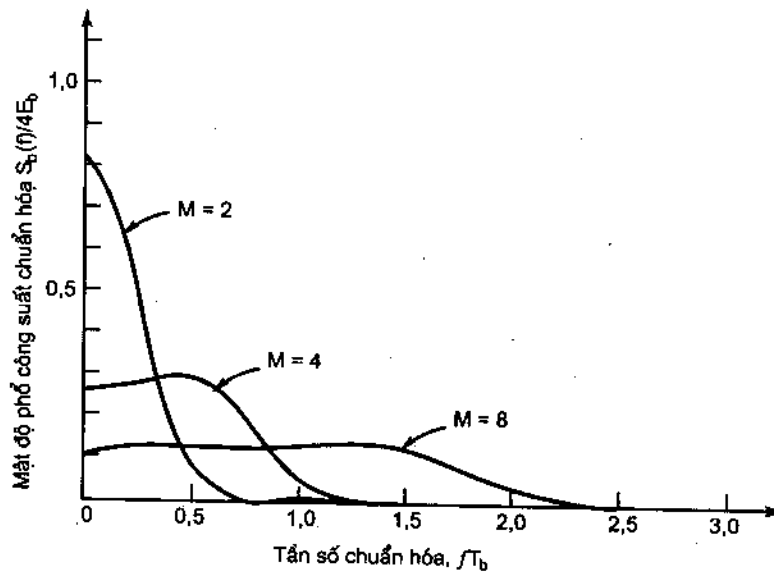
$$\rho = \frac{R_b}{B} \quad \text{b/s/Hz} \quad (4.107)$$

4.8.1. Hiệu suất phổ của PSK M mức

Phổ công suất của PSK M mức là búp chính giới hạn bởi hai điểm bằng không

Độ rộng kênh để cho qua PSK M mức (chính xác hơn là cho qua búp chính) là:

$B = 2/T$ với T là độ dài ký hiệu, đổi ra độ dài bit



Hình 4.26. Phổ công suất của tín hiệu FSK M mức với M = 2, 4, 6

$$B = \frac{2R_b}{\log_2 M} \quad (4.108)$$

Nên:

$$\rho = \frac{R_b}{B} = \frac{\log_2 M}{2} \quad (4.109)$$

Ta có bảng về hiệu suất phổ của PSK M mức

M	2	4	8	16	32	64
ρ (bit/s/Hz)	0,5	1	1,5	2	2,5	3

4.8.2. Hiệu suất phổ của FSK M mức

Xét FSK hạng M gồm tập M tín hiệu trực giao. Các tín hiệu cạnh nhau có thể cách nhau tần số bằng $1/2T$ để duy trì tính trực giao. Do đó độ rộng kênh để truyền FSK M mức là:

$$B = M/2T = \frac{R_b M}{2 \log_2 M} \quad (4.110)$$

Và:

$$\rho = \frac{R_b}{B} = \frac{2 \log_2 M}{M} \quad (4.111)$$

Bảng hiệu suất phổ của FSK M mức

M	2	4	8	16	32	64
ρ (bit/s/Hz)	1	1	0,75	0,5	0,3125	0,1875

4.9. Ảnh hưởng của ISI tính theo mô phỏng (hình 4.27)

Do băng truyền tín hiệu giới hạn nên bên cạnh nguồn gây lỗi Gauss còn có nguồn ISI. Khi có ISI bộ lọc tương quan đồng bộ (bộ lọc phù hợp) không còn tối ưu.

Điều này cũng đúng với bộ thu không đồng bộ. Một số phương pháp số đã được dùng để tính xác suất lỗi trung bình khi có cả hai nguồn gây lỗi này (dựa trên tính tuyến tính của quá trình tách PSK đồng bộ). Tuy nhiên với DPSK quá trình tách là không tuyến tính, rất khó phân tích hoạt động lỗi dưới điều kiện thu không đồng bộ này. Để phân tích người ta dùng phương pháp mô phỏng máy tính với một số đặc điểm chính như sau:

1. Tín hiệu phát $s(t)$ được biểu diễn bằng đường bao phức $\tilde{s}(t)$ thông thấp với liên hệ

$$s(t) = \text{Re}[\tilde{s}(t)\exp(j2\pi f_c t)] \quad (4.112)$$

f_c là tần số sóng mang được coi là lớn so với một nửa độ rộng tín hiệu truyền. Tính chất của dạng sóng dữ liệu và của phương pháp báo hiệu được mô tả đầy đủ qua $\tilde{s}(t)$ nên loại bỏ tính cần thiết mô phỏng với sóng mang tần số cao.

2. Để mô phỏng hiệu ứng ồn ở trước và sau bộ thu ta cộng $\tilde{s}(t)$ với

$$\tilde{w}(t) = w_I(t) + jw_Q(t) \quad (4.113)$$

Là hàm mẫu của quá trình ồn, trung bình không và mật độ phổ công suất ồn $N_0/2$ (w/Hz).

3. Bộ lọc phù hợp (hay tương quan) cũng được thay bằng bộ lọc thông thấp tương đương:

$$h(t) = 2\text{Re}[\tilde{h}(t)\exp(j2\pi f_c t)] \quad \text{với} \quad \tilde{h}(t) = h_I(t) + jh_Q(t) \quad (4.114)$$

4. Đường bao phức của tín hiệu cao tần lỗi ra cũng được tính theo công thức:

$$\tilde{y}(t) = \tilde{h}(t) * \tilde{x}(t) \quad (4.115)$$

Biểu diễn theo thành phần đồng pha và vuông pha sẽ là:

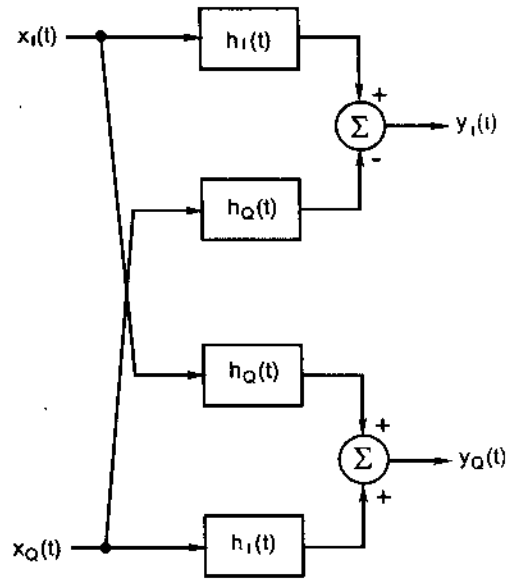
$$y_I(t) = h_I(t) * x_I(t) - h_Q(t) * x_Q(t) \quad (4.116)$$

$$y_Q(t) = h_Q(t) * x_I(t) + h_I(t) * x_Q(t) \quad (4.117)$$

Để mô phỏng, cần giả sử trước phân bố các ký hiệu là bằng nhau và độc lập. Điều này hay được sử dụng qua dãy M cực đại hay PN. Giả sử trong khi chạy mô phỏng có N ký hiệu cần phát. L ký hiệu trong đó có thể bị bộ thu hiểu sai, thì N phải đủ lớn để xác suất lỗi trung bình được tính bằng:

$$P_e = L/N \quad (4.118)$$

Công thức này càng chính xác khi N càng lớn. Để đánh giá xác suất lỗi cỡ 10^{-5} , N tối



Hình 4.27. Sơ đồ minh họa sự liên hệ giữa thành phần đồng pha và vuông pha của đáp ứng bộ lọc băng cơ sở với tín hiệu lỗi vào

thiểu phải là 10^7 tức là 100 lần nghịch đảo của xác suất lỗi. Điều này làm độ lệch chuẩn (căn của phương sai) không lớn hơn 10 phần trăm.

Trong hệ tuyến tính có thể tránh việc chạy mô phỏng lâu bằng cách dùng quy trình gián tiếp để đánh giá ảnh hưởng của tín hiệu phát và ồn tách biệt. Ta minh họa quy trình này bằng việc xét hệ báo hiệu vuông góc. Dùng mô hình tương đương băng cơ sở của bộ thu trước hết ta tính biên độ lỗi ra bộ tương quan (hay lỗi vào bộ quyết định) ở kênh đồng pha. Giả sử $a_{l,n}$ là biên độ của ký hiệu m_n . Tiếp đó tính phương sai của ồn tại cùng điểm thu (tương ứng với nhánh đồng pha) σ_1^2 . Do đó đối với tín hiệu m_n xác suất điều kiện của lỗi là:

$$P_{el}(n) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\gamma_{l,n}}{2} \right) \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (4.119)$$

Ở đó $\gamma_{l,n} = a_{l,n}^2 / \sigma_1^2$ N là số tổng cộng ký hiệu được truyền.

Việc tính toán nói trên được lặp lại cho nhánh vuông góc. Và xác suất lỗi có điều kiện được tính đầy đủ là:

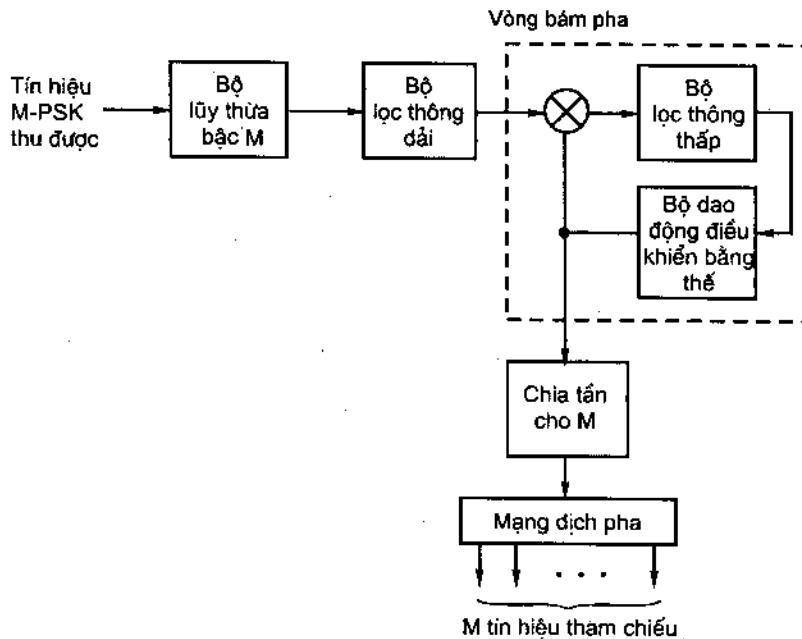
$$P_e(n) = P_{el}(n) + P_{eq}(n) - P_{el}(n)P_{eq}(n) \quad (4.120)$$

Trung bình kết quả này trên tổng số ký hiệu truyền:

$$P_e \approx \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N P_e(n) \quad (4.121)$$

Trong trường hợp báo hiệu nhị phân chúng ta chỉ có một kênh đồng pha nên $P_{eq}(n)$ là không và xác suất trung bình lỗi ký hiệu rút lại thành:

$$P_e \approx \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N P_{el}(n) \quad (4.122)$$



Hình 4.28. Vòng bậc M

Bằng cách dùng quy trình gián tiếp nói trên độ dài của quá trình mô phỏng giảm đi vài bậc so với quy trình trực tiếp, chỉ yêu cầu là dãy giả ngẫu nhiên được dùng để tạo thành phần đồng pha và vuông pha phải có độ dài lớn hơn 100, tức là tất cả các ký hiệu trong bảng được dùng xấp xỉ như nhau.

4.10. Kỹ thuật đồng bộ

Hai dãy sự kiện (ở bộ thu và bộ phát) gọi là đồng bộ khi chúng xảy ra đồng thời. Kỹ thuật thu đồng bộ cần thực hiện hai vấn đề:

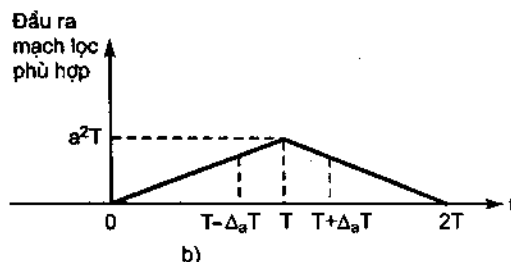
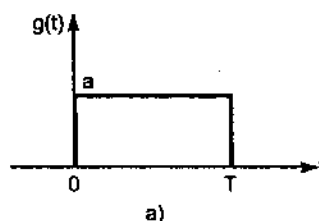
- Xác định tần số và pha sóng mang. Ước lượng tần số và pha tại bộ thu còn gọi là khôi phục sóng mang hay *đồng bộ sóng mang*.
- Xác định thời điểm bộ điều chế thay đổi trạng thái (bắt đầu và kết thúc một ký hiệu), từ đó xác định thời điểm lấy mẫu và kết thúc của bộ tích-tích phân. Ước lượng thời gian này gọi là khôi phục đồng bộ hay *đồng bộ ký hiệu*.

Hai kiểu đồng bộ này có thể thực hiện đồng thời hay lần lượt. Với kỹ thuật tách không đồng bộ thì không cần đồng bộ sóng mang.

Đồng bộ sóng mang

Phương pháp đơn giản nhất là điều chế sao cho tín hiệu được điều chế chứa thành phần rời rạc có tần số sóng mang. Sau đó một vòng bám pha (PLL) bằng hợp có thể bám thành phần này rồi cung cấp tín hiệu tham chiếu cho bộ thu. PLL gồm một bộ VCO, một bộ lọc vòng và một bộ nhân nối với nhau theo hệ phản hồi âm (hình 4.28). Nhược điểm của phương pháp này là thành phần rời rạc không mang thông tin nào khác ngoài pha và tần số sóng mang, việc truyền nó làm tổn thêm công suất.

Kỹ thuật điều chế tiết kiệm công suất luôn được quan tâm. Trên thực tế người ta hay dùng cách sau: Khi không có thành phần một chiều trong phổ công suất của tín hiệu mang dữ liệu, bộ thu dùng vòng bám sóng mang con tham chiếu (sóng có tần số bội của tần số sóng mang). Ví dụ sơ đồ khôi phục sóng mang PSK M mức ($M = 2$). Mạch này gọi là vòng lũy thừa bậc M ($M = 2$ gọi là vòng bình phương). Tuy nhiên một vấn đề kèm theo của phương pháp này là sự nhầm lẫn về pha. Ví dụ với PSK nhị phân có bộ bình phương nên khi tín hiệu lỗi vào thay đổi dấu thì dấu của sóng mang khôi phục không đổi hay nói cách khác vòng bình phương nhầm lẫn 180° về pha. Tương tự với vòng PSK M mức sẽ có M pha nhầm lẫn trong khoảng $(0, 2\pi)$.



Hình 4.29. a) Xung chữ nhật $g(t)$; b) Lỗi ra của bộ lọc phù hợp với $g(t)$

Một phương pháp khác khôi phục sóng mang là dùng vòng Costas gồm hai nhánh: Một nhánh đồng pha và một nhánh vuông pha. Cả hai nhánh thông qua một bộ VCO để tạo nên

vòng phản hồi âm. Khi đồng bộ đạt được dạng sóng dữ liệu được giải điều chế xuất hiện tại lối ra nhánh cùng pha còn lối ra của nhánh vuông pha là không với điều kiện lý tưởng. Phương pháp này cũng nhằm lẫn pha và tốn nhiều bộ lọc.

Cách giải quyết sự nhầm lẫn pha là dùng mã vi phân. Dữ liệu được mã vi phân trước khi điều chế và được giải mã vi phân sau khi tách tại bộ thu (điều này làm hệ xuống cấp một chút do có thêm ồn), phương pháp này gọi là tách đồng bộ PSK M mức với mã vi phân. Ở đây khác với DPSK M mức. Đối với tách đồng bộ DPSK nhị phân xác suất lỗi của ký hiệu là:

$$P_e = \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) - \frac{1}{2}\operatorname{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (4.123)$$

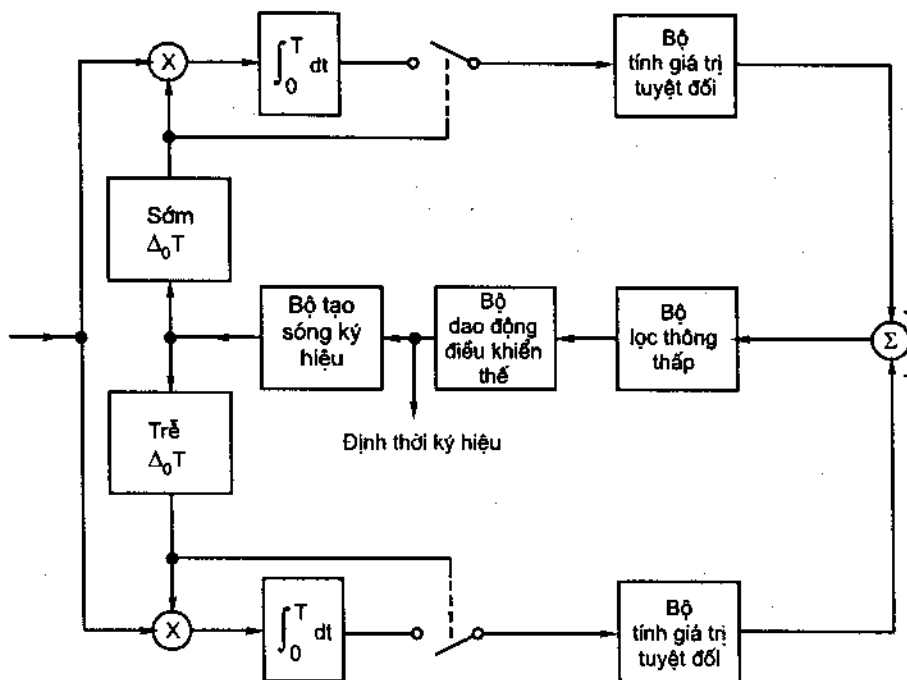
Khi $E_b/N_0 \gg 1$ số hạng thứ hai có thể bỏ qua nên có kết quả giống như sơ đồ điều chế QPSK đồng bộ hay MSK. Đối với tách đồng bộ của QPSK vi phân:

$$P_e = 2\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) - 2\operatorname{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) + \operatorname{erfc}^3\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) - \frac{1}{4}\operatorname{erfc}^4\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (4.124)$$

Với E_b/N_0 lớn xác suất lỗi sẽ xấp xỉ như QPSK đồng bộ.

Đồng bộ ký hiệu

Đồng bộ ký hiệu có thể song song hay trước hoặc sau đồng bộ sóng mang tùy theo ứng dụng. Có thể phát xung nhịp cùng với tín hiệu mang dữ liệu theo cách hợp kênh. Sau đó tại bộ thu xung nhịp được tách bằng bộ lọc thích hợp của dạng sóng được điều chế. Cách này làm tối thiểu thời gian khôi phục sóng mang và xung nhịp, tuy nhiên nhược điểm của nó là một phần công suất phát được chia sẻ cho xung nhịp.



Hình 4.30. Loại công sớm – muộn của bộ đồng bộ ký hiệu

Một phương pháp khác (tốt) là trước tiên dùng bộ tách không đồng bộ để tách xung nhịp. Ở đây sử dụng một đặc điểm là thời gian xung nhịp là ổn định hơn pha của sóng mang. Sau đó sóng mang được khôi phục bằng xử lý lỗi ra bộ tách không đồng bộ trong mỗi chu kỳ xung nhịp.

Trong một phương pháp khác, khôi phục xung nhịp sau khi khôi phục sóng mang, xung nhịp được tách bằng cách xử lý dạng sóng bằng cơ sở (không cần tách) đã được giải điều chế vì vậy tránh được lãng phí công suất truyền.

Sau đây chúng ta xây dựng một bộ đồng bộ ký hiệu thoả mãn yêu cầu này. Xét một xung chữ nhật:

$$g(t) = \begin{cases} a & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (4.125)$$

Lỗi ra của bộ lọc chấp với $g(t)$ chỉ trên hình 4.29b) ta thấy có cực đại tại $t = T$ và đối xứng hai bên điểm này. Nên thời gian chính xác cho lấy mẫu tại lỗi ra bộ lọc chấp là $t = T$. Nếu lấy mẫu sớm hơn hay chậm hơn một lượng $\Delta_0 T$ hai giá trị mẫu này là bằng nhau (tính trung bình khi có ồn) và điểm lấy mẫu chính xác là chính giữa hai điểm sớm hơn và muộn hơn. Giá trị khác biệt của hai giá trị mẫu sớm và muộn sẽ điều chỉnh bộ VCO hiệu chỉnh chính xác thời gian lấy mẫu ký hiệu (hình 4.30).

Bài tập

Điều chế đồng bộ nhị phân

1. Dữ liệu nhị phân truyền qua kênh vi ba với tốc độ 10^6 bit/giây. Mật độ phổ công suất ồn tại lỗi vào thu là 10^{-10} W/Hz. Tìm công suất sóng mang trung bình yêu cầu để xác suất lỗi trung bình là $P_e \leq 10^{-4}$ đối với FSK đồng bộ nhị phân. Độ rộng kênh được yêu cầu là bao nhiêu?
2. Tín hiệu PSK nhị phân đưa vào bộ tương quan với pha tham chiếu khác với pha sóng mang chính xác ϕ rad. Xác định ảnh hưởng của lỗi pha ϕ lên xác suất lỗi trung bình của hệ thống.

Điều chế đồng bộ vuông góc

3. Xét tín hiệu QPSK có giản đồ chòm sao trên hình 4.31.
 - a) Vẽ dạng sóng của các thành phần đồng pha và vuông pha của QPSK này khi dãy lỗi vào là 11 00 100010.
 - b) Vẽ dạng sóng của QPSK, cho rằng tần số sóng mang là bội nguyên của tốc độ ký hiệu $1/T$.
4. Áp dụng bài tập trên cho MSK

Điều chế nhị phân không đồng bộ

5. Dãy 11 00100010 được cấp lên bộ phát DPSK (hình 4.18a)
 - a) Vẽ dạng sóng lỗi ra bộ phát.
 - b) Cấp dạng sóng này lên bộ thu DPSK. Chứng tỏ rằng khi không có ồn dãy nhị phân được tái tạo lại.

Điều chế M mức

6. Trong điều chế M mức độ dài mỗi tín hiệu là cố định độc lập với M (tập tín hiệu). Sử dụng giản đồ chòm sao đánh giá các nhận xét sau:
 - Tăng M sẽ dẫn đến tăng xác suất lỗi trung bình còn tăng năng lượng của mỗi tín hiệu phát sẽ giảm lỗi trung bình ký hiệu.
 - Tăng M làm xuống cấp hoạt động của ASK, trong khi giảm một ít ở PSK còn FSK lại được cải thiện.

7. Xét QPSK 4 mức và 8 mức (hình 4.31) (2 chòm sao có cùng bán kính).

a) Chứng tỏ rằng khi tỷ số tín/tạp lớn sự khác nhau tiệm cận theo E_b/N_0 giữa hai chòm sao có thể biểu thị là $10\log_{10}(3d_0^2/d_4^2)$ với các khoảng cách vẽ trên hình.

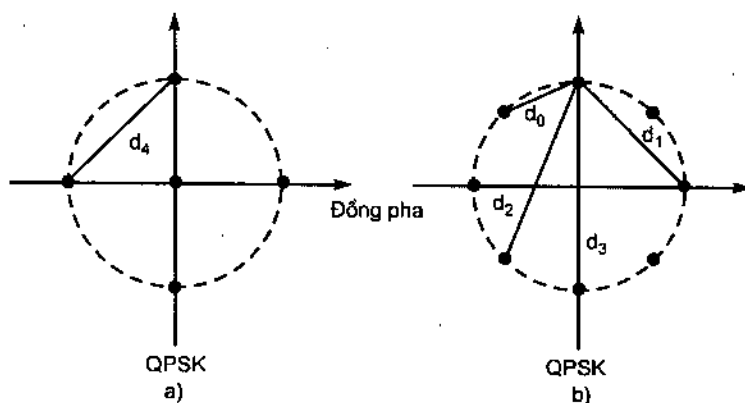
b) Chứng tỏ rằng sai khác tiệm cận biểu thị một mất mát 3,57dB.

Hiệu suất phổ

8. Độ rộng ồn tương đương của tín hiệu thông dải được định nghĩa theo hệ thức:

$$4BS(f_c) = P$$

Ở đó $2B$ độ rộng ồn tương đương có tần số trung tâm f_c ở giữa dải;



Hình 4.31. Hai kiểu chòm sao QPSK

$S(f_c)$ là giá trị cực đại mật độ phổ công suất của tín hiệu tại $f = f_c$.

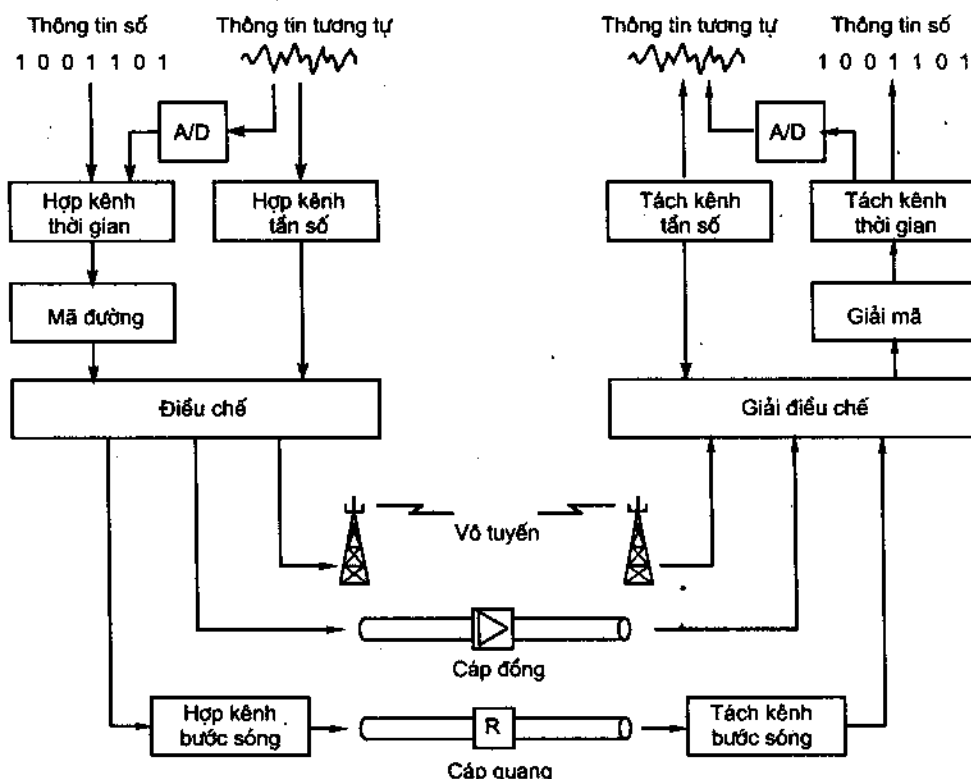
P là công suất của tín hiệu.

Chứng tỏ rằng độ rộng ồn tương đương được chuẩn hoá với tốc độ dữ liệu (đo bằng b/s) như sau:

Điều chế	Độ rộng ồn/tốc độ bit
PSK nhị phân	1,0
QPSK	0,5
MSK	0,62

Sử dụng độ rộng ồn này tính hiệu suất phổ của PSK nhị phân QPSK và MSK.

Một hệ thống truyền tin thực tế có thể biểu diễn trên hình 5.1.



Hình 5.1. Các mô hình truyền dẫn trên thực tế

Trước phân điều chế tín hiệu truyền đi xa, để tăng hiệu suất đường truyền ta thấy còn có phần *hợp kênh*. Với kỹ thuật tương tự, hợp kênh được tiến hành trong *miền tần số*. Chuyển sang kỹ thuật số hợp kênh tiến hành trong *miền thời gian* dựa trên sự *ghép xen* các ký hiệu rời rạc từ các nguồn tin khác nhau. Chương này phân tích một số hệ truyền tin thực tế, ngoại trừ thông tin quang, thông tin di động là những chuyên đề sẽ được bổ sung sau này.

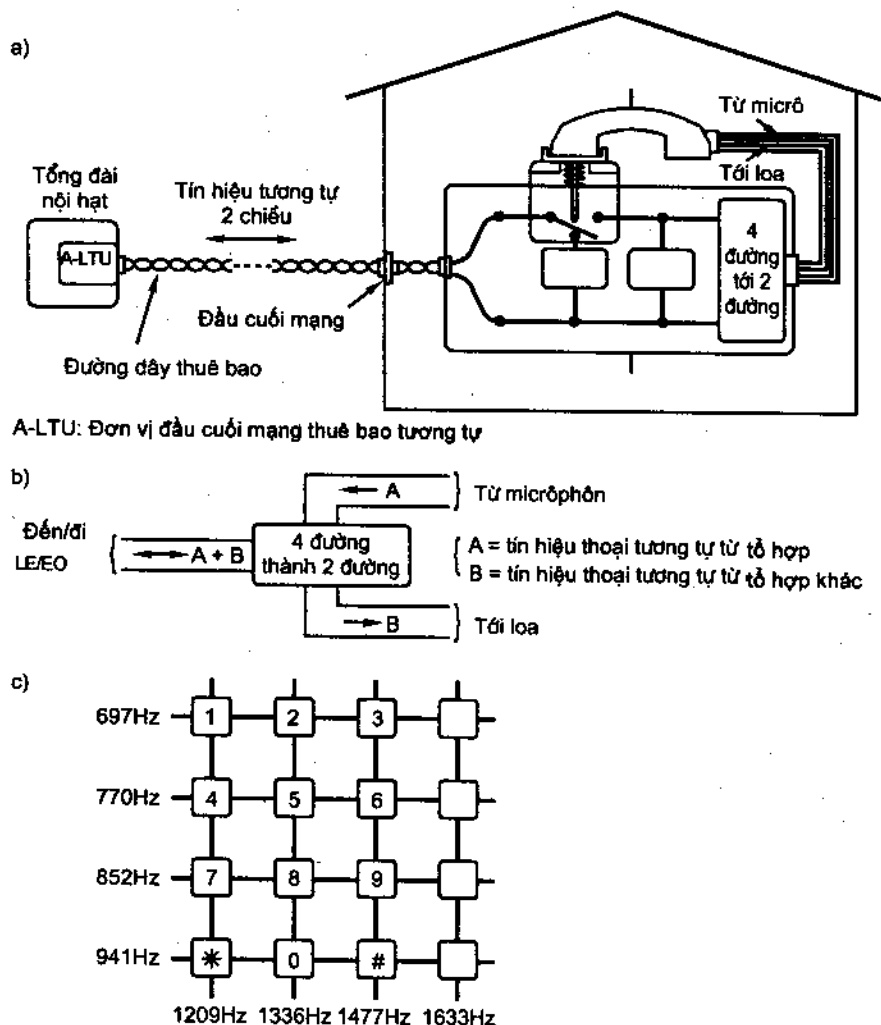
5.1. Hệ thống truyền tin có dây dẫn

Có thể chia hệ thống này thành hai phần: Phần mạng truy cập cục bộ và phần mạng trung kế. Mạng truy cập cục bộ có thể dùng kỹ thuật tương tự (PSTN) hoặc kỹ thuật số (ISDN), còn ở mạng trung kế chỉ dùng truyền dẫn số. Theo lịch sử có hai cấp độ phát triển mạng trung kế là hệ thống gần đồng bộ PDH (plesiochronous digital hierarchy) và hệ

thống đồng bộ SDH (synchronous digital hierarchy). Mạng SDH cũng được hiểu là mạng quang đồng bộ hay SONET.

5.1.1. Đường thuê bao tương tự

Đây là đường nối các thuê bao riêng lẻ, phân tán đến trạm chuyển mạch cục bộ (local exchange/end office LE/EO) bằng một cặp dây đồng xoắn. Trước tiên từ thuê bao cặp đường dây chạy đến một hộp nối (khoảng cách có thể vài trăm mét), hộp nối tập trung vài chục thuê bao (cho phép kết nạp thêm hay bỏ đi) vào trong một đường cáp. Thông thường đối với cáp dài hơn 1,5km, các cặp dây trong cáp này lại được nối với các cặp trong một cáp lớn hơn thông qua một tủ nối lớn bên đường (nối xuyên). Thông thường cáp từ hộp đến tủ nối xuyên có 50 cặp dây. Từ tủ nối về LE/EO vài trăm cặp dây (hình 5.2).



Hình 5.2. Sơ đồ thuê bao điện thoại

Điện thoại

Một điện thế một chiều 48V được LTU (Line termination unit, bộ phận nằm ở LE/EO) cấp lên đường dây thuê bao. Khi nhắc ống nghe, mạch điện được đóng tạo nên dòng từ

LTU vào ống nghe và cung cấp nguồn âm thanh thấp (tiếng tút dài). Khi nghe thấy âm thanh này (âm thanh cho phép), thuê bao quay số gọi bạn nhờ bấm vào bàn phím. Ví dụ khi bấm số 5 tạo nên hai thanh âm 770Hz và 1336Hz (hình 5.2c). Loại quay số này gọi là lưỡng âm đa tần DTMF (dual tone multi frequency). Tại phía LE, một dãy các bộ lọc sẽ tách các thanh âm này và xác định số mà thuê bao quay. Số này đi vào bộ xử lý điều khiển sẽ thiết lập kết nối qua mạng chuyển mạch đến bạn gọi.

Mạch chuông được nối qua đường thuê bao trước ống nghe và báo cho bạn gọi biết có cuộc gọi. LTU của máy được gọi sẽ nuôi chuông kêu. Khi người được gọi nhắc máy sẽ cắt chuông và cuộc nói chuyện bắt đầu.

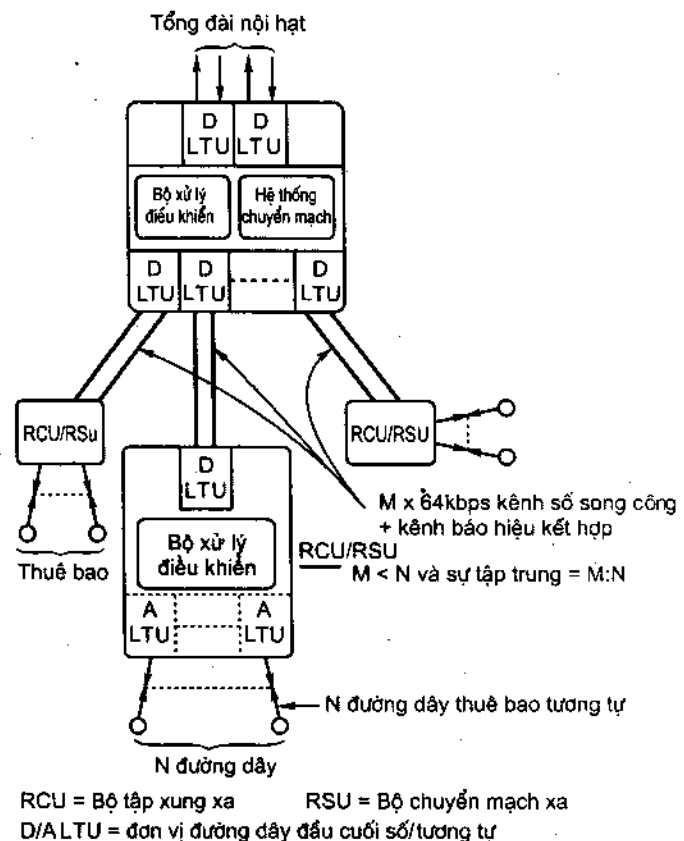
Vì truyền dẫn và chuyển mạch ở trung kế là số nên tại LE/EO tín hiệu tiếng nói tương tự được lấy mẫu và chuyển thành tín hiệu số (PCM), ở phía bạn gọi thì lại biến đổi ngược lại. Do chỉ có một cặp đường dây truyền hai tín hiệu tương tự, nên để mỗi thuê bao không nghe thấy tiếng của mình, trong mỗi điện thoại sử dụng bộ ghép 4 sợi thành 2 sợi (hình 5.2b). Lỗi ra từ microphon trong ống nghe A đi qua đường thuê bao đến bạn gọi nhưng đồng thời qua bộ ghép, tín hiệu này được trừ từ tín hiệu tổ hợp nhận từ đường (A+B). Điều này có nghĩa chỉ tín hiệu nhận được từ B là nghe được ở A. Thực tế bộ ghép là một biến thể (không cho qua dc). Sai lệch ở bộ ghép làm một phần tín hiệu nhận được (từ thuê bao xa) lọt vào đường microphone của thuê bao gần và nó trở lại thuê bao xa như là tiếng vọng với độ trễ bằng hai lần lan truyền giữa hai thuê bao.

Nếu trễ nhỏ hơn 24ms sẽ không thấy rõ. Song nếu trễ lớn hơn giá trị này thì cần có mạch khử tiếng vọng.

Cuối cùng kết nối bị ngắt khi một trong hai thuê bao đặt lại ống nghe. Sẽ không có dòng qua ống nghe nữa, điều này được phát hiện bởi LTU và nó sẽ xóa kết nối mạng.

Bộ tập trung xa RCU (remote concentrator units) (hình 5.3)

Khoảng cách giữa nhà thuê bao và LE/EO bị giới hạn do suy giảm tín hiệu trên đường dây nên mỗi thuê bao ở khoảng cách xa trước hết được nối với một bộ tập trung xa (RCU) thông qua bộ A-LTU (theo cách truyền tương tự), sau đó từ RCU nối với LE/EO



Hình 5.3. Bộ tập trung đường dây thuê bao

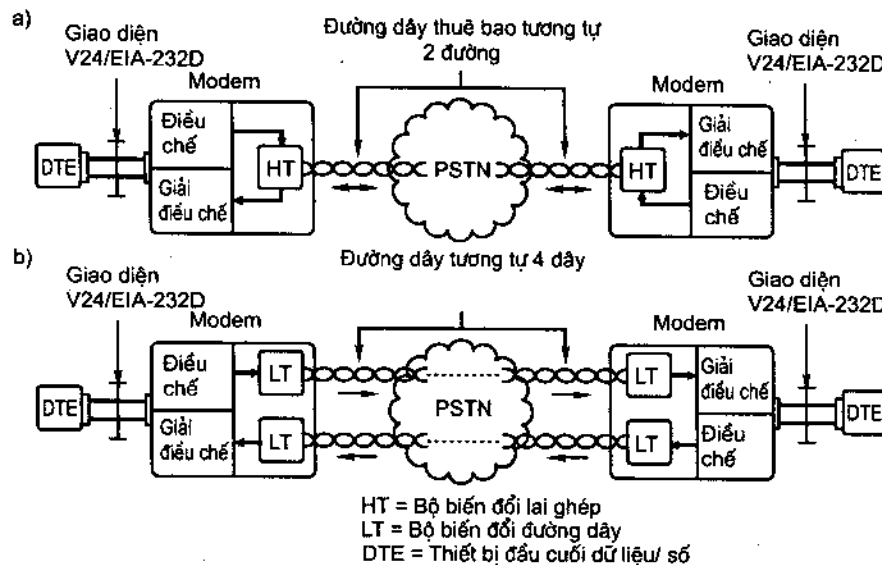
thông qua D-LTU (theo cách truyền số). Gọi N là số đường thuê bao nối đến RCU thì sẽ yêu cầu tốc độ $N \times 64\text{kbps}$ từ đó đến LE/EO. Tuy nhiên số kênh cùng lúc *tập trung* về LE/EO là $M \times 64\text{kbps}$ nhỏ hơn N nhiều (sử dụng tính chất ngẫu nhiên của người dùng, không phải lúc nào cũng có rất nhiều người cùng tiến hành gọi) nên N:M diễn tả tỷ số tập trung của bộ RCU (thông thường là 8:1)

Ngoài ra, cùng với tiếng nói số hoá gắn với mỗi cuộc gọi, còn có thông tin báo hiệu (các số được quay) cũng đi tới LE/EO dưới dạng số. Vì vậy một phần băng thông của đường số phải dùng cho việc trao đổi bản tin gắn với tất cả các cuộc gọi đang tiến hành. Độ rộng băng này gọi là kênh báo hiệu.

Để tạo nên các chức năng báo hiệu khác nhau gắn với mỗi cuộc gọi (nhắc máy, đặt máy, quay số, chuông), mỗi RCU có một bộ xử lý riêng, nó kết nối với bộ xử lý điều khiển trong LE/EO để thiết lập và chiếm một kết nối. Khi bổ sung một số chức năng vào bộ xử lý RCU có thể thiết lập cuộc gọi giữa hai thuê bao nối trực tiếp với nhau không qua LE/EO. Khi đó RCU được hiểu như là bộ chuyển mạch ngoài trung tâm RSU (remote switching unit).

5.1.2. Modem PSTN

Để truyền tín hiệu số qua đường thuê bao tương tự cần một bộ điều chế số. Tín hiệu số cần được biến đổi thành tín hiệu tương tự phù hợp với tín hiệu tiếng nói (200Hz–3400Hz). Điều này cũng có nghĩa là đường dây không cho qua dòng bit phát nhiều bit 0 hay 1 liên nhau (hình 5.4).



Hình 5.4. Sơ đồ kết nối các modem với PSTN

Do nguyên nhân này mà không thể áp dụng hai mức thế đối với đường điện thoại hay không thể truyền bằng cơ sở. Thay vào đó phải dùng modem.

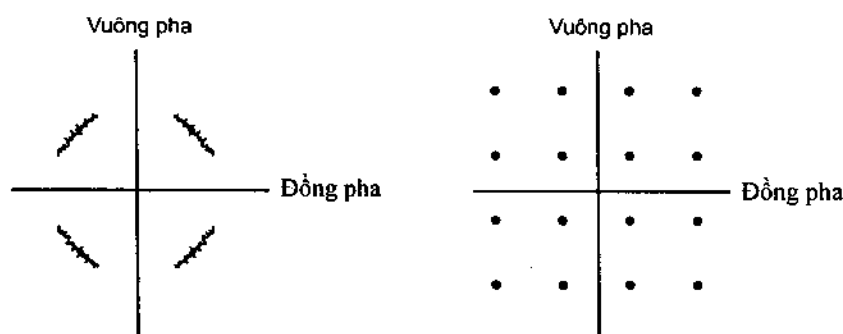
Nguyên lý modem

Để truyền dữ liệu qua đường điện thoại cần bộ điều chế và giải điều chế số sóng mang

gọi là modem. Loại modem được lựa chọn phụ thuộc ứng dụng cụ thể. Khi coi đơn giản và kinh tế là quan trọng hơn hiệu suất phổ thì FSK và tách không đồng bộ hay được chọn. Khoảng dịch tần tính theo Hz bằng $1/2$ hay $3/4$ tốc độ bit cực đại và độ rộng băng (Hz) xấp xỉ hai lần tốc độ bit. Ví dụ modem nhị phân FSK hoạt động với tốc độ 1200b/s trên hai tần số được chọn là 1300 đến 2100Hz. Tuy nhiên FSK có hiệu suất phổ kém. Nên khi coi hiệu suất phổ là quan trọng thì một số sơ đồ DPSK và M-PSK được lựa chọn.

Một trong những nhược điểm của M-PSK và DPSK là nó nhạy với những nhiễu pha trên đường truyền thoại (hình 5.5). Nhiễu pha này sẽ giới hạn khả năng sử dụng số điểm pha của chòm sao tín hiệu truyền. Ví dụ với kỹ thuật DPSK tốc độ bị giới hạn đến 4800b/s.

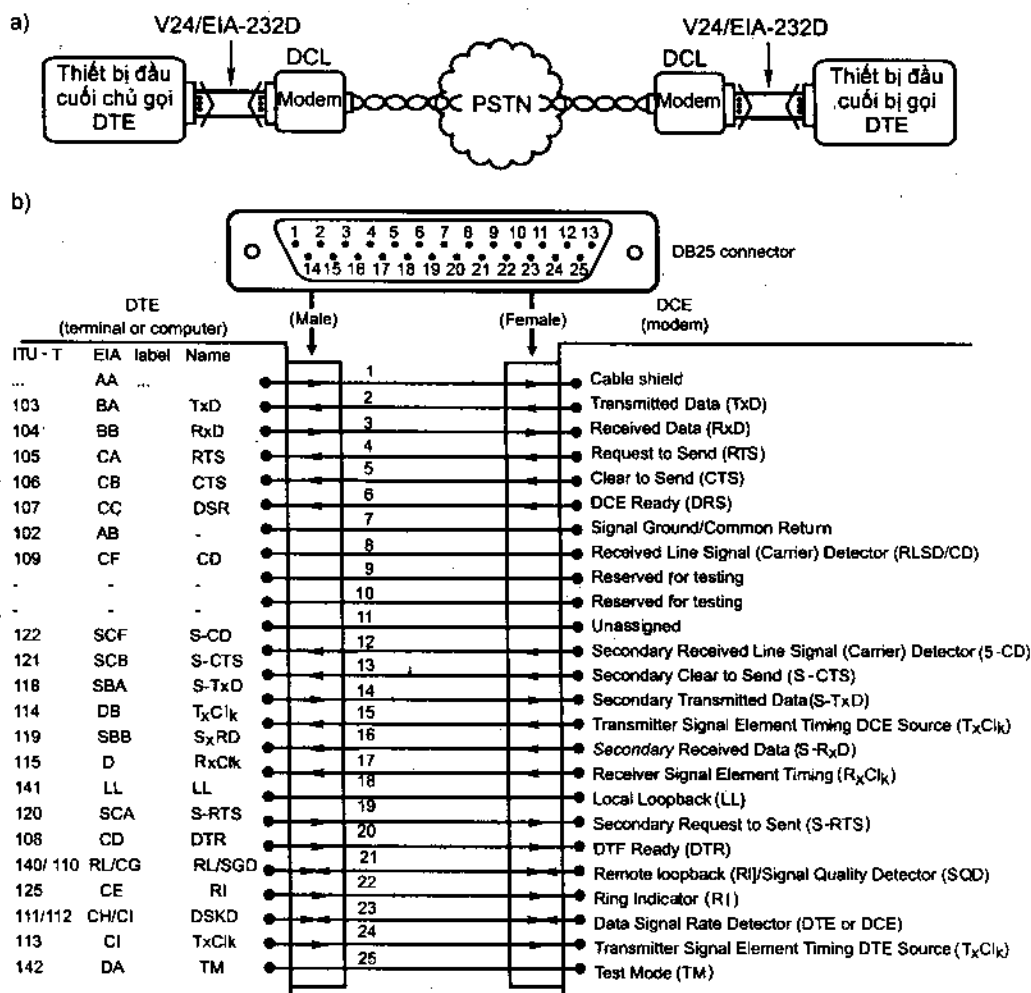
Khi không thể mở rộng đường tròn pha (PSK) do công suất phát giới hạn thì có một giải pháp chống nhiễu pha là dùng M-QAM, tận dụng phần không gian tín hiệu trong đường tròn pha, bố trí thêm các điểm tín hiệu. Ví dụ 16-QAM cho phép truyền 4 bit một lúc với tốc độ baud 2400baud/s tức là 9600b/s. Tuy nhiên modem này đòi hỏi khôi phục sóng mang và đồng hồ chính xác, ngoài ra những hư hỏng kênh và méo do trễ nhóm cũng dễ làm nó hoạt động không chính xác. Để bù trừ điều này cần bổ sung thêm bộ cân bằng thích nghi (Adaptive Equalizer).



Hình 5.5. Giản đồ pha và nhiễu pha trong điều chế sóng mang

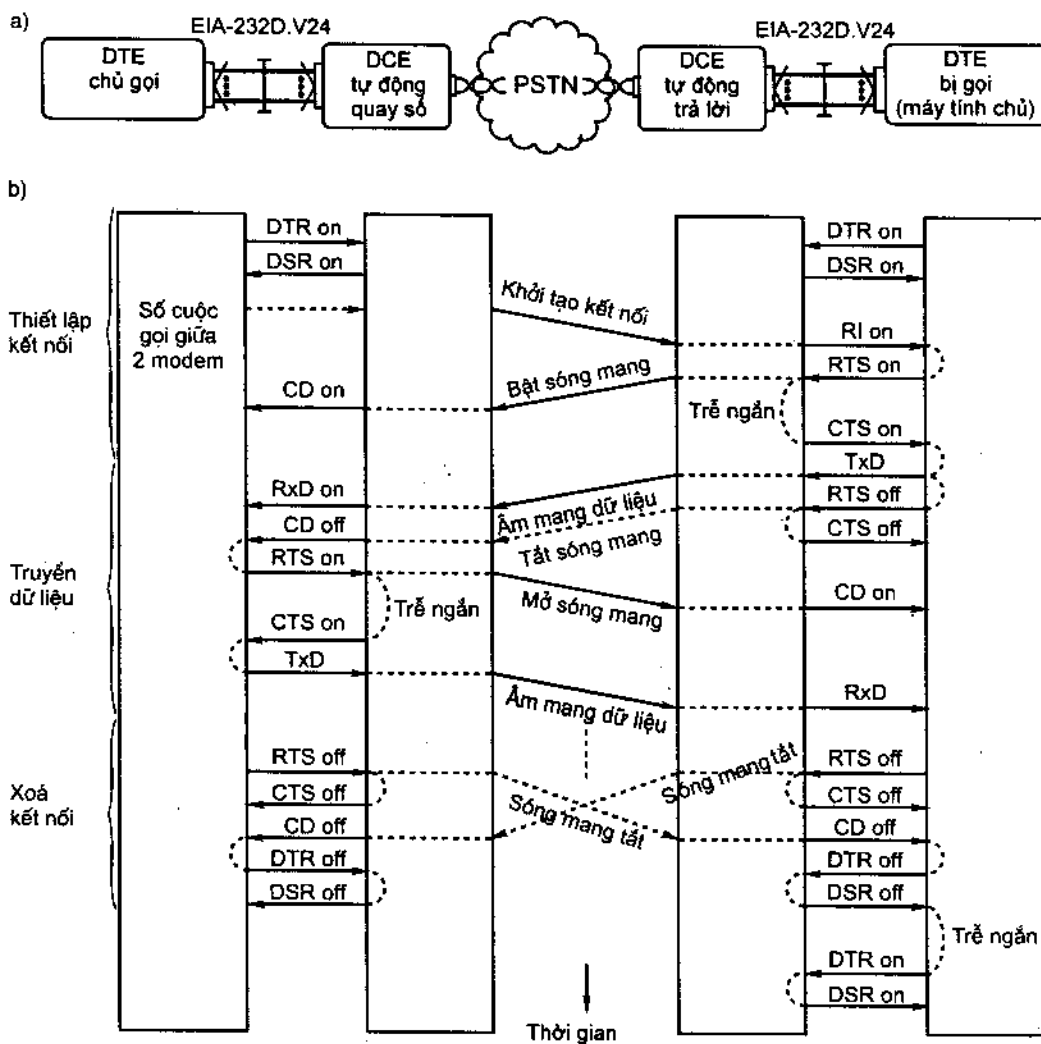
Chuẩn giao diện V.24/EIA-232D

Sơ đồ kết nối một modem với thiết bị đầu cuối dữ liệu (DTE) và với đường dây PSTN được trình bày trong hình 5.6. Còn modem thì gọi là thiết bị mạch dữ liệu đầu cuối (DCE). TxD và RXD là các đường để thiết bị đầu cuối dữ liệu (DTE) phát và nhận dữ liệu. Nhóm đường khác tạo nên chức năng *đồng bộ* thời gian và *điều khiển* gắn với việc thiết lập và xóa kết nối qua PSTN hoặc tạo nên các *phép thử* chọn lọc. Nhóm đường thứ hai cho phép hai bộ truyền dữ liệu hoạt động đồng thời trên một giao diện. Khi thiết lập kết nối DTE1 sẽ quay số điện thoại của modem DTE2. Chuông sẽ kêu ở điện thoại và modem 2 đặt bộ chỉ thị chuông (RI) *on* (bật). DTE2 đáp lại bằng đặt RTS *on*. Khi đó modem 2 phát sóng mang, đó là âm thanh dữ liệu ứng với bit 1, đến modem 1 chỉ thị rằng cuộc gọi đã được DTE2 nhận được và sẽ gửi thông báo. Sau một trễ ngắn cho phép modem 1 chuẩn bị nhận dữ liệu, modem 2 đặt đường CTS (xóa để gửi) *on* để thông báo với DTE 2 rằng nó có thể bắt đầu gửi dữ liệu. Để phát hiện tín hiệu mang modem 1 đặt đường tách tín hiệu mang (CD) *on*. Kết nối lúc này được thiết lập và pha truyền dữ liệu bắt đầu.



Hình 5.6. Giao diện kết nối DTE và DCE

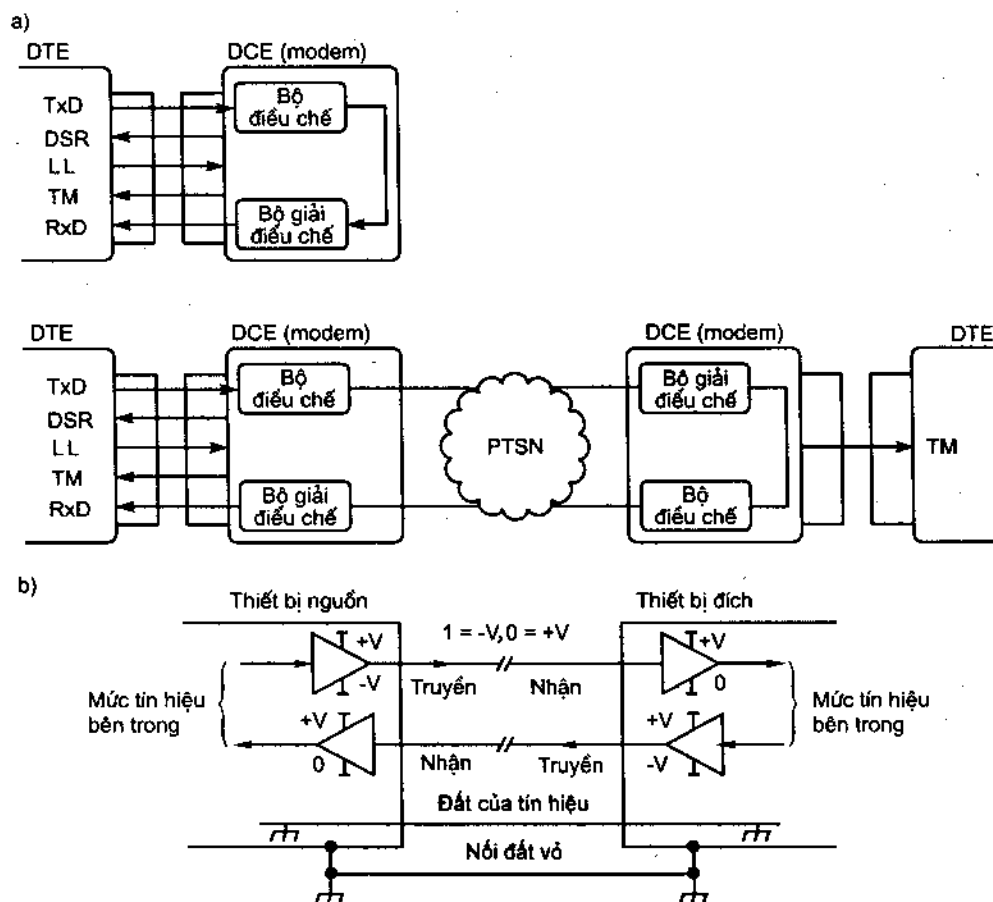
Thông thường DTE2 bắt đầu gửi bản tin mời gọi qua kết nối thiết lập. Sau khi gửi nó chuẩn bị nhận đáp lại từ DTE1 bằng cách đặt RTS *off* (tắt), khi nhận được tín hiệu này modem 2 dừng việc phát sóng mang và đặt CTS *off*. Bên phía gọi, việc kết thúc tín hiệu mang được modem 1 phát hiện, đáp lại nó đặt đường CD *off*. Để gửi bản tin đáp lại DTE 1 đặt đường RTS *on* và khi nhận được tín hiệu CTS từ modem (báo rằng đã phát sóng mang) nó bắt đầu gửi bản tin. Quá trình này được lặp lại khi các bản tin được trao đổi giữa hai DTE. Cuối cùng sau khi hoàn tất giao dịch cuộc gọi bị xóa. Điều này được thực hiện khi cả hai DTE đặt đường RTS *off*, chúng sẽ làm cho hai modem tắt sóng mang. Điều này được phát hiện bởi hai modem và chúng sẽ đặt đường CD *off*. Cả hai DTE sau đó đặt đường DTR *off*, modem đáp lại bằng cách đặt DSR *off* vì vậy xóa cuộc gọi. Thông thường DTE2 là máy chủ (server computer). Để chuẩn bị tiếp nhận cuộc gọi mới DTE2 đặt đường DTR của nó *on* sau một trễ ngắn. Trong mode song công cả hai đường RTS đều *on* và cả hai modem duy trì CTS *on* và tín hiệu mang đến modem xa (hình 5.7).



Hình 5.7. Các thủ tục thiết lập kết nối và truyền dữ liệu qua modem

Khi xảy ra sai sót, thường có nhiều nguyên nhân: tại modem gần hoặc modem xa, thậm chí tại đường truyền hoặc DTE xa. Để xác định nguyên nhân hư hỏng có ba cách kiểm tra là: kiểm tra vòng gần (LL), kiểm tra vòng xa (RL) và mode thử (TM). Chức năng xem trên hình 5.8.

DTE luôn đặt đường DSR *on* khi nó chuẩn bị phát và thu. Để kiểm tra modem gần, DTE đặt đường LL *on* và modem lần lượt nối lỗi ra từ mạch điều chế về lỗi vào mạch giải điều chế. Sau đó TM *on* và DTE gửi mẫu tín hiệu đã biết trên TxD đồng thời đọc dữ liệu từ RxD. Nếu tín hiệu phát và nhận giống nhau thì modem gần làm việc tốt, ngược lại là hỏng. Nếu modem gần hoạt động tốt thì kiểm tra modem xa bằng cách đặt RL *on*. Modem gần sẽ gửi lệnh để tạo nên vòng xa. Modem xa sẽ đặt TM để báo với DTE xa rằng nó vào mode thử nên không cần phát dữ liệu và lệnh xác nhận về modem 1.



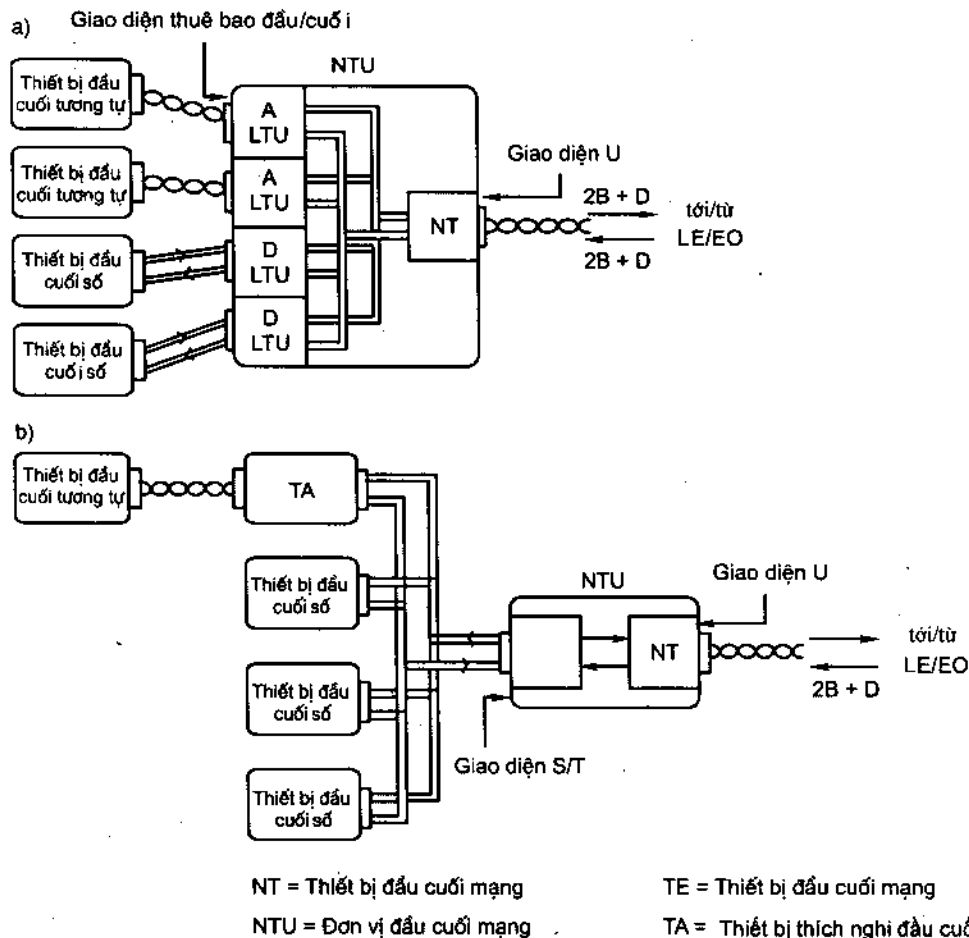
Hình 5.8. Các vòng kết nối để xác định hư hỏng thiết bị

Modem 1 nhận được tín hiệu này sẽ đặt TM *on* và DTE gần sẽ phát mẫu dữ liệu thử. Một lần nữa nếu phép thử tốt thì cả hai modem đều làm việc tốt và hư hỏng nằm trong DTE xa. Ngược lại nếu việc kiểm tra là tồi hoặc không nhận được tín hiệu thì modem xa không tốt hoặc đường truyền có vấn đề.

Giao diện V.24/EIA-232D dùng cáp nhiều sợi có một sợi tham chiếu đất. Tuy nhiên do khoảng cách ngắn (nhỏ hơn vài cm giữa các mạch tích hợp trong máy tính), mức tín hiệu dùng để biểu diễn bit nhị phân chỉ có công suất thấp nên không thể dùng trực tiếp để truyền tín hiệu ở bên ngoài máy tính. Trên hình 5.8 cho thấy gắn với mỗi đường tín hiệu của giao diện V24/EIA-232D là một bộ điều khiển đường phù hợp và mạch thu nhận đường. Mức tín hiệu được định nghĩa theo chuẩn V28/RS-232A. Tín hiệu trên đường là đối xứng so với đất: tối thiểu 3V cho 0 và -3V cho 1. Thực tế thế nuôi cấp cho mạch giao diện là $\pm 12V$ thậm chí $\pm 15V$. Mạch điều khiển đường phát chuyển thể tín hiệu mức thấp dùng trong thiết bị về thế mức cao dùng trong đường nối. Tương ứng mạch thu nhận đường hoạt động theo chức năng ngược lại.

5.1.3. Đường thuê bao số

Trong ISDN các tín hiệu tiếng nói và bản tin báo hiệu đều truyền dưới dạng số. ISDN có một số các giao diện đường thuê bao khác nhau (hình 5.9):



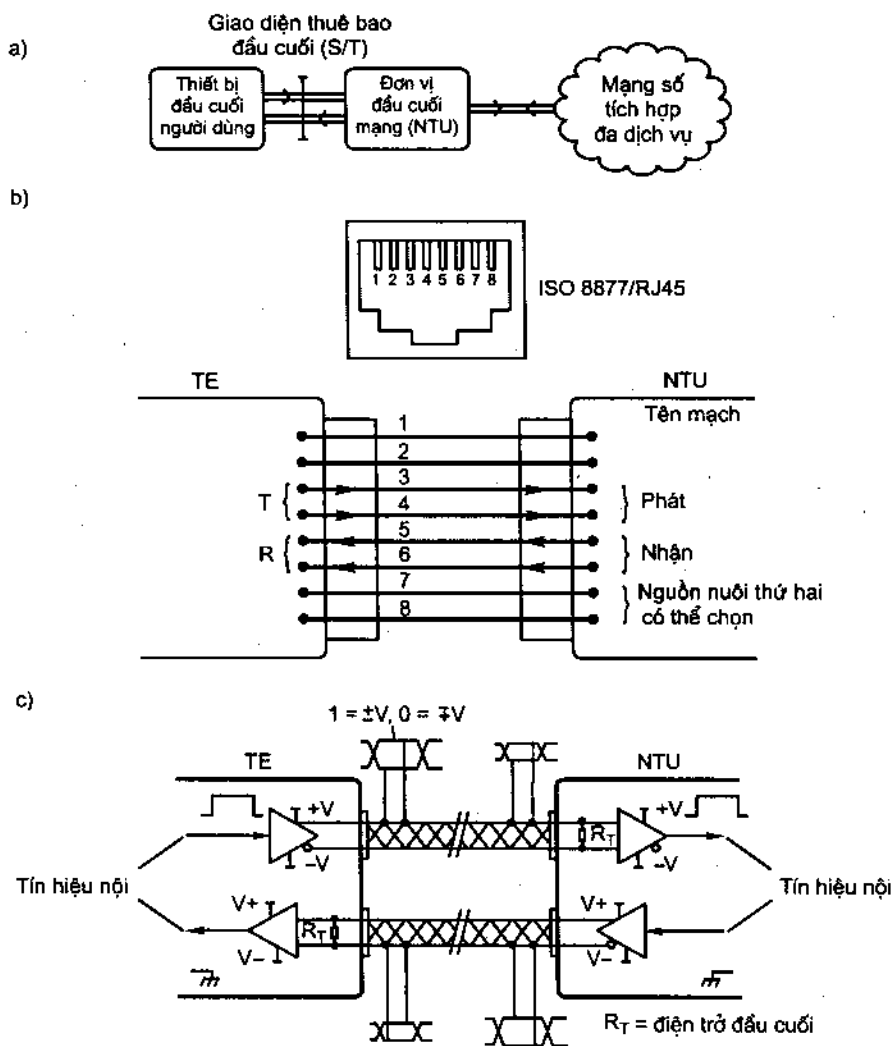
Hình 5.9. Hai cách kết nối đến đường tốc độ cơ sở

- Giao diện tốc độ cơ sở (BRI) cung cấp hai kênh song công độc lập 64kbits.
- Giao diện tốc độ cơ bản (PRI) cung cấp đến 23 hoặc 30 kênh song công độc lập 64kbits.
- Giao diện cơ bản cung cấp 1 kênh song công đơn gồm $p \times 64\text{kbits}$, ở đó p có thể từ 1–23 hoặc từ 1–30 (tạo nên kênh có tốc độ lớn).

BRI (basis rate interface)

Giao diện này gắn với bộ đầu cuối mạng NTU (Network termination Unit) cho phép hai cuộc gọi song công tiến hành độc lập. Một kênh song công bổ sung 16kbits (ngoài băng) để trao đổi báo hiệu liên quan đến hai cuộc gọi. Sự sắp xếp này gọi là 2B+D hay song công 144kbits. Trong cấu hình S–Bus, dòng bit mỗi hướng được chia thành dòng của khung 48bit: mỗi khung chứa 16bit cho mỗi kênh B và 4bit cho kênh D theo thứ tự:

8B1, 1D, 8B2, 1D, 8B1, 1D, 8B2, 1D



Hình 5.10. Giao diện vật lý với TE

12bit còn lại dùng cho các chức năng khác gồm:

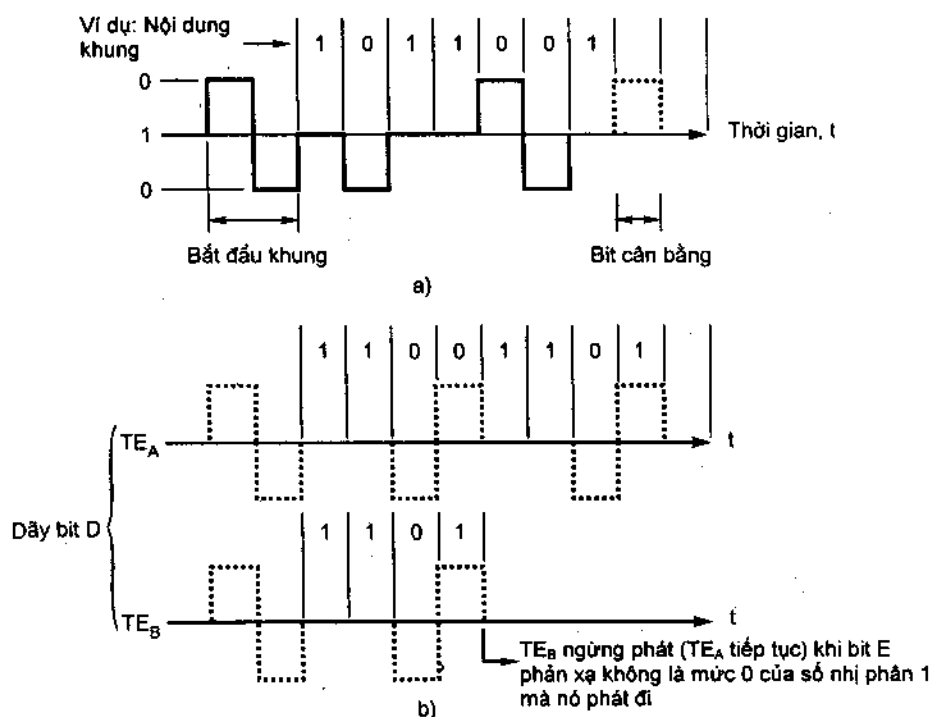
- Bắt đầu mẫu đồng bộ khung.
- Phân giải tranh chấp kênh D (dùng chung cho hai kênh B).
- Khởi hoạt hay chấm dứt giao diện trên mỗi TE.
- Cân bằng DC.

Độ dài mỗi khung 48bit là $250\mu s$, tương ứng tốc độ 192kbit trên mỗi hướng. Trên hình 5.10 bộ nối 8 chân nối TE với NTU (giắc cắm RJ45). Tốc độ bit khá cao cùng với tách biệt vật lý trong S–Bus nên phải dùng bộ lái đường vi phân và mạch thu. Điều này yêu cầu một cặp dây tách biệt cho tín hiệu phát và thu. Loại tín hiệu này định nghĩa trong V.11/RS-422A.

Bộ phát vi phân tạo nên hai tín hiệu bằng nhau và đối cực cho bit 1 và 0. Bộ thu vi

phân nhảy với sự sai khác của hai tín hiệu trên hai lõi vào, ờn do hai dây dẫn không ảnh hưởng. Dẫn suất của RS-422A là RS-423A/V.10 có thể chấp nhận lõi ra thể đầu cuối không cân bằng.

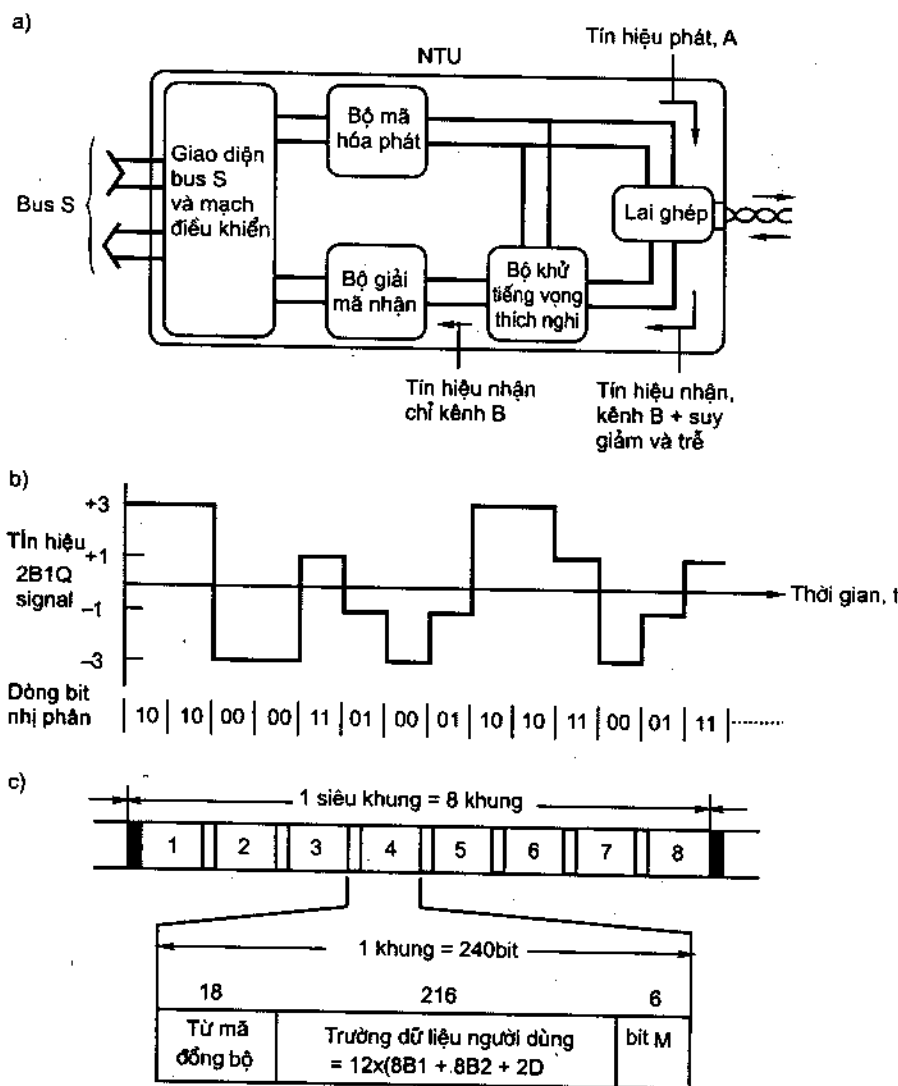
Thông số quan trọng của bất kỳ đường truyền nào là trở đặc trưng (Z_0) vì bộ thu chỉ hấp thụ hết công suất tín hiệu nếu đường truyền kết thúc bằng trở Z_0 . Nếu không sẽ có phản xạ làm méo tín hiệu, thông thường giá trị Z_0 từ 50–200 Ω . Mã đường dùng trên S-Bus là ASI (alternate space inversion). Ở mã này mức 0V chỉ thị cho bit 1, còn khi có bit 0, các mức +V và -V sẽ gửi xen kẽ (giả cơ số 3).



Hình 5.11. Mã đường S-bus truy cập tốc độ cơ sở ISDN: a) Mã ASI, b) Ví dụ giải quyết tranh chấp

Dầu bus có thể có 4 – 8 TE nối vào song tại một thời điểm chỉ có hai hoạt động theo ý nghĩa của kênh D (được dùng chung cho tất cả các TE) nên có thể xảy ra tranh chấp dùng kênh D. Để giải quyết tranh chấp NTU phản xạ 4bit D có mặt trong khung 48bit. NTU thường xuyên tiếp nhận vào khung (từ một hay nhiều TE) và thường xuyên phát lại các bit này theo hướng ngược lại (4 bit này được hiểu như tiếng vọng hay bit E– bit).

Khi không có TE nào dùng kênh D, 4bit D đặt ở mức tín hiệu 0. Trước khi gửi bản tin yêu cầu thiết lập cuộc gọi, TE trước hết đọc 4bit E–bit (từ khung đang truyền) được NTU phát lại, chỉ khi tất cả ở mức 0 thì mới gửi bản tin yêu cầu vào 4bit của kênh D ở khung sau. Thêm nữa để cho phép khả năng một hay nhiều TE bắt đầu gửi bản tin yêu cầu cùng một lúc, mỗi TE phải cố gắng theo dõi bit E trong khung hiện tại để kiểm tra xem có giống như bit D được phát không. Nếu giống thì tiếp tục gửi các bit còn lại trong bản tin, nếu không giống thì dừng phát bản tin và lại thử lại. Nguyên lý sơ đồ nêu trên hình 5.11b.

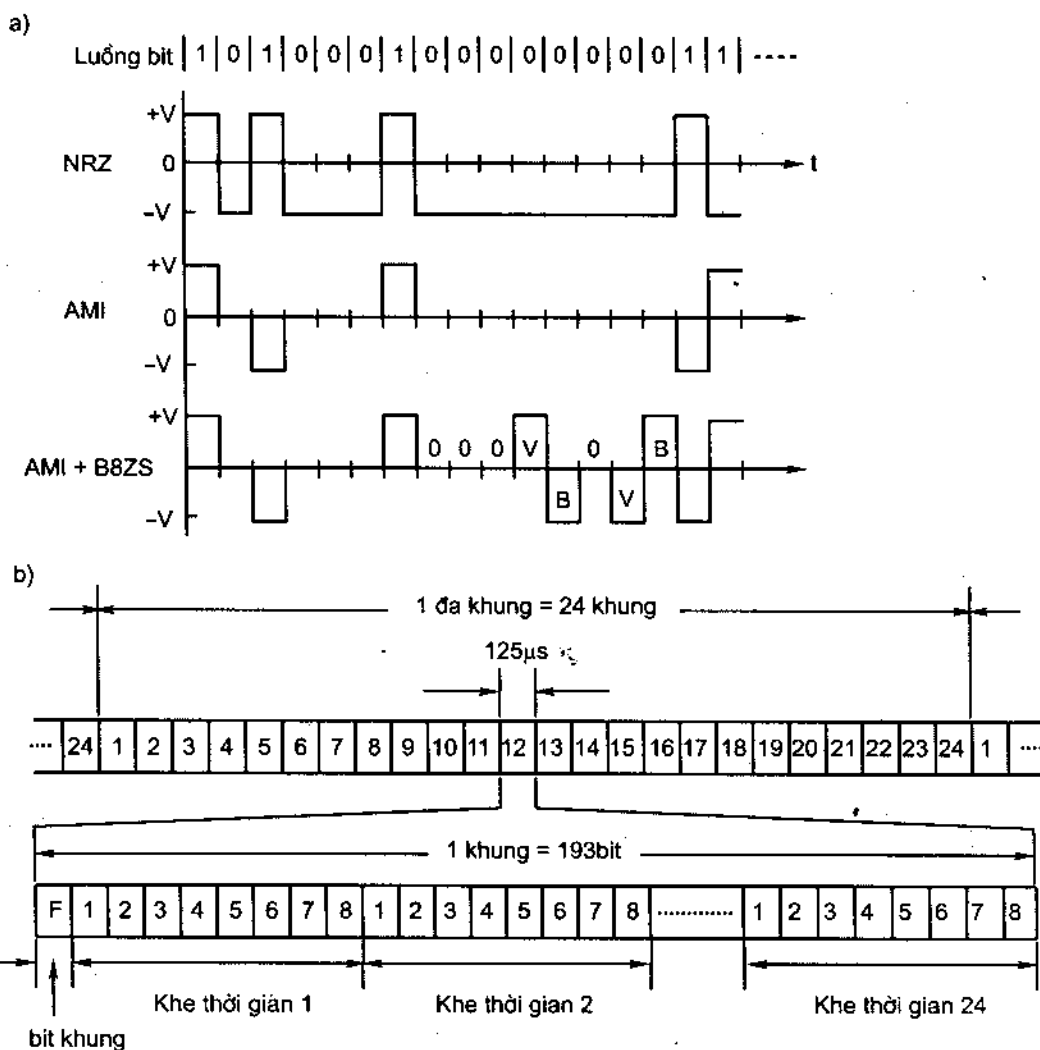


Hình 5.12. Đường thuê bao ISDN: a) Sơ đồ NTU; b) Tín hiệu 2B1Q; c) Dạng khung và siêu khung

Vì dùng mã đường nên ưu thế thuộc về những TE mà bản tin của nó chứa bit 0, còn những TE khác chứa bit 1. Khi cả hai kênh B được dùng thì một bản tin báo bận sẽ đáp lại yêu cầu của TE khác. Nếu có thể chấp nhận thì nó gửi chấp nhận.

Giao diện giữa NTU và đường thuê bao gọi là giao diện U (khuyến nghị G.961). Khi một đường thuê bao tương tự, hay một cặp dây nối NTU thuê bao đến LE/EO, khi đó cả hai dòng bit phát và thu (2B+D) phải được phát cùng lúc trên cùng một cặp dây (hình 5.12). Vì vậy để bên thu của NTU chỉ nhận được dòng số đến, một biến thể ghép được dùng với một đường tương tự kết hợp trong NTU (bộ khử tiếng vọng thích nghi).

Trên thực tế bộ ghép ở mỗi đầu cuối đường thuê bao (và đầu cuối tại LE/EO) là không tốt. Mạch khử tiếng vọng thích nghi ước lượng biên độ của phiên bản suy giảm (tiếng vọng) và trừ nó từ lỗi ra tín hiệu tổ hợp bằng bộ ghép.



Hình 5.13. Giao diện ISDN tốc độ 1,544 Mbit: a) Mã đường; b) Khung và siêu khung

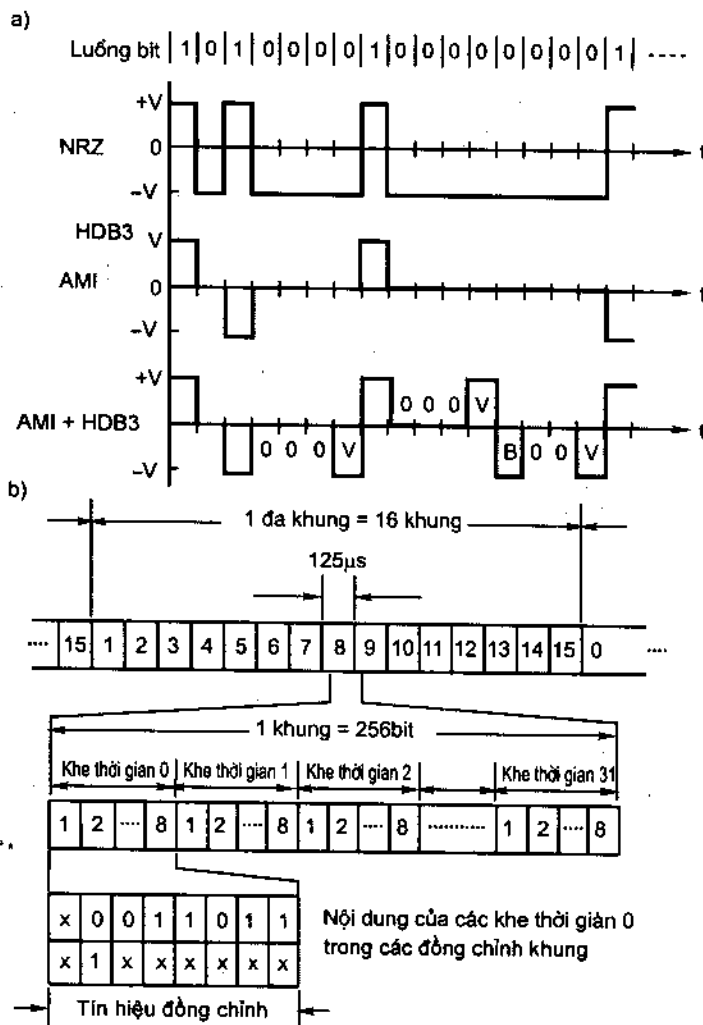
Khi khoảng cách từ LE/EO đến NTU là lớn, mã đường thường dùng là mã 4- mức 2B1Q (hai tín hiệu nhị phân thành một tín hiệu bốn mức). Tốc độ baud bằng 1/2 tốc độ bit. Dòng 2B + D được chia thành dãy các khung 240bit (hình 5.13):

- 18 bit bắt đầu là từ đồng bộ (dãy các điện áp 3, 3, -3, -3, 3, 3...) cho phép bộ thu xác định điểm bắt đầu khung.

- Dữ liệu người dùng gồm 12 nhóm 18bit, cho mỗi trong hai kênh B và hai bit cho kênh D (hợp theo kiểu 8B1, 8B2, 2D).

- 6bit liên quan đến tách biệt M kênh dùng cho bản tin hiện tại và cho mục đích khác.

- Một cấu trúc khác gọi là siêu khung gồm 8 khung được xác định bằng đảo ký hiệu đồng bộ của khung thứ nhất. Kết quả là 48M bit được dùng để mang số trường chứa 12bit CRC dùng để chỉ thị chất lượng của đường.



Hình 5.14. Giao diện ISDN tốc độ 2,048Mbit: a) Mã đường; b) Khung và siêu khung

PRI-Giao diện tốc độ cơ bản

Trong giao diện tốc độ cơ bản chỉ có một TE được nối vào NTU. Tuy nhiên, TE có thể là một PBX hỗ trợ nhiều đầu cuối hoạt động ở 64kbit hoặc một số đầu cuối ít hơn với tốc độ cao hơn. Để cung cấp mềm dẻo dòng bit phát chỉ chứa 1 kênh D dùng bởi TE để thiết lập cuộc gọi. Số kênh 64kbit có thể có trong dòng bit là 23 hay 30 tùy thuộc loại giao diện được dùng tương ứng với 1,544Mbit hay 2,048Mbit.

Giao diện 1,544Mbps

Mã đường dùng trong giao diện này là AMI (alternate mark inversion) với B8ZS (bipolar and eight zeros substitution). Nguyên lý trên hình 5.13.

Mức 0V dùng cho bit 0 và mức +V và -V dùng cho bit 1 luân phiên (AMI). Nhược điểm của mã này là nếu có nhiều bit 0 liên tiếp sẽ không có tín hiệu và đồng bộ kiểu DPLL có thể không chính xác. Để khắc phục điều này mỗi khi có 8bit 0 đi liền thì được thay bằng

000VB0VB (ở đó V ký hiệu bit vi phạm quy tắc luân phiên, còn B là bit phù hợp quy tắc). Do đó số bit 0 liên tiếp tối đa là 7 cũng được chấp nhận với kỹ thuật đồng bộ DPLL.

Dòng bit được chia thành các dãy khung 193bit. Mỗi khung gồm một bit tạo khung đơn hay bit F kèm theo 24 khe thời gian 8bit. Độ dài mỗi khung là 125 μ s. Do đó mỗi khe 8bit tạo nên kênh 64kbit. Và 193bit trong 125 μ s tạo nên luồng 1,544Mbit, thông thường mỗi khe thời gian có báo hiệu trong kênh D.

Để bộ thu tách được điểm bắt đầu mỗi khung sử dụng bit đơn và nhóm 24 khung (đa khung), bit F từ các khung 4, 8, 12, 16, 20 và 24 được đặt thành 001011 và được hiểu như tín hiệu đồng chỉnh khung FAS (frame alignment signal). 6 trong 18bit F còn lại dùng cho 6bit CRC theo dõi chất lượng đường truyền.

Giao diện 2,048Mbit

Nguyên lý chỉ trên hình 5.14. Mã đường cũng là AMI kết hợp với HDB3 (high density bipolar): Mỗi nhóm 4 bit 0 được thay thế bằng 000V, song nếu chuỗi 0 dài quá mã cứ áp dụng quy tắc này sẽ làm xuất hiện mức 1 chiều dc. Nên chỉ áp dụng 000V cho nhóm 4 bit đầu tiên, các nhóm 4 bit 0 đi liền sau được thay bằng B00V.

Dòng bit được chia thành dãy các khung 256bit/125 μ s tạo nên tốc độ 2,048 Mbits. Khe 0 cho sắp hàng khung và những chức năng bảo dưỡng khác. Các bit còn lại (dấu x) mang 4bit CRC chỉ thị chất lượng đường truyền. Thông thường khe 16 dùng cho kênh báo hiệu và 30 khe còn lại (1–15 và 17–31) cung cấp riêng hay gộp thành nhóm tốc độ bit yêu cầu. Việc thiết lập siêu khung (16 khung) là lựa chọn để nhận được mức theo dõi bổ sung chất lượng đường truyền, muốn vậy một từ đồng chỉnh khung bổ sung có tại khe 16 của khung số 0.

Tạo khuôn tín hiệu

Một dạng tiêu biểu của hợp kênh là bộ DM12: ở đây ghép xen bit-bit của 4 kênh. Mỗi kênh tốc độ 1,544Mbit. Khung chính bao gồm 4 khung con. Mỗi khung con gồm 6 bit tiêu đề:

Ví dụ khung con thứ nhất có các bit tiêu đề là:

$M_0, [48], C_A, [48], F_0, [48], C_A, [48], C_A, [48], F_1, [48]$.

Các khung con tiếp theo là: $M_1, [48], C_B, [48], F_0, [48], C_B, [48], C_B, [48], F_1, [48]$.

$M_1, [48], C_C, [48], F_0, [48], C_C, [48], C_C, [48], F_1, [48]$.

$M_1, [48], C_D, [48], F_0, [48], C_D, [48], C_D, [48], F_1, [48]$.

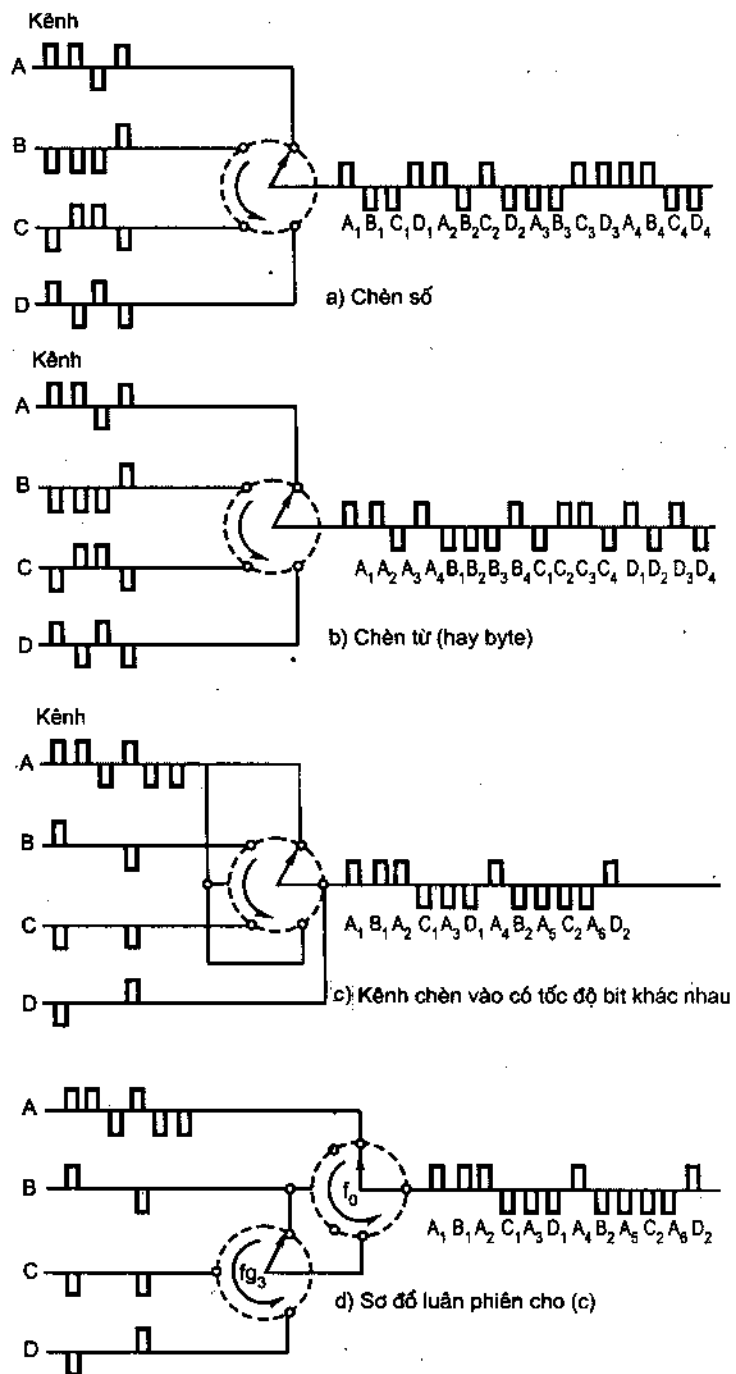
Giữa các bit tiêu đề này là 48bit ghép xen từ 4 kênh (12bit từ mỗi kênh). Bắt đầu với bit M_0 , kèm theo sau 48 bit ghép xen, tiếp đó cộng thêm bit C_A kèm theo 48 bit ghép xen... Như vậy tổng cộng $48 \times 6 \times 4 = 1152$ bit dữ liệu và 6×4 bit tiêu đề tạo nên 1176 bit/khung. Hiệu suất là $1152/1176 = 98\%$. Các bit tiêu đề có chữ nhỏ số không luôn là bit 0, còn bit tiêu đề với chữ nhỏ 1 luôn là bit 1. Các bit F là tuần hoàn 010101... cung cấp các mẫu khung chính. Bộ hợp kênh dùng thông tin này để đồng bộ khung. Sau khi bám vào mẫu này bộ tách kênh dò các mẫu 0111 tạo bởi các bit tiêu đề $M_0M_1M_1M_1$. Điều này cho xác định tiếp theo 4 khung con.

Có thể xảy ra các bit tín hiệu có dạng 101010... bộ thu sẽ bám vào dãy sai này. Khi đó sự có mặt của $M_0M_1M_1M_1$ sẽ cung cấp sự kiểm tra chính xác dãy $F_0F_1F_0F_1$ là đồng bộ hay dữ liệu. Bit C dùng để phát các thông tin bổ sung về các bit nhồi.

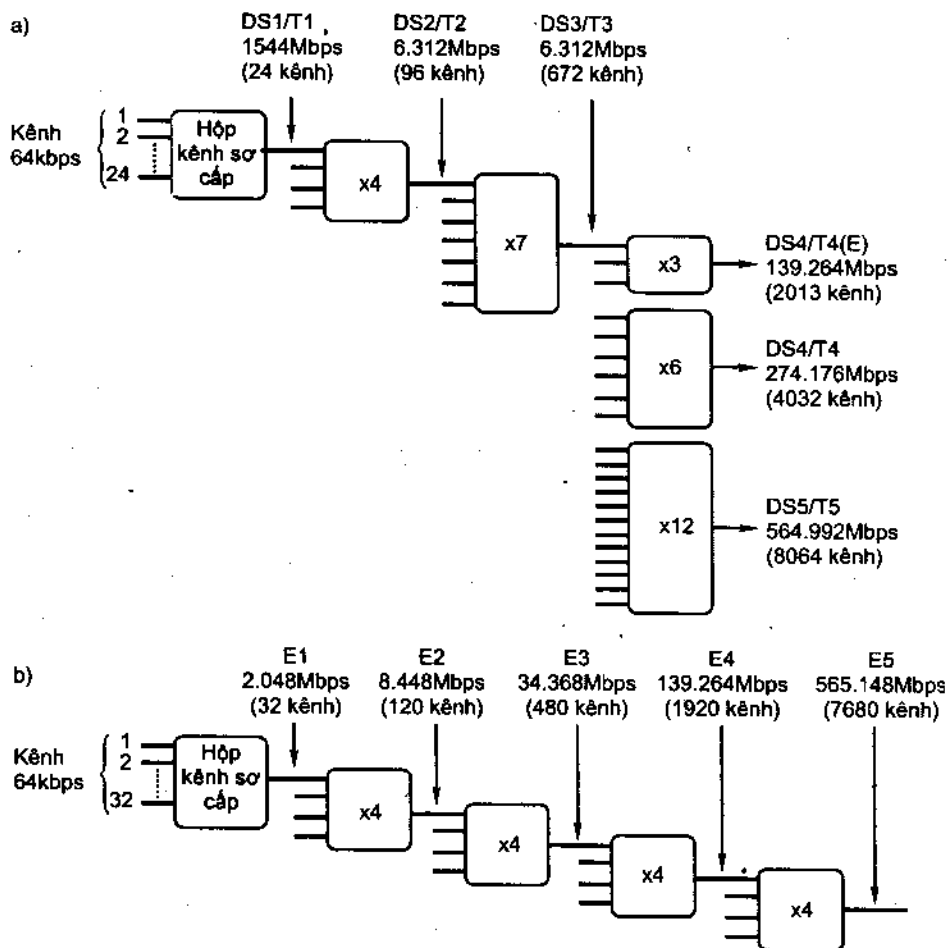
Phần lớn các trường hợp là các kênh không hoạt động đồng thời. Một số phát bit, một số nghỉ, tức là hệ thống không được sử dụng hết. Do vậy có thể chấp nhận kênh có nhiều lỗi vào hơn để tận dụng hết hệ thống. Điều này sẽ làm phức tạp thêm hệ chuyển mạch nên phải có kế hoạch hệ thống cẩn thận (hình 5.15).

Trong lưu lượng ngẫu nhiên ta không thể đảm bảo số kênh truyền yêu cầu không vượt quá số kênh có sẵn. Nhưng bằng cách tính thống kê tín hiệu nguồn có thể đảm bảo xác suất xảy ra như vậy là thấp (chấp nhận được). Cấu trúc hợp kênh như vậy đã được áp dụng cho hệ vệ tinh gọi là hệ đa truy cập theo thời gian (TDMA).

Trong TDMA dùng cho điện thoại, các thông số thiết kế được chọn sao cho điều kiện quá tải chỉ kéo dài một phần của giây làm cho thông tin thoại chấp nhận được. Đối với loại khác của dữ liệu và điện báo, trễ truyền là không quan trọng, vì vậy khi quá tải, dữ liệu đến có thể trữ lại và phát sau.



Hình 5.15. Cơ chế hợp kênh luồng T1



Hình 5.16. Các cấp bậc hợp kênh số

Kênh không đồng bộ và sự nhồi bit

Ở các mục trước ta giả sử có đồng bộ giữa các kênh đến và bộ hợp kênh. Đối với luồng tốc độ cao điều này là khó thực hiện ngay cả khi các kênh có cùng tốc độ. Ví dụ xét đường cáp đồng trục 1000km mang 2×10^8 xung/giây. Giả sử tốc độ lan truyền trong cáp là 2×10^8 m/giây. Trong 1/200 giây 1 triệu xung được truyền. Nếu nhiệt độ cáp tăng 1°C , tốc độ lan truyền sẽ tăng cỡ 0,01%. Điều này làm cho các xung đến sớm hơn và tăng tạm thời tốc độ xung thu được tại bộ hợp kênh (hình 5.16).

Vì các xung thêm không có chỗ trong bộ hợp kênh, chúng phải được chứa tạm thời tại bộ thu. Nếu nhiệt độ của cáp tụt xuống, tốc độ xung nhận được cũng tụt xuống và bộ hợp kênh sẽ có khe trống không có dữ liệu. Những khe này cần nhồi các bit giả.

Tín hiệu DS1 ở mạng Bắc Mỹ thường được phát bởi các bộ dao động tinh thể trong dây kênh riêng rẽ hay các thiết bị đầu cuối số khác. Dù các bộ dao động này là khá ổn định chúng cũng không phát chính xác cùng tần số dẫn đến những nguyên nhân không đồng bộ khác trong mạng. Điều này cho thấy ngay trong các hệ hợp kênh đồng bộ, dữ liệu ít khi được nhận tại tốc độ đồng bộ, luôn cần bộ đệm hoặc nhồi bit, thêm bit bổ sung.

Có 3 sơ đồ nhồi bit: nhồi xung dương, nhồi xung âm, và nhồi xung dương/âm để phân biệt đó là bit nhồi chứ không phải là dữ liệu. Trong nhồi xung dương, tốc độ hợp kênh lớn hơn yêu cầu vị trí cho tất cả các đóng góp đến tại tốc độ cực đại của nó. Dữ liệu đóng góp chậm hơn. Tại một số giai đoạn sự chậm này đủ lớn để nhồi xung. Thông tin về vị trí xung nhồi phát qua bit tiêu đề. Từ bit tiêu đề bộ thu biết vị trí xung nhồi và loại bỏ nó.

Nhồi xung âm là ngược với nhồi xung dương. Khe thời gian của bộ hợp kênh lúc này xuất hiện chậm hơn các bit tới. Một số bit không có chỗ trong bộ hợp kênh. Thông tin về những xung ngoài bên trái phát qua bit tiêu đề. Nhồi bit dương/âm là tổ hợp của hai sơ đồ trên.

Tốc độ danh nghĩa của bộ hợp kênh bằng tốc độ danh nghĩa các kênh tới yêu cầu vị trí. Vì vậy ta cần nhồi xung dương ở một số thời gian và nhồi xung âm ở một số thời gian khác. Thông tin này cũng gửi qua tiêu đề.

Bit C trong ví dụ trên để phát thông tin nhồi. Chỉ một bit nhồi trên một kênh vào là được phép trong một khung. Điều này là đủ chỗ cho sự thay đổi tốc độ tín hiệu vào. Bit C_A chứa thông tin nhồi trên kênh A... Việc chèn bất kỳ xung nhồi trên bất kỳ khung con nào được chú thích bằng cách đặt 3bit C trên đường đó vào số 1. Không có bit nhồi sẽ là 3 số 0 trên 3 vị trí C. Nếu có một bit nhồi vị trí của nó là bit thông tin thứ nhất gắn với kênh trung gian theo sau bit F_1 tức là bit đầu tiên trong dãy 48bit cuối cùng trong khung con đó. Đối với khung con thứ nhất bit nhồi sẽ theo ngay sau bit F_1 . Đối với khung con thứ hai bit nhồi là bit thứ hai theo sau bit F_1 ...

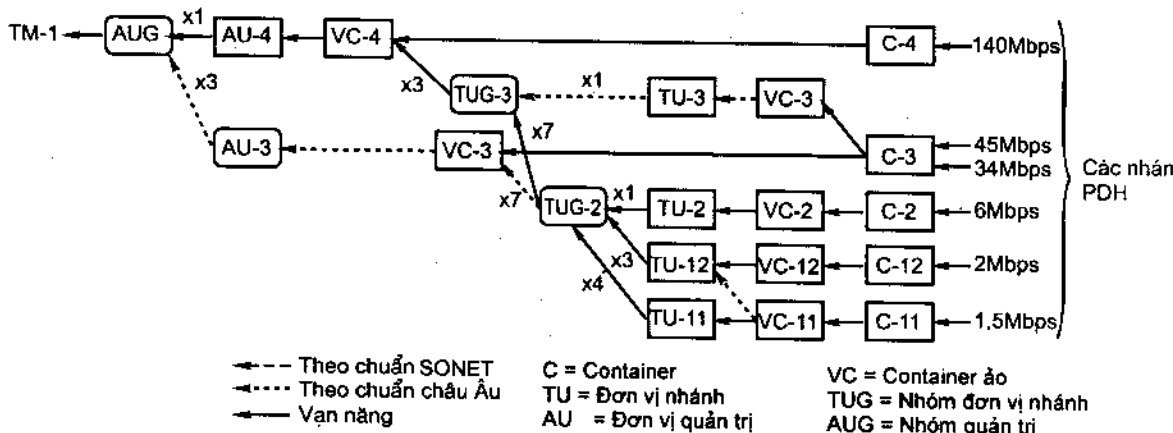
5.1.4. Cấp độ số gần đồng bộ

Để hợp kênh các luồng tốc độ cao ở trung kế theo khe thời gian cần có mạch thời gian chính xác. Khi hợp hai hay nhiều luồng tốc độ thấp cần bù trừ thời gian. Một bộ hợp tốc độ lớn hơn tổng các luồng một chút được dùng. Bất kỳ bit nào lỗi ra không dùng đến mà được chèn vào thì gọi là bit nhồi (justification bit). Tập các tốc độ hợp kênh bậc cao tạo nên cấp độ số gần đồng bộ.

Hai mạch truy cập tốc độ cơ bản 1,544Mbit/s và 2,048Mbit/s tạo nên nhóm hợp kênh cơ bản PDH. Trong trường hợp này hợp kênh 1,544Mbit/s gọi là DS1 hay T1 và 2,048Mbit/s gọi là E1. Cả hai nhóm hợp cơ bản đều ghép xen 8 bit từ mỗi kênh. Song ở mức hợp kênh cao vì mỗi dòng bit là độc lập với nhau và đi đến bộ hợp nối tiếp nên ghép xen theo bit. Theo cách này các bit bổ sung được yêu cầu trên mỗi nhóm hợp để tạo khung và duy trì. Do đó tốc độ hợp kênh các bậc cao hơn phải tính thêm các bit bổ sung này. Sự có mặt các bit nhồi gây nên nhầm lẫn việc tách chính xác điểm bắt đầu dòng hợp kênh mức thấp trong dòng hợp kênh mức cao. Ví dụ: Giả sử có 3 trung tâm chuyển mạch đặt ở 3 thành phố khác nhau và nối với nhau bằng các đường trung kế 140Mbps(PDH). Một khách hàng ở vị trí giữa chúng đặt một yêu cầu thuê bao 2Mbps cho mạng nội bộ (hình 5.17b). Vì không thể xác định kênh tốc độ bit thấp từ dòng bit bậc cao nên bộ điều hành phải tách kênh toàn bộ dòng 140Mbps xuống 2 Mbps để phân cho khách hàng, sau đó lại hợp kênh để truyền tiếp. Kiểu tách hợp kênh như vậy thực hiện bởi thiết bị ADM (add-drop multiplexer) (hình 5.17c). Tức là đáp ứng một yêu cầu đơn giản bằng một thiết bị phức tạp.

chuyển 1 (STM-1). Tốc độ cao hơn STM-4 (622Mbit) hay STM-16 (2,4Gbit) cũng được định nghĩa. Trong SONET thuật ngữ STS (synchronous transport signal) hay đôi khi gọi là OC (optical circuit) được định nghĩa tương đương một tín hiệu STM. Các tốc độ nhỏ hơn 51,84Mbit gọi là tín hiệu mức thứ nhất – STS –1/OC-1. Một tín hiệu STM-1 hợp của 3 tín hiệu như vậy nên tương đương tín hiệu STS-3/OC-3.

SONET	SDH	Tốc độ bit (Mbps)
STS-1/OC-1		51,84
STS-3/OC-3	STM-1	155,52
STS-9/OC-9		466,56
STS-12/OC-12	STM-4	622,08
STS-18/OC-18		933,12
STS-24/OC-24		1244,16
STS-36/OC-36		1866,24
STS-48/OC-48	STM-16	2488,32

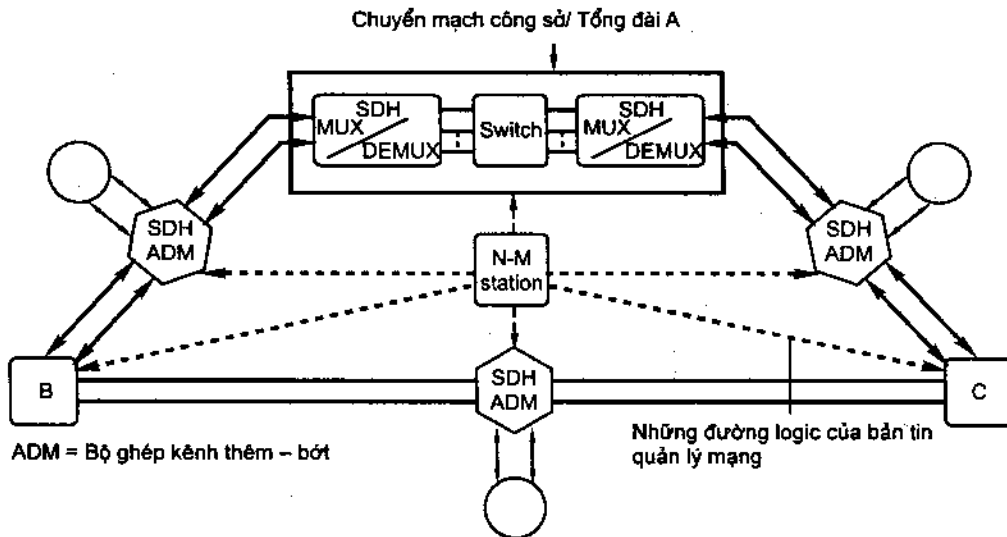


Hình 5.18. Cấp độ hợp kênh SDH/SONET và các thuật ngữ

Giống như PDH, tín hiệu STM-1 gồm tập các khung lặp lại với chu kỳ 125 μ s. Nội dung thông tin trong mỗi khung có thể được dùng để vận chuyển bội 1,5/2/6/34/45 hay 140Mbit dòng PDH.

Mỗi một dòng như thế được mang trong một thùng (container) khác nhau và cũng chứa bit nhồi cho phép thay đổi tốc độ thực tế. Muốn vậy phải thêm thông tin điều khiển bổ sung gọi là tiêu đề phân đường cho phép những thứ như tỷ lệ lỗi bit (BER) của container liên kết để theo dõi từ đầu cuối đầu đến cuối cho quản lý mạng. Container và tiêu đề dẫn đường của nó tạo nên container ảo VC (virtual container). Một khung STM-1 có thể chứa nhiều VC cùng loại hoặc khác loại. Ví dụ trên hình 5.18 một số kiểu hợp kênh. Chú ý rằng số thứ nhất của container mức thấp nhất, chính là VC, là 1 và số thứ hai chỉ thị nó chứa tín hiệu PDH 1,5Mbps hay 2Mbps. Để tạo nên tốc độ truyền bậc cao hơn, ta hợp nhiều tín hiệu STM-1 (STS-3/OC3) với nhau. Ví dụ tín hiệu STM-16 (STS-48/OC-48) tạo bởi cách hợp hoặc 16 STM-1 hoặc 4 STM-4. Để tạo sự mềm dẻo cần thiết cho mỗi tín hiệu bậc cao hay bổ sung tiêu đề tại đầu mỗi khung STM mức thấp hơn, một con trỏ được dùng để chỉ thị vị trí khung STM mức thấp hơn trong khung mức cao.

Tất cả các thiết bị SDH có phần mềm đi liền gọi là tác nhân quản lý mạng (NM) và kênh thông tin trong byte tiêu đề của mỗi VC dùng để báo cáo bất kỳ sự trục trặc của cụm, đường, hay nhánh đến trạm quản lý mạng trung tâm.



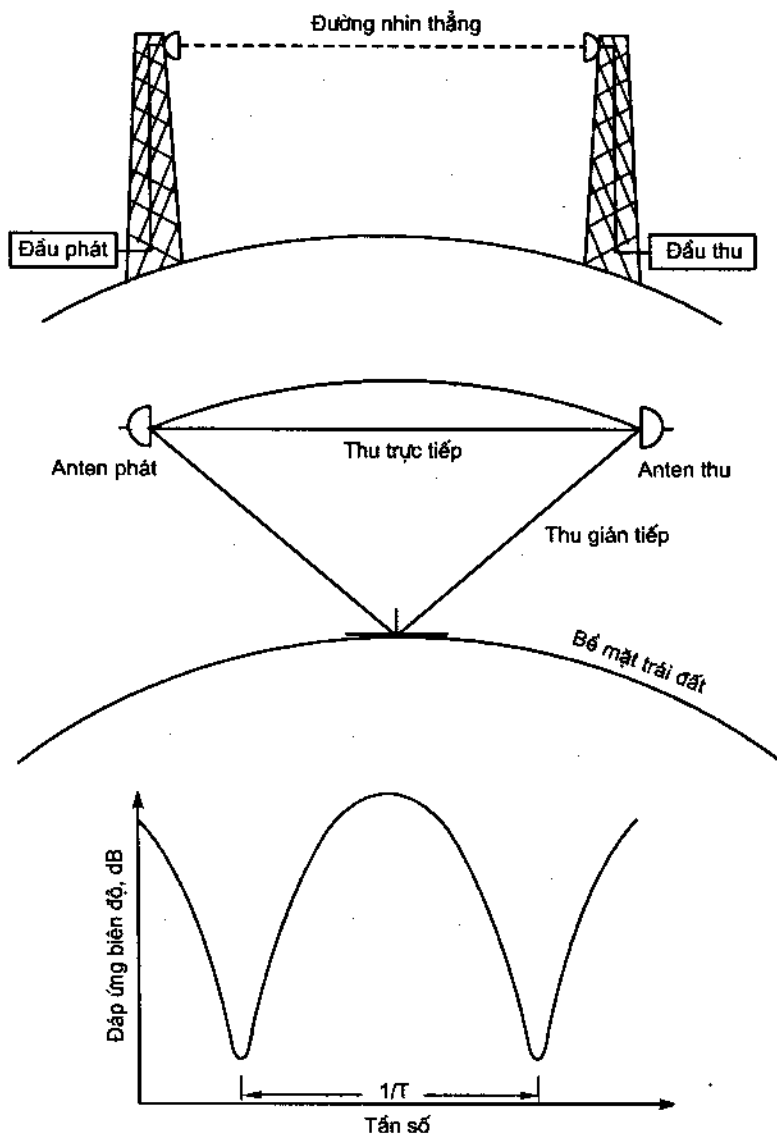
Hình 5.19. Các thiết bị SDH cho quản lý mạng

NM cũng được sử dụng để tải lệnh để thay đổi phân bố trường sử dụng gắn với mỗi khung STM-1. Ví dụ SDH ADM có thể cấu hình hay thay đổi cấu hình lại từ xa để cung cấp hỗn hợp độ rộng băng mong muốn mà không phải tách kênh (demultiplexing). Nguyên lý chung trên hình 5.19. Các đường nối dư (sẵn sàng chờ) được dùng giữa mỗi cặp các bộ hợp kênh, chúng có thể mang lại dịch vụ bằng các lệnh nhận được từ trạm quản lý ở xa (điều này được dùng nhiều trong việc tạo mạng ISP).

5.2. Vi ba số

Đây là loại hình thông tin được điều chế số trên sóng điện từ và có anten thu phát nhìn thấy nhau (line-of-sight) ở tần số viba (bước sóng centimet). Yêu cầu điều chế là tăng hiệu suất phổ. Ví dụ ở tần số 4GHz được phân độ rộng 20MHz dựa trên hợp kênh các tần số đơn biên có thể mang được 1500 kênh thoại. Mỗi kênh thoại trong radio số có tốc độ 64kb/s PCM. Do đó muốn thực hiện yêu cầu trên hiệu suất phổ phải là 4,8bit/s/Hz (hình 5.20).

Hiện tại các hệ 64-QAM đã được dùng và 256-QAM đang được thử nghiệm. Tuy nhiên khi số mức biên độ tăng, sóng điều chế sẽ nhạy với những sai lệch của thiết bị và đường truyền. Chẳng hạn 64-QAM giảm cấp 1dB trong tác động lỗi, đối với lỗi pha 1° căn quân phương của sóng mang, thêm nữa điều chế mức cao nhạy với méo tuyến tính (biên độ hoặc méo trễ nhóm) của các bộ lọc truyền. Vì vậy tất cả các bộ lọc phát hoặc thu đều phải được làm cân bằng. Điều chế mức cao cũng nhạy với méo phi tuyến. Số mức biên độ tăng, méo phi tuyến tăng. Nguồn gây méo phi tuyến chủ yếu ở bộ khuếch đại công suất. Do đó bộ khuếch đại công suất cần hoạt động ở dải lùi lớn từ vùng bão hoà hay vùng tuyến tính phải rộng.



Hình 5.20. Môi trường truyền radio số

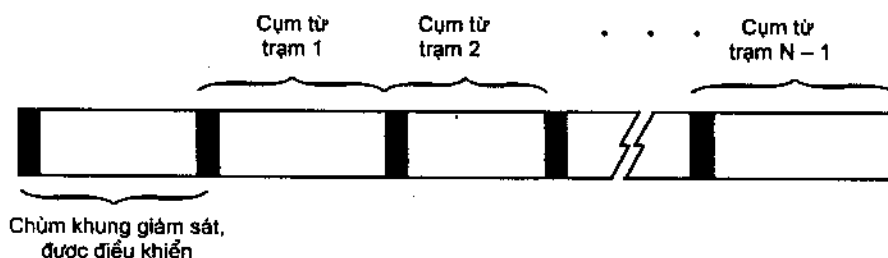
Một vấn đề nữa phải xem xét là kênh truyền. Đa số thời gian đường viba có độ rộng băng lớn, tạp âm thấp và độ tin cậy cao. Song đường truyền này chịu ảnh hưởng tự nhiên bất thường và hiệu ứng đa đường. Đa đường làm can nhiễu giữa các ký hiệu (ISI) và là nguyên nhân chính hạn chế tốc độ truyền. Để chống lại hiệu ứng ISI kỹ thuật phân tập thường được kết hợp với kỹ thuật cân bằng.

5.3. Thông tin số qua vệ tinh

Sử dụng kỹ thuật đa truy cập cho khả năng phát quảng bá trên kênh vệ tinh. Kỹ thuật TDMA rất thích hợp cho truyền dẫn số. Một số trạm mặt đất có thể truy cập vào vệ tinh theo một kênh truyền dẫn riêng trong các khe thời gian không chồng lấn (công suất phát do vậy cho phép hoạt động ở trạng thái gần bão hoà, đặc điểm chỉ có ở TDMA), thêm nữa do

lần lượt điều chế các khe thời gian nên không xuất hiện các điều chế tích (như khi các kênh hoạt động đồng thời).

Trên hình 5.21 minh họa ví dụ một khung có N cụm. Để bù trừ sự thay đổi của vệ tinh có khoảng bảo vệ để chống chồng lấn. Một cụm đóng vai trò tham chiếu $N-1$ cụm còn lại dành cho các trạm mặt đất. Trong mỗi cụm có bản tin đầu dành để đồng bộ sóng mang, đồng bộ đồng hồ, mã trạm mặt đất...



Hình 5.21. Hợp kênh theo khung vô tuyến

Có hai đặc điểm quan trọng của hệ thống thông tin vệ tinh là:

1. Công suất phát gần điểm bão hoà nên điều chế phải là đường bao không đổi.
2. Cung cấp khôi phục sóng mang và đồng hồ *độc lập* giữa các cụm nên thông tin khôi phục phải là tối thiểu. Điều này thuận lợi cho tách đồng bộ nên hay dùng kỹ thuật M-PSK.

Một vấn đề khác cần chú ý là tại một trạm mặt đất, các kênh thoại song song được mã PCM với đồng hồ đồng bộ với tốc độ khung TDMA. Thêm nữa lại có dòng không đồng bộ lỗi vào do bộ hợp kênh cung cấp, do đó dòng dữ liệu vào luôn yêu cầu phát liên tục. Mặt khác dòng dữ liệu ra của bộ điều chế lại là các cụm tuần hoàn của năng lượng RF. Do vậy các trạm mặt đất phải có các bộ đệm để chứa các bit dữ liệu từ khung này đến khung sau. Sức chứa tổng cộng của bộ đệm xác định từ số các dòng lỗi vào, tốc độ bit, tốc độ khung...

Bài tập

1. Trên hình 5.4 giải thích các mode hoạt động của modem:

- a) Kết nối chuyển mạch hai dây;
- b) Mạch thuê bao bốn dây.

Trường hợp sau có ưu điểm gì hơn trường hợp kết nối đầu?

2. Giả sử tốc độ bit vào là 56kbps, hãy tìm tốc độ baud hiệu theo Baud cho các kiểu điều chế sau:

- a) Sóng mang đơn 4-PSK;
- b) Hai sóng mang 4-QAM;
- c) Hai sóng mang 16-QAM.

3. Trên hình 5.9 giải thích hoạt động luân phiên của đầu cuối mạng ISDN:

- a) Một NTU 4 cổng;
- b) Một NTU S-Bus;

Bao gồm giải thích ý nghĩa thuật ngữ "ngoài dải" và làm thế nào sử dụng hai kênh B chung giữa các thiết bị đầu cuối kèm theo.

4. Dựa theo dạng sóng và sắp xếp khung liên quan đến giao diện tốc độ sơ cấp 1,544Mbps nêu trên hình 5.13, hãy giải thích:
 - a) Mã đường AMI và vì sao nó được bổ sung bởi mã B8ZS;
 - b) Cấu trúc khung được dùng và vì sao một khung con được sử dụng trong đó.
5. Dựa theo dạng sóng và sắp xếp khung liên quan đến giao diện tốc độ sơ cấp 2,048Mbps nêu trên hình 5.14, hãy giải thích:
 - a) Hoạt động của mã đường HDB3;
 - b) Cấu trúc khung và làm thế nào xác định sự bắt đầu của mỗi khung?
6. Giải thích các thuật ngữ sau đây:
 - a) Các bit nhồi;
 - b) Hợp kênh sơ cấp;
 - c) DS1/T1 và E1;
 - d) Ghép xen các byte;
 - e) Ghép xen các bit.
7. Giải thích tại sao mã 4 mức được dùng trên đường truy cập cặp dây xoắn từ NTU và mã này làm việc thế nào?
8. Giải thích thuật ngữ "pha huấn luyện" và làm thế nào tốc độ bit cho một kết nối được thiết lập.
9. Giải thích nguyên lý hoạt động của 3 loại điều chế cơ bản dùng trong modem bao gồm vai trò của sóng mang và sự khác biệt giữa PSK đồng bộ và PSK vi phân.

6.1. Giới thiệu

Vấn đề chính trong truyền thông là hiệu quả sử dụng *công suất và độ rộng phổ* của tín hiệu. Song trong một số trường hợp phải hy sinh một trong các tiêu chuẩn này để đạt được một yêu cầu khác, ví dụ như dùng trái phổ để bảo mật. Ưu điểm chính của trái phổ là chống lại được can nhiễu vô tình hay có chủ ý của người dùng khác.

Định nghĩa trái phổ có hai yêu cầu:

1. Đó là kỹ thuật truyền trong đó độ rộng băng tần được trải rộng hơn nhiều lần độ rộng tối thiểu cần thiết để truyền dữ liệu.
2. Sử dụng mã trái phổ độc lập với dữ liệu, dãy mã này cũng dùng ở bộ thu để tách đồng bộ (hay giải trải tín hiệu), khôi phục lại dữ liệu ban đầu.

Dù một số kỹ thuật điều chế như: điều tần, điều chế xung mã thỏa mãn yêu cầu 1 song chúng không thỏa mãn yêu cầu 2 thì cũng không gọi là trái phổ. Kỹ thuật trái phổ lúc đầu được phát triển trong quân đội để chống lại can nhiễu là chính, sau đó chuyển sang ứng dụng dân sự với những ưu điểm từ đặc tính của dãy trái phổ. Ví dụ: Nó có thể chống lại hiệu ứng đa đường, hiệu ứng đa truy cập (nhiều người dùng chung băng tần trải) mà không cần cơ chế đồng bộ ngoài nào.

Để hiểu rõ những đặc tính trên trước hết ta khảo sát nguyên lý trái phổ, trong đó nhấn mạnh đến trái phổ dây trực tiếp và trái phổ nhảy tần. Trong trái phổ dây trực tiếp có hai tầng điều chế được dùng, đó là: dữ liệu trước hết sẽ điều chế một mã băng rộng. Kết quả là dữ liệu băng hẹp chuyển thành tín hiệu băng rộng giống như ồn. Tín hiệu băng rộng này sau đó chịu điều chế thứ hai lên sóng mang dùng kỹ thuật khóa dịch pha. Ở điều chế nhảy tần lại khác: dữ liệu trước hết điều chế sóng mang, tiếp đó phổ của sóng mang dữ liệu được mở rộng ra bởi sự thay đổi tần số sóng mang, sự thay đổi tần số này được điều khiển theo dãy ngẫu nhiên. Cả hai kỹ thuật này đều dựa trên khả năng của dãy mã trái giống như ồn, nên dãy giả ngẫu nhiên PN này là cơ sở của hoạt động điều chế trái phổ. Ta bắt đầu ở đây với việc mô tả tạo dãy PN và các tính chất của nó.

6.2. Dãy PN

- PN (pseudo-noise) là dãy nhị phân tuần hoàn với dạng sóng giống ồn thường tạo bởi các thanh ghi dịch (hình 6.1). Một bộ ghi dịch phản hồi gồm m tầng dịch trạng thái và một mạch logic tạo nên những phản hồi ngược. Các tầng dịch được điều khiển bằng xung nhịp (đồng hồ). Theo mỗi nhịp đồng hồ nó dịch trạng thái một bước về phía sau, và mạch logic tính theo đại số Boole các trạng thái trên thanh ghi dịch theo đường phản hồi, kết quả sẽ lại

cấp đến tầng dịch đầu tiên. Dãy như thế xác định bởi *độ dài* của thanh ghi dịch, *trạng thái ban đầu* của thanh ghi và hàm *logic phản hồi*.

Gọi $s_j(k)$ là trạng thái của tầng j sau xung đồng hồ k (có thể là 0 và 1), khi đó trạng thái của thanh ghi là $\{s_1(k), s_2(k), \dots, s_m(k)\}$. Theo định nghĩa của thanh ghi ta có:

$$s_j(k+1) = s_{j-1}(k) \quad k \geq 0; 1 \leq j \leq m$$

còn $s_0(k)$ là lỗi vào cấp đến tầng đầu tiên. Số trạng thái có thể của thanh ghi là 2^m , mà mỗi trạng thái cho một chip lỗi ra, nên dãy PN sẽ tuần hoàn với chu kỳ lớn nhất là 2^m chip. Bộ ghi dịch phản hồi là tuyến tính nên hàm logic chỉ là cộng modulo 2, khi đó trạng thái toàn không là không được phép nên chu kỳ lớn nhất

thực sự của PN chỉ là $2^m - 1$ (dãy với chu kỳ lớn nhất này gọi là *dãy cực đại* hay còn gọi là *dãy m*).

Ví dụ: Xét bộ ghi dịch phản hồi tuyến tính trên hình 6.1 gồm có 3 thanh dịch. Lỗi vào s_0 cấp lên thanh ghi đầu là tổng modulo 2 của s_1 và s_3 . Giả sử trạng thái đầu của bộ ghi là 100 (đọc nội dung của bộ ghi từ trái sang phải) thì các trạng thái nối tiếp sẽ là:

100, 110, 111, 011, 101, 010, 001, 100...

Dãy lỗi ra của bộ ghi (vị trí cuối cùng của mỗi trạng thái trên bộ ghi) sẽ là: 0011101...

Chúng lập lại với chu kỳ $2^3 - 1 = 7$. Chú ý là chọn trạng thái đầu là tùy ý (miễn là đừng bằng không hết).

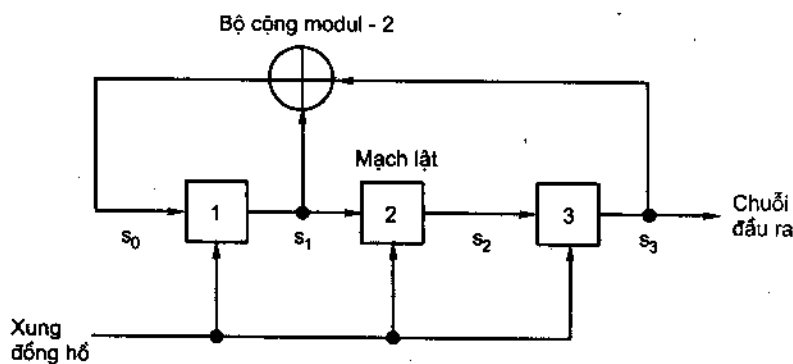
6.2.1. Tính chất của dãy m

Dãy m có nhiều tính chất giống dãy nhị phân ngẫu nhiên. Một dãy nhị phân ngẫu nhiên là dãy mà sự có mặt của 0 và 1 cân bằng nhau, trong khi ở dãy m thì:

1. Trong mỗi chu kỳ số số 1 luôn nhiều hơn số số 0 một đơn vị (tính chất cân bằng).
2. Trong một chu kỳ của dãy m, khoảng chạy 1 (1 số 1 hoặc một số 0) chiếm $1/2$, khoảng chạy 2 (2 số 1 hoặc hai số 0 liền nhau) chiếm $1/4$, khoảng chạy 3 (3 số 1 hoặc 3 số 0 liền nhau) chiếm $1/8$... gọi là tính chất khoảng chạy. Dãy m có tổng số các khoảng chạy là $(N+1)/2$ với $N = 2^m - 1$.

3. Hàm tự tương quan của dãy m là tuần hoàn và có hai giá trị (tính chất tương quan).

Để thấy rõ điều này ta thay các ký hiệu 0 và 1 bằng -1 và $+1$. Ta có dạng sóng $c(t)$ minh họa trên hình (6.2a). $c(t)$ có chu kỳ $T_b = NT_c$.



Hình 6.1. Bộ phát dãy độ dài cực đại với $m = 3$

Hàm tự tương quan (xét trong một đơn vị thời gian) của tín hiệu tuần hoàn $c(t)$ với chu kỳ T_b được tính là:

$$R_c(\tau) = \frac{1}{T_b} \int_{-T_b/2}^{T_b/2} c(t)c(t-\tau)dt \quad (6.1)$$

Ở đó τ là thời khoảng cách tương quan trong khoảng $(-T_b/2, T_b/2)$. Thay giá trị $c(t)$ vào ta được:

$$R_c(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{N+1}{NT_c}|\tau| & |\tau| \leq T_c \\ -\frac{1}{N} & \text{còn lại} \end{cases} \quad (6.2)$$

Trên hình 6.2b cho kết quả biểu diễn với $m = 3$ và $N = 7$.

Chú ý rằng tín hiệu tuần hoàn trong miền thời gian sẽ có phổ vạch đều đặn trong miền tần số. Nếu tính biến đổi Fourier của $R_c(\tau)$ ta có mật độ phổ công suất:

$$S_c(f) = \frac{1}{N^2} \delta(f) + \frac{1+N}{N^2} \sum_{n=-\infty, n \neq 0}^{\infty} \text{sinc}^2\left(\frac{n}{N}\right) \delta\left(f - \frac{n}{NT_c}\right) \quad (6.3)$$

So sánh kết quả đối với dãy m và dãy nhị phân ngẫu nhiên ta có nhận xét:

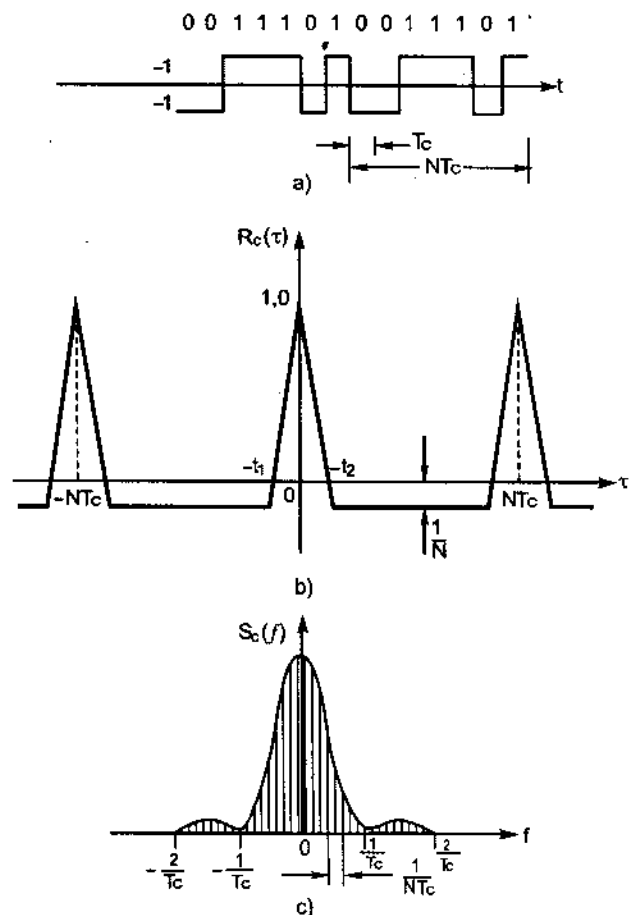
- Chu kỳ của dãy m , hàm tự tương quan của nó tương tự chu kỳ dạng sóng của dãy nhị phân ngẫu nhiên.

- Mật độ phổ công suất của cả hai dãy có đường bao ($\text{sinc}^2(fT)$) như nhau (hình 6.2c).

- Sự khác biệt cơ bản giữa chúng là trong khi dãy nhị phân ngẫu nhiên có mật độ phổ liên tục thì dãy độ dài cực đại có phổ vạch với khoảng cách $1/NT_c$. Khi độ dài bộ ghi dịch tăng thêm tức là chu kỳ N tăng thêm thì dãy m sẽ tiến đến dãy nhị phân ngẫu nhiên, song như vậy sẽ đòi hỏi tăng thêm nhiều bộ nhớ.

6.2.2. Tạo dãy m

Câu hỏi quan trọng đặt ra là hàm logic phản hồi thế nào để có được chu kỳ của dãy mong muốn là N . Trả lời câu hỏi này có thể tìm trong lý thuyết mã kiểm soát lỗi. Kết quả đã được xây dựng thành bảng để có thể dễ dàng thực hiện (xem bảng 6.1).



Hình 6.2. a) Dạng sóng của dãy độ dài cực đại với $m = 3$, chu kỳ $N = 7$; b) Hàm tự tương quan; c) Mật độ phổ công suất (tương ứng với hình 6.1)

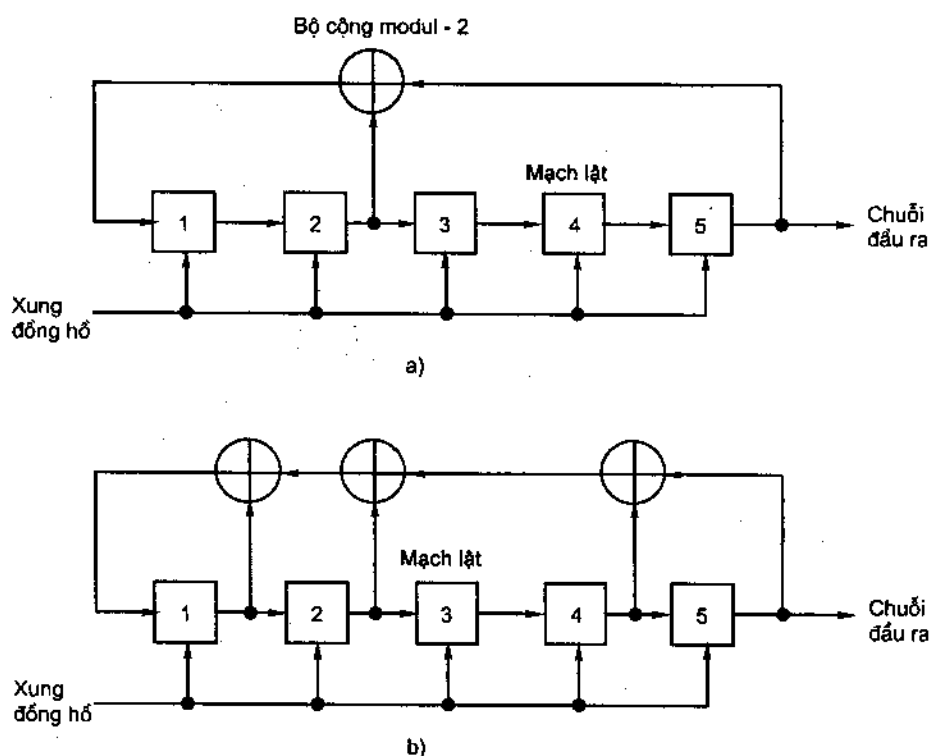
Ta trình bày ở đây tập các nút phản hồi với $m = 2, 3, \dots, 8$.

Bảng 6.1. Các dãy chiều dài cực đại của các bộ ghi dịch độ dài từ 2 đến 8

Chiều dài thanh ghi dịch, m	Mẫu hồi tiếp
2*	[2, 1]
3*	[3, 1]
4	[4, 1]
5*	[5, 2], [5, 4, 3, 2], [5, 4, 2, 1]
6	[6, 1], [6, 5, 2, 1], [6, 5, 3, 2]
7*	[7, 1], [7, 3, 2, 1], [7, 4, 3, 2], [7, 6, 4, 2], [7, 6, 3, 1], [7, 6, 5, 2], [7, 6, 5, 4, 2, 1], [7, 5, 4, 3, 2, 1],
8	[8, 4, 3, 2], [8, 6, 5, 3], [8, 6, 5, 2], [8, 5, 3, 1], [8, 6, 5, 1], [8, 7, 6, 1], [8, 7, 6, 5, 2, 1], [8, 6, 4, 3, 2, 1],

Khi m tăng, số các sơ đồ có thể cũng tăng và đối với mỗi tập kết nối phản hồi có một tập "ảnh" tạo nên dãy độ dài cực đại giống như vậy song đảo ngược theo thời gian.

Các tập đánh dấu hoa thị trong bảng tương ứng với dãy độ dài nguyên tố Mersenne tức là chu kỳ N là số nguyên tố.



Hình 6.3. Hai cấu hình khác nhau của thanh ghi dịch phản hồi ngược với độ dài $m = 5$
a) Nút phản hồi [5, 2]; b) Nút phản hồi [5, 4, 2, 1]

Ví dụ:

Xét một dãy độ dài cực đại dùng thanh ghi dịch phản hồi tuyến tính có $m = 5$.

Các nút phản hồi là $[5, 2]$. Cấu hình của bộ tạo mã nêu trên hình 6.3a. Giả sử trạng thái đầu là 10000, tiến hoá một chu kỳ của dãy theo sơ đồ này nêu trên bảng trên. Ở đây ta thấy bộ phát trở lại trạng thái đầu 10000 sau 31 bước. Nếu ta chọn phản hồi $[5, 4, 2, 1]$ theo sơ đồ 6.3 b). Bộ phát này cũng lập lại trạng thái sau 31 bước song dãy độ dài cực đại được tạo ra có thứ tự khác.

Ký hiệu hồi tiếp	Trạng thái của thanh ghi dịch					Ký hiệu đầu ra
	1	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	1	1	0
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	0	1

a)

Ký hiệu hồi tiếp	Trạng thái của thanh ghi dịch					Ký hiệu đầu ra
	1	0	0	0	0	
1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	0	1
0	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	0	1
0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	1

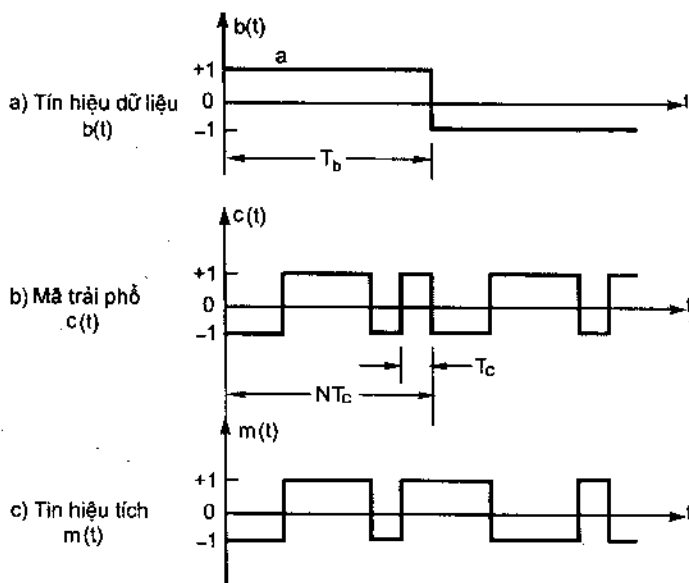
b)

Hình 6.4. a) Tiến hoá của dãy độ dài cực đại tương ứng với sơ đồ hình 6.2a);
b) Tiến hoá của dãy độ dài cực đại tương ứng với sơ đồ hình 6.2b)

6.3. Ý nghĩa trải phổ

Một đóng góp quan trọng của trải phổ là nó có thể chống lại nhiễu bên ngoài có công suất hữu hạn. Tín hiệu gây nhiễu có thể là ồn băng rộng dạng công suất hay dạng sóng đa hài trực tiếp đến bộ thu với mục đích quấy rối truyền tin. Tín hiệu trải phổ cho phép truyền qua kênh thông tin mà không phải ai "nghe" được cũng "hiểu" được mặc dù chưa cần mã hoá bảo mật. Nên có thể nói trải phổ là phương pháp ngụy trang tín hiệu mang thông tin.

Giả sử b_k là dãy dữ liệu nhị phân, c_k là dãy giả ngẫu nhiên, dạng sóng $b(t)$ và $c(t)$ là ký hiệu dạng cực NRZ có hai mức biên độ ± 1 . Điều chế (mở rộng phổ) nhận được khi cấp $b(t)$ và $c(t)$ lên bộ điều chế tích (hay nhân). Phép nhân trong miền thời gian sẽ cho tín hiệu mà phổ của nó là phép chập phổ của hai tín hiệu. Do $b(t)$ băng hẹp, $c(t)$ băng rộng nên tín hiệu tích có độ rộng gần như tín hiệu PN. Nói cách khác PN đóng vai trò mã trải phổ. Khi nhân $b(t)$ với $c(t)$, mỗi bit thông tin được băm thành một số nhỏ chip.



Hình 6.5. Minh hoạ dạng sóng ở bộ phát

Khi truyền bằng cơ sở tín hiệu tích $m(t)$ là:

$$m(t) = c(t)b(t) \quad (6.4)$$

Tín hiệu nhận được $r(t)$ sẽ là $m(t)$ cộng thêm tín hiệu can nhiễu $i(t)$:

$$r(t) = m(t) + i(t) \quad (6.5)$$

Để khôi phục lại, $r(t)$ được cấp đến bộ giải điều chế gồm: bộ nhân kèm theo bộ tích phân và bộ quyết định (hình 6.6). Bộ nhân được cấp dãy PN cục bộ giống hệt dãy PN dùng trong bộ phát. Thêm nữa giả sử nó hoạt động đồng bộ với bộ phát. Lỗi ra bộ nhân sẽ là:

$$z(t) = c(t)r(t) = c^2(t)b(t) + c(t)i(t) = b(t) + c(t)i(t) \quad (6.6)$$

Do $b(t)$ phổ hẹp trong khi $c(t)i(t)$ là phổ rộng nên nếu dùng bộ lọc băng hẹp sau bộ nhân sẽ loại bỏ phần lớn ảnh hưởng của $i(t)$.

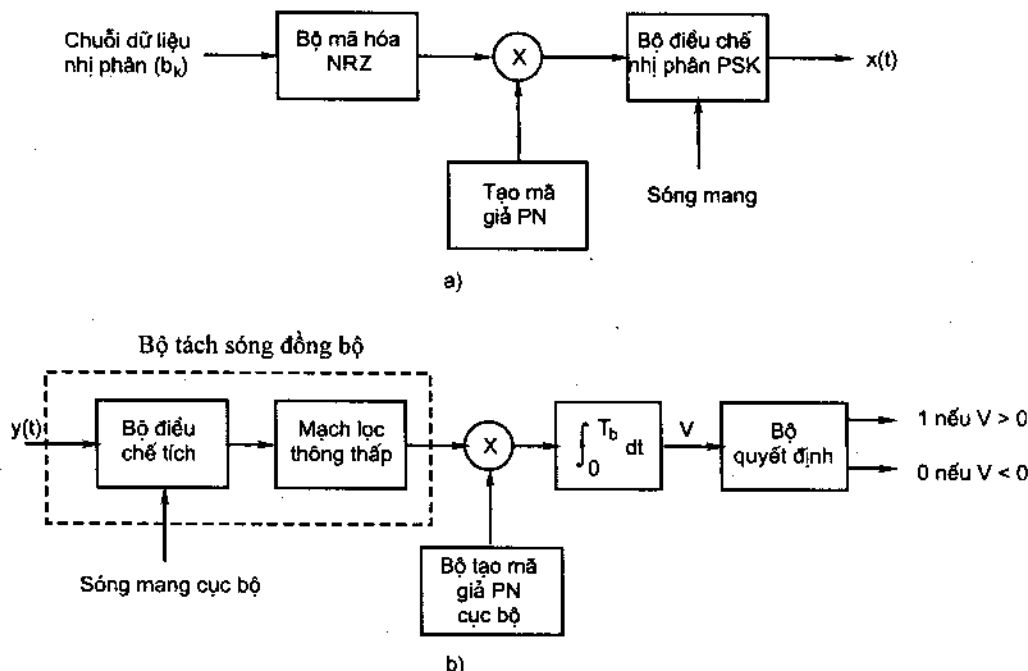
Trong hình 6.6b hoạt động lọc thông thấp được thực hiện bằng bộ tích phân trong khoảng $0 \leq t \leq T_b$. Bộ tích phân cung cấp giá trị mẫu v : Nếu v lớn hơn ngưỡng không bit nhị phân sẽ là 1, nếu nhỏ hơn không quyết định là 0. Nếu chính xác bằng không thì quyết định ngẫu nhiên.

Kết luận: Nếu dãy trải càng dài, tín hiệu càng giống ngẫu nhiên và khả năng tách càng khó (để bảo mật), song độ phức tạp cũng tăng.

6.4. Trải phổ dây trực tiếp với khoá dịch pha nhị phân đồng bộ

Kỹ thuật trải phổ mô tả ở mục trước gọi là trải phổ dây trực tiếp trên băng cơ sở. Để thực hiện kỹ thuật này trên băng thông dải phải kết hợp với PSK. Trước hết dữ liệu b_k được chuyển thành $b(t)$ dạng NRZ. Ở tầng điều chế đầu là điều chế tích nhân $b(t)$ với $c(t)$. Tầng thứ hai là bộ điều chế nhị phân PSK. Tín hiệu cuối $x(t)$ gọi là DS/BPSK. Pha $\theta(t)$ của $x(t)$ có một trong hai giá trị $0, \pi$ tùy thuộc cực tính của $b(t)$ và của $c(t)$ (theo bảng chân lý).

Bộ thu trên hình 6.6 gồm hai tầng giải điều chế. Tầng 1: tín hiệu nhận được $y(t)$ và sóng mang cục bộ cấp đến bộ điều chế tích kèm theo bộ lọc thông thấp (có độ rộng bằng độ rộng của $m(t)$). Tầng hai dải trải tiếp bằng cách nhân với $c(t)$ là sóng mang cục bộ kèm theo bộ tích phân trên khoảng bit, cuối cùng là bộ quyết định.



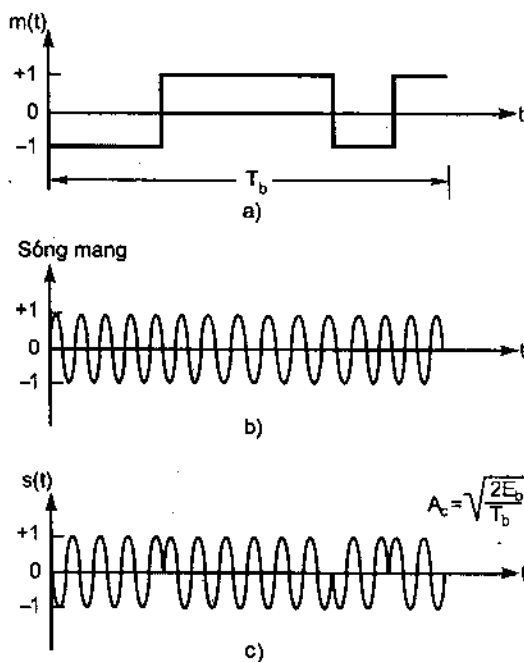
Hình 6.6. Khoá dịch pha đồng bộ trải phổ trực tiếp: a) Bộ phát; b) Bộ thu

6.4.1. Phân tích mô hình

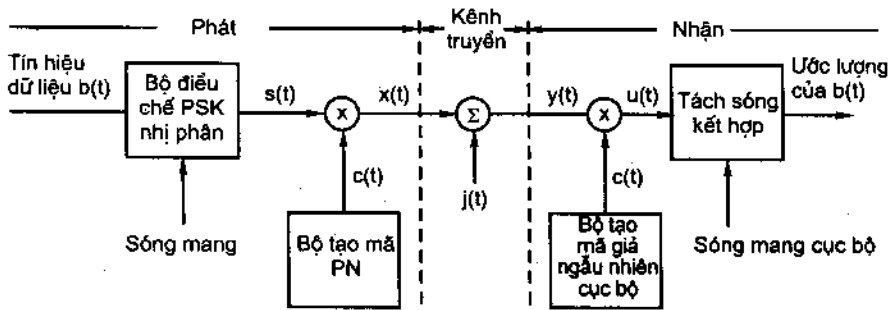
Thông thường trải phổ thực hiện trước bộ điều chế pha. Để thuận tiện phân tích ta thay đổi thứ tự này vì cả hai hoạt động này là tuyến tính. Điều quan trọng là phải giữ *đồng bộ*. Trong mô hình này cũng giả thiết can nhiễu $j(t)$ là giới hạn có thể bỏ qua:

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t) + j(t) \\ &= c(t)s(t) + j(t) \end{aligned} \quad (6.7)$$

Ở đó $s(t)$ là tín hiệu PSK nhị phân và $c(t)$ là tín hiệu PN. Chú ý là $j(t)$ ký hiệu khác $i(t)$ vì đây là mô hình băng thông dải (hình 6.8).



Hình 6.7. a) Tín hiệu tích $m(t) = c(t).a(t)$ b) Sóng mang c) Tín hiệu DS/BPSK



Hình 6.8. Mô hình hệ PSK nhị phân trải phổ trực tiếp

Ở bộ thu tín hiệu được nhân với $c(t)$:

$$\begin{aligned} u(t) &= c(t)y(t) \\ &= c^2(t)s(t) + c(t)j(t) \\ &= s(t) + c(t)j(t) \end{aligned} \quad (6.8)$$

6.4.2. Đồng bộ

Việc đồng bộ gồm hai phần: bắt đồng bộ và bám đồng bộ. Để bắt hay *đồng bộ thô*, hai mã PN được đồng chỉnh theo chip một cách nhanh nhất. Khi đã bắt được mã, việc bám, hay *đồng bộ tinh* được thực hiện. Thông thường việc bắt thực hiện theo hai bước. Bước một tín hiệu nhận được nhân với dãy PN cục bộ để đo mức tương quan. Bước hai là dựa vào mức đo trên, có chiến lược dò và quyết định xử lý thích hợp để làm hai dãy đồng bộ. Sau đó để bám đồng bộ dùng kỹ thuật vòng khoá pha giống như đồng bộ sóng mang tham chiếu. Sự khác nhau căn bản giữa chúng là cách phân biệt sai khác pha.

6.5. Chiều của không gian tín hiệu và độ lợi xử lý

Ở phần này ta sử dụng lý thuyết không gian tín hiệu để phân tích toán học kỹ thuật trải phổ. Xét tập các hàm cơ sở trực giao:

$$\phi_k(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T_c}} \cos(2\pi f_c t) & kT_c \leq t \leq (k+1)T_c \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (6.9)$$

$$\bar{\phi}_k(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T_c}} \sin(2\pi f_c t) & kT_c \leq t \leq (k+1)T_c \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (6.10)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

Ở đó T_c là khoảng chip và N là tỷ số chip/bit. Từ đây có thể mô tả tín hiệu truyền $x(t)$ cho khoảng thời gian thông tin bit như sau:

$$\begin{aligned} x(t) &= c(t)s(t) \\ &= \pm \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} c(t) \cos(2\pi f_c t) \end{aligned} \quad (6.11)$$

$$= \pm \sqrt{\frac{E_b}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} c_k \phi_k(t) \quad 0 \leq t \leq T_b \quad (6.12)$$

Với E_b là năng lượng tín hiệu của bit. Dấu cộng tương ứng với bit 1, dấu trừ tương ứng với bit 0. Dãy mã $(c_0, c_1, \dots, c_{N-1})$ là ký hiệu dãy PN với $c_k = \pm 1$. Tín hiệu $x(t)$ như vậy là tín hiệu N chiều, chúng đòi hỏi tối thiểu N hàm trực giao để biểu diễn nó.

Xét biểu diễn tiếp theo của tín hiệu can nhiễu là nhiễu pha. Thông thường ở trường hợp xấu nhất $j(t)$ được đặt chính xác năng lượng của nó vào $x(t)$. Tuy nhiên điều mà người ta có thể biết được chỉ là độ rộng băng tần của tín hiệu truyền, còn không thể biết được pha tín hiệu, nên có thể biểu diễn tín hiệu nhiễu pha:

$$j(t) = \sum_{k=0}^{N-1} j_k \phi_k(t) + \sum_{k=0}^{N-1} \bar{j}_k \bar{\phi}_k(t) \quad 0 \leq t \leq T_b \quad (6.13)$$

$$\text{Ở đó} \quad j_k = \int_0^{T_b} j(t) \phi_k(t) dt \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (6.14)$$

$$\text{Và} \quad \bar{j}_k = \int_0^{T_b} j(t) \bar{\phi}_k(t) dt \quad (6.15)$$

Như vậy can nhiễu $j(t)$ là $2N$ chiều, tức là gấp đôi số chiều $x(t)$.

Ta có thể biểu diễn công suất trung bình của $j(t)$ như sau:

$$J = \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} j^2(t) dt = \frac{1}{T_b} \sum_{k=0}^{N-1} j_k^2 + \frac{1}{T_b} \sum_{k=0}^{N-1} \bar{j}_k^2 \quad (6.16)$$

Thêm nữa do kém thông tin về pha nên chiến lược của người gây nhiễu là đặt năng lượng đều vào các toạ độ sin và cosin, do vậy có thể giả thiết:

$$\sum_{k=0}^{N-1} j_k^2 = \sum_{k=0}^{N-1} \bar{j}_k^2 \quad (6.17)$$

$$\text{Tương ứng có thể đơn giản: } J = \frac{2}{T_b} \sum_{k=0}^{N-1} j_k^2 \quad (6.18)$$

Mục đích của chúng ta là tìm tỷ số tín/ồn tại lối vào và lối ra bộ thu DS/BPSK. Muốn vậy ta biểu diễn lối ra bộ tách đồng bộ:

$$v = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \int_0^{T_b} u(t) \cos(2\pi f_c t) dt = v_s + v_{ej} \quad (6.19)$$

Ở đó v_s và v_{ej} là tín hiệu BPSK giải trải $s(t)$ và can nhiễu trải $c(t)j(t)$. Hai thành phần này được định nghĩa:

$$v_s = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \int_0^{T_b} s(t) \cos(2\pi f_c t) dt \quad (6.20)$$

Và
$$v_{ej} = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \int_0^{T_b} c(t)j(t) \cos(2\pi f_c t) dt \quad (6.21)$$

Xét số hạng đầu, tín hiệu giải trải BPSK là:

$$s(t) = \pm \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T_b \quad (6.22)$$

Dấu cộng tương ứng với 1 và trừ tương ứng với 0. Do vậy giả sử tần số sóng mang f_c là bội nguyên của $1/T_b$ ta có:

$$v_s = \pm \sqrt{E_b} \quad (6.23)$$

Xét số hạng thứ hai v_{ej} là thành phần do can nhiễu. Biểu diễn $c(t)$ trong dạng dãy đủ của dãy $\{c_0, c_1, \dots, c_{N-1}\}$:

$$v_{ej} = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \sum_{k=0}^{N-1} c_k \int_{kT_c}^{(k+1)T_c} j(t) \cos(2\pi f_c t) dt \quad (6.24)$$

Sử dụng các công thức đối với $\phi_k(t)$ và j_k ta viết lại:

$$v_{ej} = \sqrt{\frac{T_c}{T_b}} \sum_{k=0}^{N-1} c_k \int_0^{T_b} j(t) \phi_k(t) dt = \sqrt{\frac{T_c}{T_b}} \sum_{k=0}^{N-1} c_k j_k \quad (6.25)$$

Tiếp đó ta ước lượng dãy PN như là dãy nhị phân độc lập và phân bố đều. Chuyển phương trình trên thành dạng:

$$V_{ej} = \sqrt{\frac{T_c}{T_b}} \sum_{k=0}^{N-1} C_k j_k \quad (6.26)$$

Ở đó V_{ej} và C_k là biến ngẫu nhiên với các giá trị mẫu là v_{ej} và c_k . Ở dạng này nguồn gây nhiễu được giả sử là cố định. Ngoài ra:

$$P(C_k = 1) = P(C_k = 0) = 1/2 \quad (6.27)$$

Trung bình của V_{ej} là không, đối với k cố định:

$$E[C_k j_k | j_k] = j_k P(C_k = 1) - j_k P(C_k = -1) = 1/2 j_k - 1/2 j_k = 0$$

Đối với vectơ j cố định biểu diễn tập: $j_0, j_1, \dots, j_{N-1}$. Phương sai của V_{ej} sẽ là:

$$\text{var}[V_{ej} | j] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} j_k^2 \quad (6.28)$$

Vì nhân tử trải $N = T_b/T_c$ ta có:

$$\text{Var}[V_{ej} | j] = JT_c/2 \quad (6.29)$$

Tức là biến ngẫu nhiên V_{ej} có trung bình không và phương sai $JT_c/2$.

Ta cũng chú ý là thành phần tín hiệu tại lối ra bộ tách đồng bộ là: $\pm \sqrt{E_b}$. Do đó công suất tức thời đỉnh là E_b . Và ta tính được tỷ số tín hiệu lối ra/ồn:

$$(\text{SNR})_m = \frac{2E_b}{JT_c} \quad (6.30)$$

Công suất tín hiệu trung bình tại lối vào bộ thu bằng E_b/T_c , nên ta xác định được tỷ số tín hiệu vào/ồn:

$$(SNR)_{\text{vào}} = \frac{E_b/T_b}{J} \quad (6.31)$$

Loại bỏ biến E_b/J :

$$(SNR)_{\text{ra}} = \frac{2E_b}{T_c} (SNR)_{\text{vào}} \quad (6.32)$$

Trong thực tế ta hay dùng đơn vị dB:

$$10\log_{10}(SNR)_{\text{ra}} = 10\log_{10}(SNR)_{\text{vào}} + 3 + 10\log_{10}(PG), \text{ dB} \quad (6.33)$$

Ở đó $PG = T_b/T_c$ là độ lợi xử lý, 3 dB nhận được ở vế phải là do sử dụng tách sóng đồng bộ. Độ lợi này không liên quan đến trải phổ. Ngược lại, số hạng cuối SNR có được do trải phổ, nên gọi là độ lợi xử lý. Chú ý là cả hai hệ số N và PG đều bằng T_b/T_c . Như vậy dùng dây PN càng dài, chu kỳ chip càng nhỏ thì độ lợi xử lý càng lớn.

6.6. Xác suất lỗi bit

Gọi v là lối ra của bộ tách đồng bộ trong hệ DS/BPSK, đó là các mẫu của biến ngẫu nhiên V , thành phần ồn tương đương v_{ej} là mẫu của nhiễu ngoài V_{ej} . Từ kết quả ở mục trước ta có:

$$V = \pm\sqrt{E_b} + V_{ej} \quad (6.34)$$

Giả sử thông tin 1 và 0 cân bằng nhau:

$$P_e = P(V > 0 | \text{gửi } 0) = P(V_{ej} > \sqrt{E_b}) \quad (6.35)$$

Do V_{ej} là tổng của N biến ngẫu nhiên phân bố đồng nhất độc lập, nên từ định lý giới hạn trung tâm ta suy ra rằng nếu N lớn thì biến V_{ej} được coi là có phân bố Gauss. Với trung bình không và phương sai $JT_c/2$, ở đó J là công suất nhiễu phá trung bình. Với xấp xỉ này ta tính được xác suất sự kiện $V_{ej} > \sqrt{E_b}$ và biểu thức xác suất lỗi là:

$$P_e = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{JT_c}} \right) \quad (6.36)$$

Công thức đơn giản này với giả thiết Gauss, là thích hợp với hệ DS/BPSK có nhân tử trải N lớn.

Tính chất chống nhiễu phá

So sánh với công thức lỗi bit của hệ BPSK đồng bộ:

$$P_e = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (6.37)$$

Ta thấy rằng tính tỷ lệ lỗi bit trong DS/BPSK là coi nhiễu phá như mật độ công suất ồn định nghĩa là:

$$\frac{N_0}{2} = \frac{JT_c}{2} \quad (6.38)$$

Mối liên hệ này nhắc lại kết quả đã có ở mục trước ($\text{var}[V_{ej}|j] = JT_c/2$)

Vì năng lượng tín hiệu bit $E_b = PT_b$ với P là công suất tín hiệu trung bình, T_b là khoảng bit. Ta biểu diễn lại tỷ số năng lượng tín hiệu/bit/mật độ phổ công suất ồn:

$$\frac{E_b}{N_0} = \left(\frac{T_b}{T_c} \right) \left(\frac{P}{J} \right) \quad (6.39)$$

Sử dụng thêm ký hiệu:

$$\frac{J}{P} = \frac{PG}{E_b/N_0} \quad (6.40)$$

Tỷ số J/P gọi là ranh giới nhiễu pha. Khi chuyển sang dB:

(ranh giới nhiễu pha)_{dB} = (độ lợi xử lý)_{dB} - $10\log_{10}(E_b/N_0)_{\min}$

Ở đó giá trị $(E_b/N_0)_{\min}$ là giá trị cần để hỗ trợ một xác suất lỗi trung bình định trước.

Ví dụ:

Một hệ truyền tin trải phổ có các thông số sau:

Độ dài bit thông tin: $T_b = 4,095\text{ms}$

Độ dài chip PN $T_c = 1\mu\text{s}$

Do đó độ lợi xử lý $PG = 4095$

Tương ứng với yêu cầu PN có $N = 4095$. Suy ra $m = 12$. Để bộ thu chấp nhận được, ta giả sử xác suất lỗi bit không vượt quá 10^{-5} . Từ công thức thu PSK nhị phân đồng bộ ta tính ra $E_b/N_0 = 10$ cho ta xác suất lỗi trung bình bằng $0,387 \times 10^{-5}$. Dùng giá trị của E_b/N_0 và giá trị độ lợi xử lý tính được ta tìm được ranh giới nhiễu pha:

$$\begin{aligned} (\text{ranh giới nhiễu pha})_{\text{dB}} &= 10\log_{10}4095 - 10\log_{10}(10) \\ &= 36,1 - 10 \\ &= 26,1 \text{ dB} \end{aligned}$$

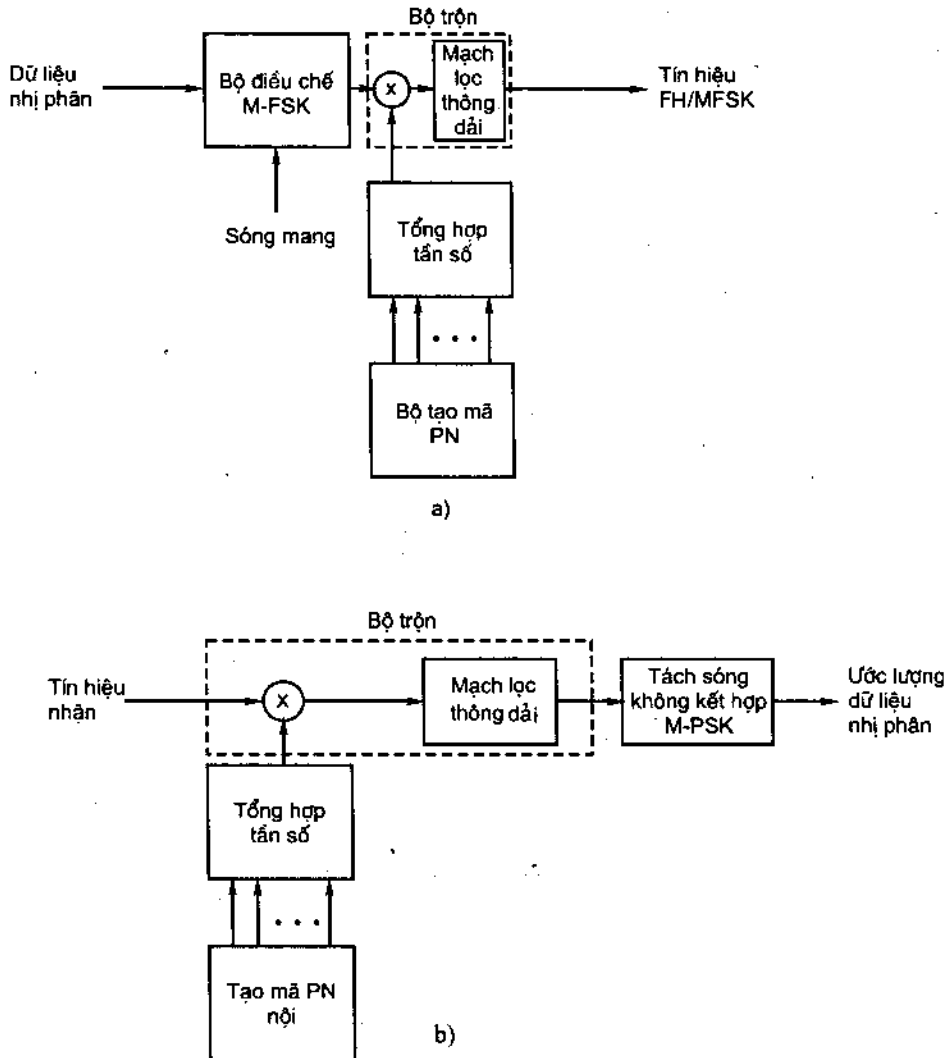
Tức là bit thông tin tại lỗi ra bộ thu có thể được tách tin cậy thậm chí khi ồn hoặc can nhiễu tại lỗi vào bộ thu gấp 409,5 lần công suất tín hiệu thu được. Rõ ràng đây là ưu điểm rất mạnh để chống lại nhiễu pha.

6.7. Trải phổ nhảy tần

Ở phương pháp trải phổ dấy trực tiếp khả năng chống nhiễu được xác định bằng độ lợi xử lý, song khả năng của thiết bị vật lý tạo dấy PN đã giới hạn độ lợi xử lý này. Một phương pháp khác bắt người gây nhiễu phải bao phủ phổ rộng hơn bằng cách nhảy tần sóng mang. Phổ của tín hiệu trải (nhảy) lần lượt chứ không đồng thời (hình 6.9). Một dạng của nhảy tần là MFSK. Tổ hợp hai kỹ thuật này ta có FH/MFSK. Có hai kiểu nhảy tần:

– Nhảy tần chậm: tốc độ ký hiệu R_s của tín hiệu MFSK là một bội nguyên của tốc độ nhảy R_h , tức là một số ký hiệu được phát/lần nhảy.

– Nhảy tần nhanh: Tốc độ nhảy R_h là một bội nguyên của tốc độ ký hiệu, tức là sóng mang nhảy vài lần trong thời khoảng ký hiệu.



Hình 6.9. Khoá dịch tần trải phổ nhảy tần M mức: a) Bộ phát; b) Bộ thu

6.7.1. Nhảy tần chậm

Sơ đồ trên hình 6.10 là bộ phát FH/MFSK gồm bộ điều tần kèm sau là bộ trộn. Dữ liệu trước hết cấp lên bộ FSK M mức. Lỗi ra của nó sẽ cấp lên bộ trộn (tức là bộ nhân kèm sau là lọc thông dải).

Bộ lọc được thiết kế để lọc được thành phần tần số tổng. Trên thực tế những khối k bit nối tiếp của dãy PN điều khiển bộ tổng hợp tần số cho phép tần số sóng mang nhảy qua 2^k giá trị khác nhau.

Trong một lần nhảy đơn, độ rộng băng của tín hiệu phát giống như MFSK cổ điển với một băng $M = 2^k$ tín hiệu trực giao. Tuy nhiên trong dải tần đầy đủ của 2^k tần số sẽ chiếm

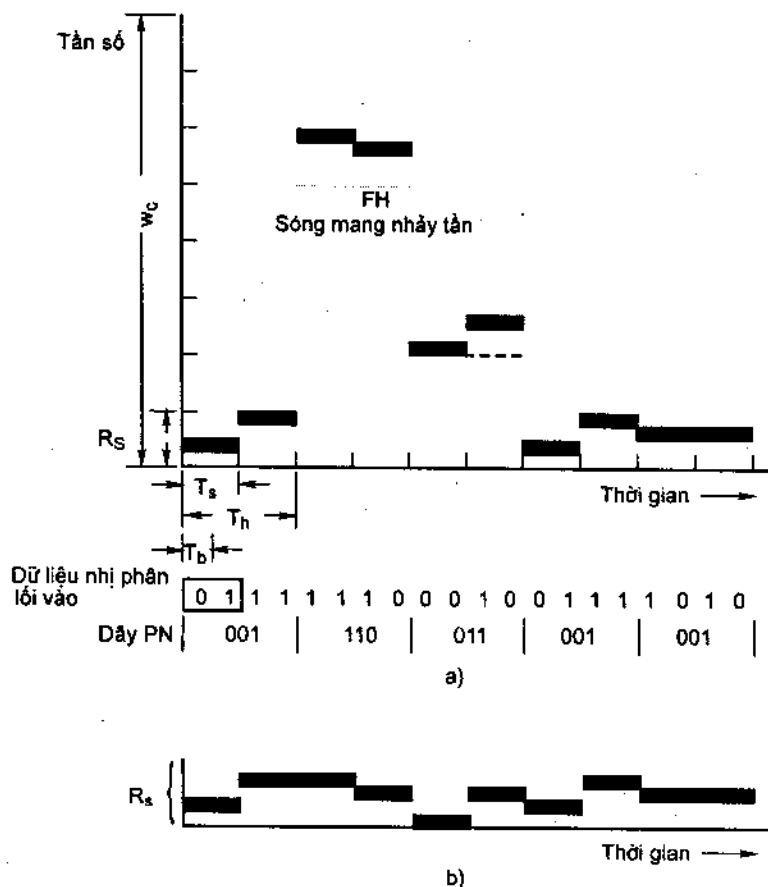
một độ rộng băng lớn hơn. Với công nghệ ngày nay, độ rộng băng FH có thể đạt đến vài GHz và lớn hơn khả năng đạt được của trải phổ trực tiếp. Một đặc điểm của FH có độ rộng băng lớn là việc tách đồng bộ chỉ trong mỗi lần nhảy, vì đồng bộ tổng hợp tần số không đảm bảo đồng bộ pha theo các lần nhảy nối tiếp. Do đó đa phần hệ trải phổ nhảy tần sử dụng sơ đồ điều chế M mức không đồng bộ.

Tại bên thu, bộ trộn sẽ trộn tín hiệu nhận được với lỗi ra của bộ tổng hợp tần số cục bộ được điều khiển đồng bộ với bên phát. Kết quả sau đó cho qua bộ lọc thông dải và bộ tách FSK M mức không đồng bộ. Để thực hiện tách ta dùng dãy M bộ lọc phù hợp không đồng bộ, mỗi một chúng phù hợp với một trong các tần của MFSK. Ước lượng ký hiệu truyền nhận được bằng cách chọn lỗi ra của bộ lọc có tín hiệu lớn nhất.

Một tần riêng FH/MFSK chiếm thời gian ngắn nhất gọi là một chip (thuật ngữ này không mâu thuẫn với DS/BPSK). Tốc độ chip đối với hệ FH/MFSK được định nghĩa

$$R_c = \max(R_h, R_s) \quad (6.41)$$

Ở đó R_h là tốc độ nhảy và R_s là tốc độ ký hiệu.



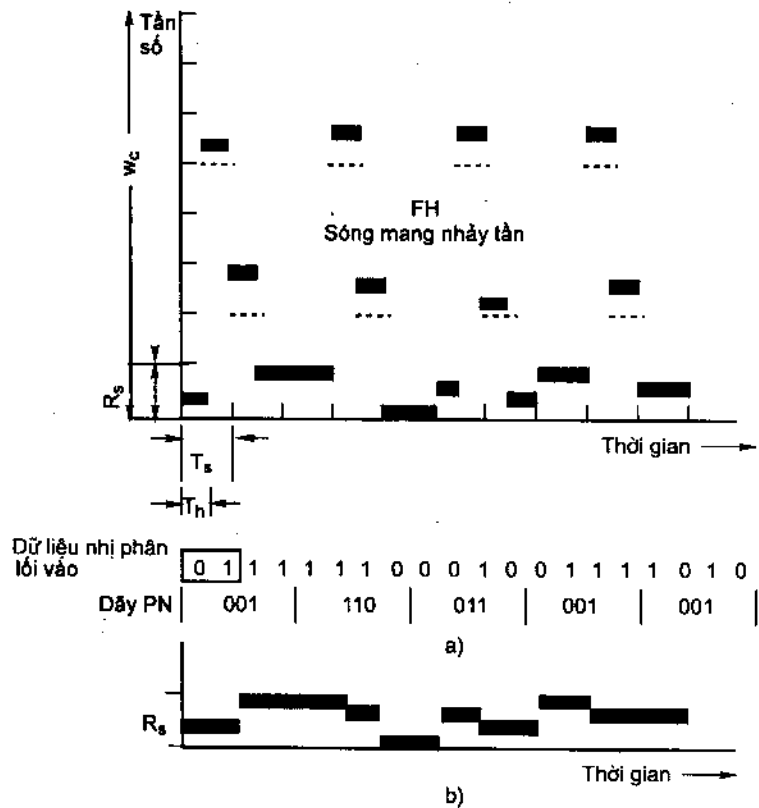
Hình 6.10. Minh họa nhảy tần chậm: a) Thay đổi tần số trong một chu kỳ của dãy PN; b) Thay đổi của tần số dải nhảy tần

Tín hiệu FH/MFSK đặc trưng bởi nhiều ký hiệu truyền/một lần nhảy. Vì vậy mỗi ký hiệu của FH/MFSK chậm là một chip. Tương ứng, các tốc độ bit dữ liệu, tốc độ ký hiệu MFSK, tốc độ nhảy tần liên hệ với nhau:

$$R_c = R_s = R_b/K \geq R_b \quad (6.42)$$

Với $K = \log_2 M$

Tại mỗi lần nhảy, các tần của MFSK tách biệt nhau một bội nguyên của tốc độ chip $R_c = R_s$ để đảm bảo sự trực giao của chúng. Đặc tính của điều kiện này là bất kỳ một ký hiệu truyền nào đều không xuyên âm đến $M-1$ bộ lọc phù hợp không đồng bộ khác. Kết quả FH/MFSK chậm hoạt động giống như tách không đồng bộ MSFK cổ điển (không nhảy tần) trong ồn trắng Gauss. Do vậy tín hiệu can nhiễu ảnh hưởng lên FH/MFSK theo xác suất lỗi trung bình giống như ồn trắng Gauss lên bộ thu FSK M mức không đồng bộ cổ điển không có can nhiễu.



Hình 6.11. Minh họa nhảy tần nhanh:
a) Thay đổi tần số phát theo thời gian; b) Thay đổi tần số dải nhảy theo thời gian

Giả sử người gây nhiễu quyết định trải công suất trung bình J lên toàn thể phổ nhảy tần, gây ảnh hưởng tương đương AWGN với mật độ công suất phổ $N_0/2$, ở đó $N_0 = J/W_c$, W_c là độ rộng của FH. Hệ trải phổ như vậy đặc trưng bởi tỷ số năng lượng ký hiệu/mật độ phổ ồn:

$$\frac{E}{N_0} = \frac{P/J}{W_c/R_s} \quad (6.43)$$

Ở đó tỷ số P/J là nghịch đảo của ranh giới nhiễu phá. Tỷ số khác là độ lợi xử lý của FH/MFSK:

$$PG = W_c/R_s = 2^k \quad (6.44)$$

Tức là độ lợi xử lý (theo dB) bằng

$$10 \log_{10} 2^k = 3k \quad (6.45)$$

Ở đó k là độ dài của đoạn PN dùng để chọn tần số nhảy. Đây là kết quả nếu người gây nhiễu trải công suất nhiễu trên toàn bộ phổ FH. Tuy nhiên nếu người gây nhiễu tập trung công suất lên một phần phổ FH thì độ lợi xử lý của bộ thu sẽ nhỏ hơn $3k$ dB.

Ví dụ: Hình 6.10 minh họa sự thay đổi tần số của tín hiệu FH/MFSK chậm theo thời gian trong một chu kỳ của PN $N = 2^4 - 1 = 15$. Tín hiệu FH/MFSK có các tham số sau:

Số bit/ký hiệu MFSK	$K = 2$
Số hài của MFSK	$M = 2^K = 4$
Độ dài khúc PN/lần nhảy tần	$k = 3$
Số tổng cộng nhảy tần	$2^k = 8$

Trong ví dụ này sóng mang được nhảy đến tần số mới sau khi truyền hai ký hiệu (tương đương 4 bit thông tin). Trên hình 6.10 cũng cho dây bit lỗi vào và dây PN điều khiển việc chọn tần số FH có sẵn để nhảy. Chỉ có 3 trong chúng được thực hiện bằng dây PN. Hình 6.10b nêu sự thay đổi của tần số dải nhảy theo thời gian. Sự thay đổi này thực hiện theo cùng một cách giống như tín hiệu MFSK cổ điển tạo bởi dữ liệu lỗi vào.

6.7.2. Nhảy tần nhanh

Hệ nhảy tần nhanh FH/MFSK (hình 6.11) khác với nhảy tần chậm ở chỗ có nhiều lần nhảy trong một khoảng ký hiệu hạng M . Vì vậy mỗi lần nhảy là một chip. Nói chung nhảy tần nhanh dùng để đánh bại thủ đoạn gây nhiễu tinh vi như: Do phổ của tín hiệu truyền sau đó phát tín hiệu can nhiễu vào phần phổ đó. Để vượt qua người gây nhiễu, tín hiệu phát phải nhảy đến tần số mới trước khi người gây nhiễu kịp xử lý hai bước trên. Để khôi phục dữ liệu tại bộ thu, sử dụng bộ tách không đồng bộ. Tuy nhiên quy trình tách khác với FH/MFSK chậm, nó gồm hai bước:

- Với mỗi ký hiệu FH/MFSK. Các quyết định tách thực hiện trên K chip nhảy tần nhận được, và quy tắc đơn giản dựa theo đa số dùng để ước lượng ký hiệu MFSK giải nhảy.
- Với mỗi ký hiệu FH/MFSK, hàm hợp lý được tính như hàm tín hiệu tổng cộng nhận trên K chip, và lựa chọn theo quy tắc lớn hơn.

Bộ thu dựa trên quy trình hai là tối ưu theo nghĩa làm tối thiểu xác suất lỗi ký hiệu trung bình đối với giá trị E_b/N_0 đã cho.

Ví dụ: Trên hình 6.11 minh họa sự thay đổi tần số phát của tín hiệu FH/MFSK theo thời gian. Tín hiệu có các tham số sau:

Số bit/ký hiệu MFSK	$K = 2$
Số hài của MFSK	$M = 2^K = 4$
Độ dài của khúc PN/lần nhảy	$k = 3$
Số tổng cộng nhảy tần	$2^k = 8$

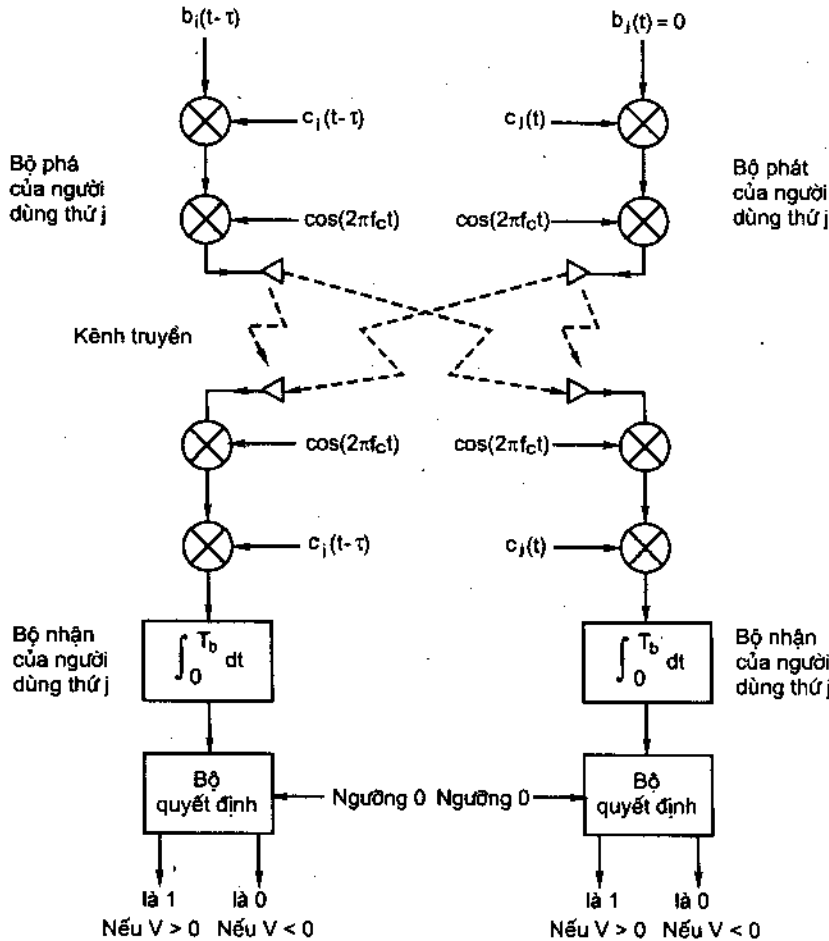
6.8. Hợp kênh theo mã

Thảo luận trải phổ ở các mục trên là dùng cho một người dùng. Chúng ta có thể hỗ trợ nhiều người dùng trên cùng kênh thông tin trong môi trường trải phổ dùng kỹ thuật phân biệt theo mã (CDM). Kỹ thuật này dựa trên việc dùng các dãy mã PN với các đa thức sinh khác nhau cho người dùng khác nhau. Hợp kênh theo mã không đòi hỏi phân tần như hợp kênh theo tần số và không đòi hỏi đồng bộ như hợp kênh theo thời gian.

Tuy nhiên vấn đề quan trọng của hợp kênh theo mã là tương quan chéo giữa các dãy PN, chúng gây nên xuyên kênh giữa hai người dùng chung môi trường truyền.

6.8.1. Tương quan chéo một phần của các dãy PN

Xét hình 6.12 gồm một cặp người dùng. Giả sử sóng mang người dùng i có cùng tần số và pha như người dùng j , tương ứng với tình huống tồi nhất. Vấn đề xem xét là hiệu ứng lỗi định thời bit, khi không có ồn. Cụ thể ta tính can nhiễu tại lỗi ra người dùng j do ảnh hưởng của riêng người i . Gọi tín hiệu bản tin của người dùng i dạng cực là $b_i(t)$. Thời gian nhỏ τ là sự lệch vị trí bit trong bản tin $b_i(t)$ được đo theo thông tin định thời chứa trong thiết kế hệ thống cho người dùng j . Sau đó qua sơ đồ 6.12 tầng sau tầng, ta thấy can nhiễu được tính tại lỗi vào thiết bị quyết định trong bộ thu của người dùng j cho bởi (sai khác một hằng số nhân).



Hình 6.12. Minh họa sơ đồ khối hiện tượng tương quan chéo riêng phần

$$v_j(\tau) \Big|_{b_j(t)=0} = \int_0^{T_b} b_i(t-\tau) c_j(t) c_i(t-\tau) dt = \pm \int_0^{T_b} c_j(t) c_i(t-\tau) dt \quad (6.46)$$

$$\text{Ở đó ta đã giả sử: } b_i(t-\tau) = \pm 1 \quad 0 \leq t, \tau \leq T_b \quad (6.47)$$

$$\text{Và có thể viết lại: } v_j(\tau) \Big|_{b_j(t)=0} = \pm T_b R_{ji}(\tau) \quad (6.48)$$

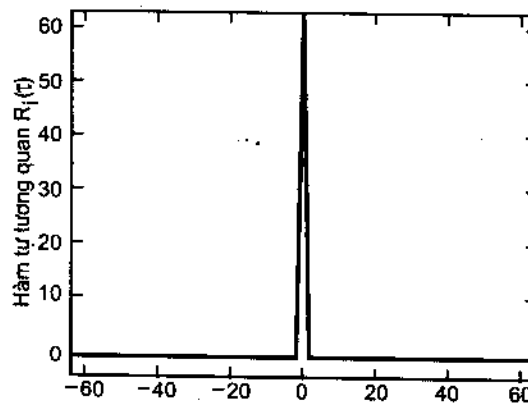
$$\text{Ở đó } R_{ji}(\tau) = \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} c_j(t) c_i(t-\tau) dt \quad (6.49)$$

Đại lượng $R_{ji}(\tau)$ trung bình theo thời gian, gọi là hàm tương quan chéo một phần của hai dãy PN $c_j(t)$ và $c_i(t)$ gắn với hai người dùng.

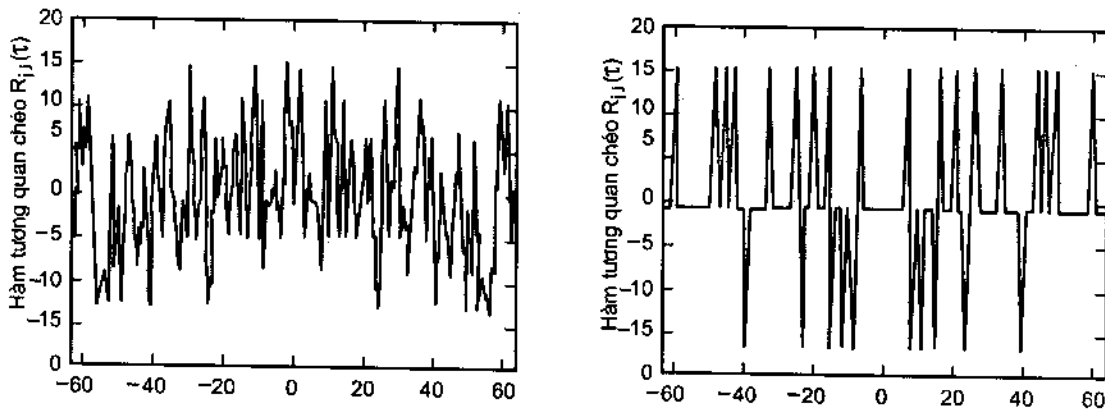
Để nhiễu giữa người dùng i và j trong đa truy cập theo mã là không cần phải có hàm tương quan chéo một phần $R_{ji}(\tau)$ bằng không với mọi τ . Nói chung dãy m không có tính chất tương quan chéo tốt. Điều này có thể thấy qua minh họa bằng thực nghiệm máy tính như sau.

6.8.2. Thực nghiệm máy tính

Xét hai dãy PN có chu kỳ 63, một dãy có phản hồi $[6, 1]$, và dãy kia có phản hồi $[6, 5, 2, 1]$, cả hai dãy đều có hàm tự tương quan nhận được trên hình 6.13. Việc tính hàm tương quan chéo trở nên phức tạp khi ta tăng chu kỳ N . Ta có thể mô phỏng dòng máy tính để thay đổi τ trong khoảng $(0, T_b)$.



Hình 6.13. Hàm tự tương quan đối với các dãy độ dài cực đại $[6, 1]$, $[6, 5, 2, 1]$, và ảnh gương $[6, 5, 4, 1]$

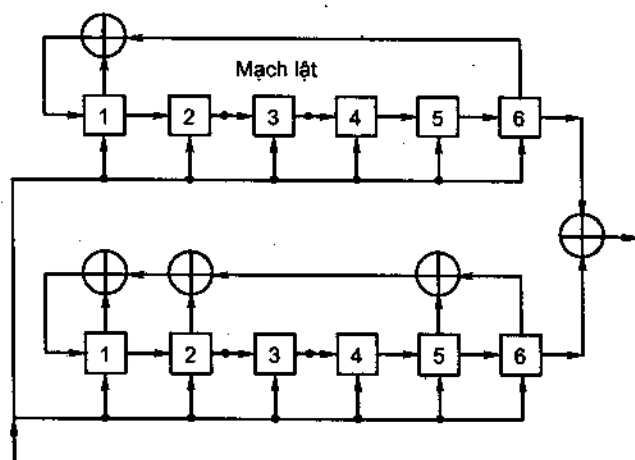


Hình 6.14. a) Tương quan chéo giữa dãy độ dài cực đại $[6, 5, 2, 1]$ và dãy $[6, 5, 4, 1]$;
b) Tương quan chéo giữa dãy $m[6, 1]$ và $[6, 5, 2, 1]$

Kết quả tính toán đối với dãy m $[6, 5, 2, 1]$ và ảnh gương của nó $[6, 5, 4, 1]$ chỉ ra trên hình 6.14a. Giữa các dãy m $[6, 1]$ và $[6, 5, 2, 1]$ cho trên hình 6.14b. Những hình này cho thấy tính chất tương quan chéo tồi của các dãy m so với hàm tự tương quan của nó.

6.8.3. Dây gold

Nói chung dây m không thích hợp cho đa truy nhập theo mã của nhiều người dùng. Để vượt qua khó khăn này ta dùng một lớp đặc biệt của PN gọi là dây Gold. Hình 6.15 chỉ ra một ví dụ tạo mã gold: chúng gồm phép cộng modulo 2 của hai dây m có cùng chu kỳ $N = 2^m - 1$ với $m = 6$. Khi các dây m được chọn cẩn thận, tương quan chéo của các dây Gold chỉ là 3 mức. Trên bảng cho kết quả tương quan chéo của các dây Gold và tần suất xuất hiện của nó. Từ bảng này ta thấy rằng, khi độ dài thanh ghi m là chẵn và không chia hết cho 4, dây Gold có tương quan chéo rất thấp, cụ thể là $-1/N$, đối với 75% các từ mã tương quan. Tính chất này làm mã Gold là ứng cử thích hợp cho hệ thống đa truy cập theo mã.



Hình 6.15. Bộ phát mã Gold độ dài $2^m - 1$

Bảng 6.2. Tính chất tương quan chéo 3 mức của chuỗi Gold

Chiều dài thanh ghi dịch, m	Chiều dài mã N	Tương quan chéo	Tần suất xuất hiện
m lẻ	$N = 2^m - 1$	$-1/N$	$\sim 0,50$
		$-(2^{(m+1)/2} + 1)/N$	$\sim 0,25$
		$(2^{(m+1)/2} - 1)/N$	$\sim 0,25$
m chẵn và không chia hết cho 4	$N = 2^m - 1$	$-1/N$	$\sim 0,75$
		$-(2^{(m+2)/2} + 1)/N$	$\sim 0,125$
		$(2^{(m+2)/2} - 1)/N$	$\sim 0,125$

6.9. Kết luận

Trải phổ trực tiếp dịch pha M mức và trải phổ nhảy tần dịch tần M mức là hai loại cơ bản trong truyền thông. Cả hai đều dựa trên dây PN và được sử dụng khác nhau. Trong DS/MPSK làm tín hiệu giống như ồn bằng cách trải phổ của nó đồng thời trên một băng rộng. Có thể dùng điều chế QPSK sau đó để tăng hiệu suất phổ, song trong hệ thống trải phổ việc dùng QPSK là dễ kém nhạy với một số loại can nhiễu là quan trọng hơn. Trong

FH/MFSK, dãy PN làm sóng mang nhảy trên một số tần theo kiểu giả ngẫu nhiên, và phổ của tín hiệu được *lần lượt* trải rộng.

Có thể thực hiện riêng rẽ hay lai ghép giữa hai hệ thống DS và FH để tận dụng ưu điểm của cả hai hệ. Thảo luận về trải phổ sẽ không đầy đủ nếu không xem xét một số dạng sóng gây nhiễu. Có thể phân loại sóng gây nhiễu như sau:

- Nhiễu ngăn chặn: gồm ồn Gauss băng giới hạn với công suất cao. Người gây nhiễu không biết các thông số truyền thông ngoại trừ độ rộng băng truyền.
- Nhiễu một phần băng: ồn có công suất tổng cộng trải trên một số băng tần. theo độ rộng băng nhỏ hơn, nhiễu một phần dễ dàng hơn tạo nhiễu ngăn chặn.
- Nhiễu ồn xung: là phát ồn băng rộng có công suất đỉnh.

$$J_{\text{đỉnh}} = J/p \quad (6.50)$$

Đối với một phần p thời gian, không có gì trong thời gian còn lại $1-p$. Công suất ồn trung bình bằng J .

– Nhiễu đơn tần: phát sóng sin có tần số nằm trong độ rộng trải. Đây là cách tạo nhiễu dễ nhất

– Nhiễu đa tần: Dùng tần tương đương của nhiễu ồn một phần băng.

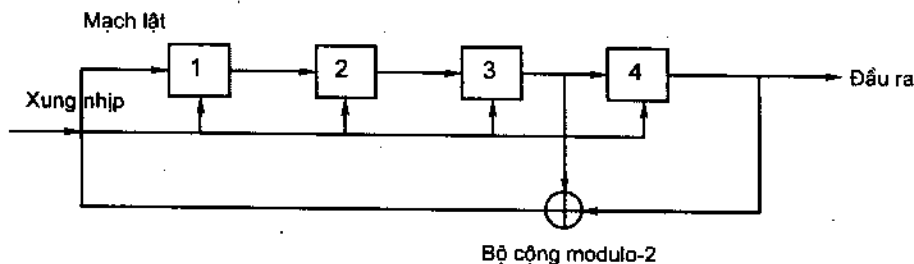
Nhiều loại nhiễu khác xảy ra trên thực tế. Không có trải phổ riêng rẽ nào chống lại tốt với mọi loại nhiễu.

Bài tập

Dãy giả ngẫu nhiên.

1. Một dãy giả ngẫu nhiên (PN) được tạo ra bằng cách dùng thanh ghi dịch phản hồi có độ dài $M = 4$. Tốc độ chip là 10^7 chip/giây (hình 6.16). Hãy tìm các tham số sau:

- a) Độ dài dãy PN
- b) Độ dài chip
- c) Chu kỳ dãy PN



Hình 6.16. Dãy ghi dịch tạo dãy PN

2. Giả sử trạng thái đầu của thanh ghi như bài 1 là 1 0 0 0. Tìm dãy ra của thanh ghi
3. Đối với thanh ghi ở bài 2, chứng minh tính chất cân bằng, tính chất khoảng chạy.

Tính và vẽ hàm tự tương quan của dãy PN này.

Trải phổ dây trực tiếp và khoá dịch pha nhị phân đồng bộ

4. Chứng tỏ rằng băng chân lý

	Cực tính của dây dữ liệu b(t) tại t		
Cực tính của dây PN c(t) tại t		+	-
	+	0	π
	-	π	0

có thể được xây dựng bằng cách tổ hợp hai bước sau:

- Dây dữ liệu b(t) và dây PN c(t) được cộng modulo 2;
- Ký hiệu 0 và 1 tại lối ra bộ cộng modulo hai được biểu diễn bằng dịch pha 0 và 180° .

Kích thước không gian tín hiệu và độ lợi xử lý

5. Một tín hiệu nhiều pha

$$j(t) = \sqrt{2J} \cos(2\pi f_c t + \theta)$$

Được cấp lên hệ DS/BPSK. Tín hiệu phát x(t) N chiều được mô tả bởi phương trình 6.12. Tìm $2N$ tọa độ của tín hiệu nhiều j(t).

6. Độ lợi xử lý của hệ trải phổ có thể biểu diễn như là tỷ số của độ rộng trải của tín hiệu phát với độ rộng dải trải của tín hiệu thu. Chứng tỏ điều này với hệ thống DS/BPSK.
7. Một hệ dịch pha nhị phân trải phổ dây trực tiếp dùng thanh ghi dịch phản hồi có độ dài 19 để tạo nên dây PN. Tính độ lợi xử lý của hệ.

Trải phổ nhảy tầng

8. Hệ FH/MFSK chậm có thông số sau:

Số bit/ký hiệu MPSK là 4;

Số ký hiệu MFSK/lần nhảy là 5;

Tính độ lợi xử lý của hệ.

9. Hệ FH/MFSK nhanh có các thông số:

Số bit/ký hiệu MFSK là 4;

Số lần nhảy/ký hiệu MFSK là 4;

Tính độ lợi xử lý của hệ.

Có hai vấn đề then chốt để đánh giá hoạt động của một hệ truyền tin số là: *Hiệu quả biểu diễn nguồn tin* và *tốc độ truyền tin tin cậy* qua kênh có ồn. Phương pháp xác định giới hạn cơ bản của các vấn đề này dựa trên lý thuyết thông tin, đó là lý thuyết dùng mô hình toán học để phân tích chứ không dùng trực tiếp nguồn vật lý và kênh truyền vật lý để phân tích. Với một nguồn thông tin cho đi qua kênh ồn, lý thuyết thông tin cung cấp những giới hạn sau:

1. Số bit tối thiểu/ký hiệu để biểu diễn đầy đủ nguồn thông tin.
2. Tốc độ cực đại có thể truyền tin cậy qua kênh ồn.

Chương này sẽ phân tích vấn đề thứ nhất và bắt đầu bằng một số khái niệm cơ bản sau.

7.1. Sự bất định, thông tin và Entropi

Giả sử có một nguồn rời rạc cho lối ra là biến S nhận một trong K giá trị của tập:

$S = \{s_0, s_1, \dots, s_{K-1}\}$, với xác suất $P(S = s_k) = p_k$; $k = 0, 1, 2, \dots, K-1$, đồng thời giá trị lối ra sau không phụ thuộc giá trị lối ra trước đó.

Tập các xác suất này phải thoả mãn điều kiện:

$$\sum_{k=0}^{K-1} p_k = 1 \quad (7.1)$$

Một nguồn như trên gọi là *nguồn không nhớ rời rạc*. Một số khái niệm sau đây gắn liền với *xác suất xuất hiện sự kiện (nguồn s_k)* đó là *sự bất định*, *sự ngạc nhiên* và *lượng thông tin* từ nguồn tín hiệu trên mang lại:

– Trước khi xảy ra sự kiện $S = s_k$ có một lượng bất định về sự kiện này (xác suất không xảy ra).

– Khi xảy ra sự kiện $S = s_k$ có một sự ngạc nhiên.

– Sau khi xảy ra sự kiện $S = s_k$ có một lượng thông tin được thông báo.

Các định lượng trên có thể coi là như nhau, đồng thời lượng thông tin thì liên hệ với nghịch đảo xác suất xảy ra sự kiện: Xác suất xảy ra nhỏ thì độ bất định, sự ngạc nhiên và lượng thông tin lớn.

Ta định nghĩa: $I(s_k) = \log(1/p_k)$ là lượng thông tin của sự kiện s_k (7.2)

Định nghĩa này thể hiện rõ ý nghĩa trong một số trường hợp:

– Nếu $p_k = 1$ thì $I(s_k) = 0$: có nghĩa là nếu nhất định xảy ra sự kiện, thì thậm chí khi chưa xảy ra cũng không có thông tin nào cần quan tâm.

– $I(s_k) \geq 0$ đối với $0 \leq p_k \leq 1$. Thông tin là đại lượng không âm.

– $I(s_k) > I(s_i)$ khi $p_k < p_i$: Tức là khả năng xảy ra ít hơn thì khi xảy ra cho nhiều thông tin hơn.

– $I(s_k s_i) = I(s_k) + I(s_i)$ nếu các sự kiện là độc lập, thông tin có tính cộng.

Khi dùng logarit cơ số 2 thì đơn vị đo thông tin là bit. Nếu $p_k = 1/2$ thì $I(s_k) = 1$ bit, “bit là lượng thông tin ta có được khi một trong hai sự kiện có khả năng như nhau xảy ra”. Nhớ rằng bit cũng được hiểu như một số nhị phân. Nhưng ở phần này ta coi *bit là đơn vị thông tin* (khi nào đề cập đến số nhị phân ta sẽ nói rõ thêm). Khi nguồn có độ bất định lớn (xác suất sự kiện nhỏ) thì cần nhiều bit thông tin để biểu diễn nó.

Lượng thông tin trung bình do nguồn Z phát ra sẽ là:

$$H(S) = E[I(s_k)] = \sum_{k=0}^{K-1} p_k I(s_k) = \sum_{k=0}^{K-1} p_k \log_2 \left(\frac{1}{p_k} \right) \quad (7.3)$$

Đại lượng này gọi là Entropi của nguồn không nhớ rời rạc, đó là lượng thông tin trung bình trên một ký hiệu nguồn (đo bằng số bit/ký hiệu). Chú ý S không phải là biến của hàm H mà chỉ là tên của nguồn. Khi xác suất sự kiện càng nhỏ, số bit biểu diễn lượng thông tin của sự kiện càng lớn.

7.1.1. Tính chất của Entropi

– $H(S) = 0$ nếu và chỉ nếu $p_k = 1$ với k nào đó còn với các giá trị còn lại xác suất bằng 0, ứng với không có sự bất định nào cả.

– $H(S) = \log_2 K$ nếu và chỉ nếu $p_k = 1/K$ với mọi k . Đây là cận trên của Entropi ứng với trường hợp có sự bất định cực đại của nguồn.

Chứng minh:

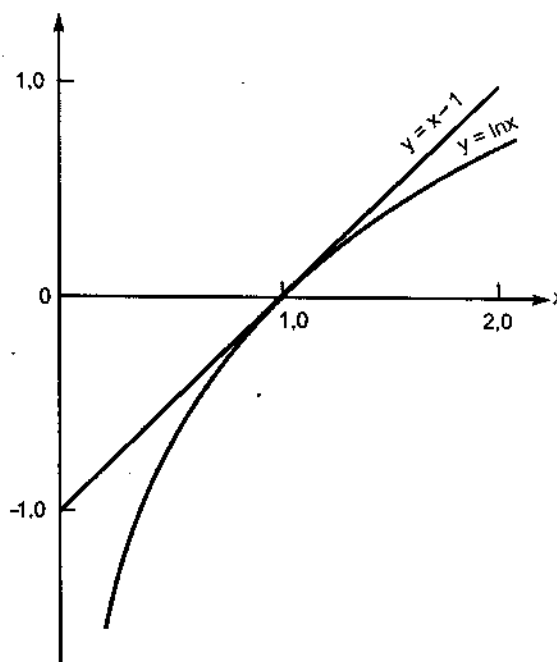
Thật vậy, mỗi xác suất p_k là nhỏ hơn 1 nên $p_k \log_2(1/p_k)$ là lượng không âm nên $H(S) \geq 0$. Chú ý rằng tích $p_k \log_2(1/p_k)$ là không khi và chỉ khi p_k bằng không hay 1. Điều này chứng minh biên dưới của $H(S)$ là không.

Để chứng minh biên trên và tính chất hai, ta dùng bất đẳng thức:

$$\ln x \leq x - 1 \quad \text{với } x \geq 0 \quad (\text{xem đồ thị hình 7.1})$$

Xét hai phân bố xác suất $(p_0, p_1, \dots, p_{K-1})$ và $(q_0, q_1, \dots, q_{K-1})$ đối với tập ký hiệu $S = (s_0, s_1, \dots, s_{K-1})$ của một nguồn rời rạc không nhớ, ta có thể viết:

$$\sum_{k=0}^{K-1} p_k \log_2 \left(\frac{q_k}{p_k} \right) = \frac{1}{\ln 2} \sum_{k=0}^{K-1} p_k \ln \left(\frac{q_k}{p_k} \right) \quad (7.4)$$



Hình 7.1. Đồ thị của hàm $x-1$ và $\ln x$

Dùng bất đẳng thức nói trên:

$$\sum_{k=0}^{K-1} p_k \ln \left(\frac{q_k}{p_k} \right) \leq \frac{1}{\ln 2} \sum_{k=0}^{K-1} p_k \ln \left(\frac{q_k}{p_k} - 1 \right) \leq \frac{1}{\ln 2} \sum_{k=0}^{K-1} (q_k - p_k) \leq \frac{1}{\ln 2} \left(\sum_{k=0}^{K-1} p_k - \sum_{k=0}^{K-1} p_k \right) = 0 \quad (7.5)$$

Cuối cùng:

$$\sum_{k=0}^{K-1} p_k \ln \left(\frac{q_k}{p_k} \right) \leq 0 \quad (7.6)$$

Đẳng thức xảy ra khi $p_k = q_k$ với mọi k .

Bây giờ giả sử $q_k = \frac{1}{K}$ với $k = 0, 1, \dots, K-1$ tương ứng với xác suất bằng nhau của các ký hiệu. Entropi của nguồn rời rạc này là:

$$\sum_{k=0}^{K-1} q_k \ln \left(\frac{1}{q_k} \right) = \log_2 K \quad (7.7)$$

Sử dụng các bất đẳng thức trên ta có:

$$\sum_{k=0}^{K-1} p_k \ln \left(\frac{1}{p_k} \right) \leq \log_2 K \quad (\text{đpcm}) \quad (7.8)$$

Ví dụ: Entropi của nguồn không nhớ nhị phân.

Để minh họa tính chất của $H(S)$ ta xét nguồn nhị phân có ký hiệu 0 với xác suất p_0 và ký hiệu 1 với xác suất $p_1 = 1 - p_0$. Giả sử nguồn là không nhớ và các ký hiệu phát ra liên tiếp độc lập với nhau. Entropi của nguồn sẽ bằng:

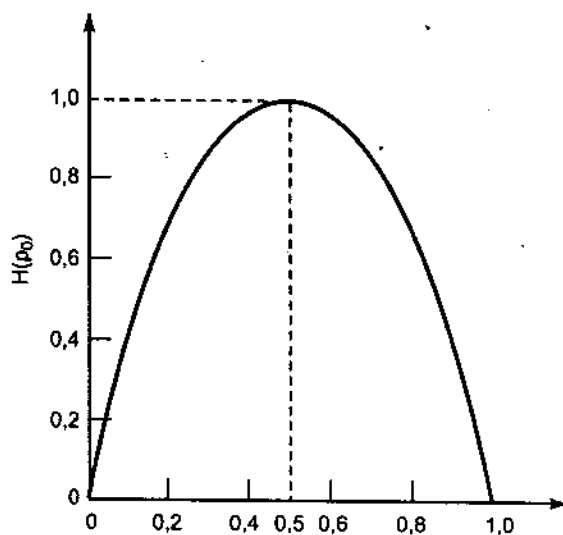
$$H(S) = -p_0 \log_2 p_0 - p_1 \log_2 p_1 \quad (7.9)$$

$$= -p_0 \log_2 p_0 - (1-p_0) \log_2 (1-p_0) \text{ bit} \quad (7.10)$$

Chú ý là:

1. Khi $p_0 = 0$, $H(S) = 0$ điều này là do $x \log x \rightarrow 0$ khi $x \rightarrow 0$;
2. Khi $p_0 = 1$ Entropi $H(S) = 0$;
3. $H_{\max} = 1$ bit khi $p_0 = p_1 = 1/2$ tức là hai ký hiệu có xác suất bằng nhau.

Hàm $H(S)$ là hàm của p_0 nên đôi khi ta cũng viết $H(p_0)$ song chúng có ý nghĩa khác nhau. Hàm $H(S)$ là Entropi của nguồn rời rạc với tên S . Còn $H(p_0)$ là hàm của xác suất trước (tiền nghiệm) p_0 xác định trong khoảng $[0, 1]$ và được vẽ trên hình 7.2.



Hình 7.2. Hàm Entropi $H(p_0)$

7.1.2. Nguồn không nhớ rời rạc mở rộng

Trong thảo luận các khái niệm của lý thuyết thông tin, thường ta xét một khối ký hiệu chứ không xét riêng rẽ từng ký hiệu. Mỗi khối gồm n ký hiệu nguồn nối tiếp. Như vậy mỗi khối có thể coi như một ký hiệu của nguồn mở rộng S^n có K^n ký hiệu. Khi nguồn là độc lập

thì xác suất xảy ra ký hiệu nguồn mở rộng bằng tích các xác suất các ký hiệu nguồn riêng rẽ. Và như vậy thông tin trung bình của nguồn mở rộng sẽ là:

$$H(S^n) = nH(S) \quad (7.11)$$

Ví dụ: Xét nguồn không nhớ rời rạc:

$S = \{s_0, s_1, s_2\}$ với xác suất $p_0 = 1/4$; $p_1 = 1/4$; $p_2 = 1/2$. Dùng phương trình tính Entropi của nguồn:

$$H(S) = p_0 \log_2(1/p_0) + p_1 \log_2(1/p_1) + p_2 \log_2(1/p_2) \quad (7.12)$$

$$= 1/4 \log_2(4) + 1/4 \log_2(4) + 1/2 \log_2(2) = 3/2 \text{ bit} \quad (7.13)$$

Khi mở rộng bậc hai của nguồn S^2 sẽ có 9 ký hiệu.

Và Entropi của nguồn mở rộng sẽ là:

$$H(S^2) = \sum_{\sigma_i} p(\sigma_i) \log_2 \frac{1}{p(\sigma_i)} \quad (7.14)$$

$$= \frac{1}{16} \log_2(16) + \frac{1}{16} \log_2(16) + \frac{1}{8} \log_2(8) + \frac{1}{16} \log_2(16) + \\ + \frac{1}{16} \log_2(16) + \frac{1}{8} \log_2(8) + \frac{1}{8} \log_2(8) + \frac{1}{8} \log_2(8) + \frac{1}{4} \log_2(4) = 3 \text{ bit}$$

Như vậy: $2H(S) = H(S^2) \quad (7.15)$

7.2. Lý thuyết mã nguồn

Một vấn đề quan trọng của lý thuyết truyền thông là biểu diễn có hiệu quả (ít bit nhất, đây không phải là bit thông tin nữa mà là bit nhị phân biểu diễn) tín hiệu phát từ nguồn rời rạc. Quá trình này gọi là *mã nguồn*. Mã nguồn phải thoả mãn hai điều kiện:

- Từ mã ở dạng nhị phân và có chiều dài trung bình ngắn nhất (điều này dẫn đến ký hiệu xuất hiện nhiều được gán cho từ mã ngắn,...).
- Mã nguồn phải được giải mã duy nhất.

Giả sử ký hiệu s_k được biểu diễn bởi từ mã dài l_k hay:

$$\bar{L} = \sum_{k=0}^{K-1} p_k l_k \text{ là độ dài từ mã trung bình} \quad (7.16)$$

$$\eta = \frac{L_{\min}}{\bar{L}} \text{ sẽ được đánh giá là hiệu suất mã nguồn.} \quad (7.17)$$

Định lý Shannon: $\bar{L} \geq L_{\min} = H(S)$ (xem chứng minh tham khảo). (7.18)

Mã tiền tố:

Giả sử s_k được biểu diễn bằng từ mã $(m_1, m_2, \dots, m_n)$, ở đó m_i là các bit 0,1. Phân đầu $m_1 m_2 \dots m_k$ với $k < n$ của một từ mã gọi là *tiền tố* của mã. Mã tiền tố là mã mà không có từ mã nào lại là tiền tố của từ mã khác.

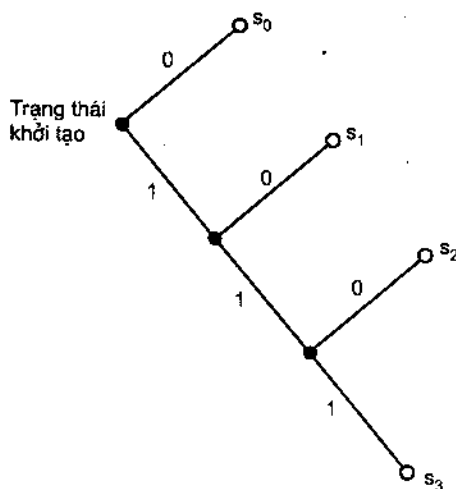
Trong bảng sau các loại mã I, III không phải là mã tiền tố (vì từ mã này có thể là tiền tố của từ mã khác). Song loại mã II thì thoả mãn điều kiện mã tiền tố.

Ký hiệu	Xác suất xảy ra	Mã I	Mã II	Mã III
s_0	0,5	0	0	0
s_1	0,25	1	10	01
s_2	0,125	00	110	011
s_3	0,125	11	111	0111

Để giải mã tiền tố, ví dụ mã loại II, ta xét cây quyết định là cây có một trạng thái bắt đầu và có 4 trạng thái kết thúc tương ứng với 4 ký hiệu nguồn. Sau mỗi lần giải ký hiệu, bộ giải mã lại trở về trạng thái đầu (gốc của cây).

Mã tiền tố có tính chất quan trọng là luôn giải mã được duy nhất. Nếu mã tiền tố được dùng cho nguồn không rời rạc ($s_0, s_1, \dots, s_{K-1}$) với xác suất ($p_0, p_1, \dots, p_{K-1}$) và từ mã s_k có độ dài l_k , $k = 0, 1, 2, \dots, K-1$ thì chúng thoả mãn bất đẳng thức McMillan:

$$\sum_{k=0}^{K-1} 2^{-l_k} \leq 1 \quad (7.19)$$



Hình 7.3. Cây quyết định đối với mã trong bảng

Ở đó hai là cơ số (số ký hiệu) trong bảng chữ nhị phân.

Đảo lại nếu độ dài các từ mã cho nguồn rời rạc không nhớ, thoả mãn bất đẳng thức trên, thì có thể xây dựng được mã tiền tố. Mặc dù mã tiền tố có thể được giải mã duy nhất song ngược lại là không đúng, Ví dụ mã III trong bảng trên là không thoả mãn điều kiện tiền tố nó vẫn được giải mã duy nhất vì bit 0 chỉ thị sự bắt đầu của mỗi từ mã trong mã.

Mã tiền tố khác với các mã khác là nhận biết được vị trí cuối của từ mã nên giải mã sẽ hoàn tất ngay khi dãy nhị phân nhận được đủ nên đôi khi được gọi là mã tức thời.

Ngoài ra từ mã trung bình trong mã tiền tố thoả mãn bất đẳng thức:

$$H(S) \leq \bar{L} < H(S) + 1 \quad (7.20)$$

Biên trái thoả mãn đẳng thức khi ký hiệu s_k được nguồn phát ra với xác suất:

$$p_k = 2^{-l_k} \quad (7.21)$$

Ở đó l_k là độ dài của từ mã ứng với ký hiệu s_k , khi đó:

$$\sum_{k=0}^{K-1} 2^{-l_k} \leq \sum_{k=0}^{K-1} p_k = 1 \quad (7.22)$$

Với điều kiện này bất đẳng thức McMillan thoả mãn nên có thể cấu tạo được mã tiền tố có từ mã trung bình là:

$$\bar{L} = \sum_{k=0}^{K-1} \frac{l_k}{2^{l_k}} \quad (7.23)$$

Entropi tương ứng của nguồn sẽ là:

$$H(S) = \sum_{k=0}^{K-1} \left(\frac{1}{2^k} \right) \log_2(2^k) = \sum_{k=0}^{K-1} \frac{1}{2^k} \quad (7.24)$$

Do vậy trong trường hợp đặc biệt này mã tiền tố cho $\bar{L} = H(S)$.

Song làm sao đối với một nguồn bất kỳ mã tiền tố cũng đạt được điều này? Để trả lời ta dùng mã mở rộng. Giả sử $\bar{L}_n$ ký hiệu độ dài trung bình của mã tiền tố mở rộng. Đối với một mã được giải duy nhất $\bar{L}_n$ là có thể nhỏ nhất. Dùng phương trình trên ta có:

$$H(S^n) \leq \bar{L}_n \leq H(S^n) + 1 \quad (7.25)$$

Thay vào phương trình cho nguồn mở rộng:

$$nH(S) \leq \bar{L}_n < nH(S) + 1 \quad (7.26)$$

Hay tương đương là:

$$H(S) \leq \frac{\bar{L}_n}{n} < H(S) + \frac{1}{n} \quad (7.27)$$

Khi n tiến đến vô cùng:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \bar{L}_n = H(S) \quad (7.28)$$

Có thể phát biểu rằng bằng cách tạo bộ mã nguồn tiền tố bậc đủ lớn ta có thể biểu diễn nguồn gần với mong muốn. Nói cách khác độ dài mã tiền tố có thể làm gần như Entropi, song phải trả giá cho sự phức tạp này.

7.3. Mã Huffman

Mã Huffman là mã có độ dài trung bình đạt tới giới hạn Entropi của nguồn. Quá trình mã hoá như sau:

- Ký hiệu nguồn được sắp xếp theo xác suất giảm dần. Hai ký hiệu nguồn với xác suất thấp nhất được gán 0 và 1.
- Tổng xác suất hai nguồn trên được sắp vào bước thứ hai cũng theo thứ tự giảm dần
- Quá trình được lặp lại cho đến khi chỉ còn hai nguồn ứng với 0 và 1 được phân.
- Mã của mỗi nguồn sẽ được tìm theo chiều đi ngược lại trong bảng.

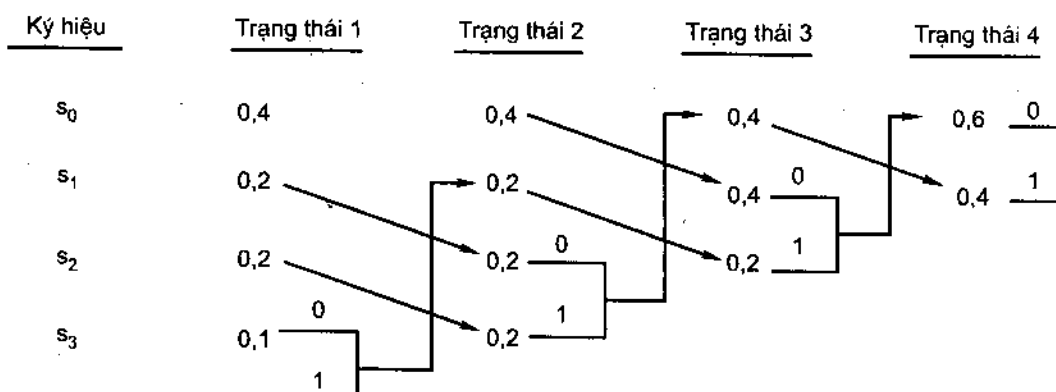
Ví dụ:

Năm ký hiệu của nguồn mã rời rạc và xác suất của nó được chỉ ra trên hai cột ở phía trái (hình 7.4). Sau bốn bước tính theo đường mũi tên ta đạt đến nút cuối trên cây Huffman. Xác suất và từ mã cho ở bảng tiếp theo. Độ dài từ mã trung bình được tính là:

$$\bar{L} = 0,4(2) + 0,2(2) + 0,2(2) + 0,1(3) + 0,1(3) = 2,2 \quad (7.29)$$

Entropi của nguồn này được tính:

$$\begin{aligned} H(S) &= 0,4 \log_2 \left(\frac{1}{0,4} \right) + 0,2 \log_2 \left(\frac{1}{0,2} \right) + 0,2 \log_2 \left(\frac{1}{0,2} \right) + 0,1 \log_2 \left(\frac{1}{0,1} \right) + 0,1 \log_2 \left(\frac{1}{0,1} \right) \\ &= 0,52877 + 0,46439 + 0,46439 + 0,33219 + 0,33219 \\ &= 2,12193 \end{aligned}$$



a)

Ký hiệu	Xác suất	Từ mã
s_0	0,4	00
s_1	0,2	01
s_2	0,2	10
s_3	0,1	11

b)

Hình 7.4. a) Thuật toán mã hoá Huffman; b) Mã nguồn

Trong ví dụ này ta nhận thấy:

1. Độ dài từ mã trung bình $\bar{L}$ vượt quá Entropi $H(S)$ chỉ có 3,67 %;
2. Độ dài từ mã trung bình $\bar{L}$ thoả mãn phương trình (7.16).

Đặc biệt chú ý rằng mã Huffman là không duy nhất, tuy nhiên độ dài trung bình từ mã là giống nhau.

Ta định nghĩa sự thay đổi độ dài trung bình trên tập các ký hiệu là:

$$\sigma^2 = \sum_{k=0}^{K-1} p_k (l_k - \bar{L})^2 \quad (7.30)$$

Ở đó p_k là xác suất ký hiệu s_k được gán cho từ mã có độ dài l_k . Ta nhận thấy ký hiệu tổ hợp càng cao, mã Huffman có phương sai càng nhỏ so với dịch xuống thấp. Đây là lý do vì sao chọn các từ mã ở phía trên.

Trong ví dụ này ký hiệu tổ hợp được dịch lên cao đến mức có thể. Ở ví dụ sau ký hiệu được dịch xuống dưới. So sánh kết quả hai ví dụ ta đánh giá sự khác nhau tinh vi và sự tương tự hai kiểu mã Huffman.

Ví dụ:

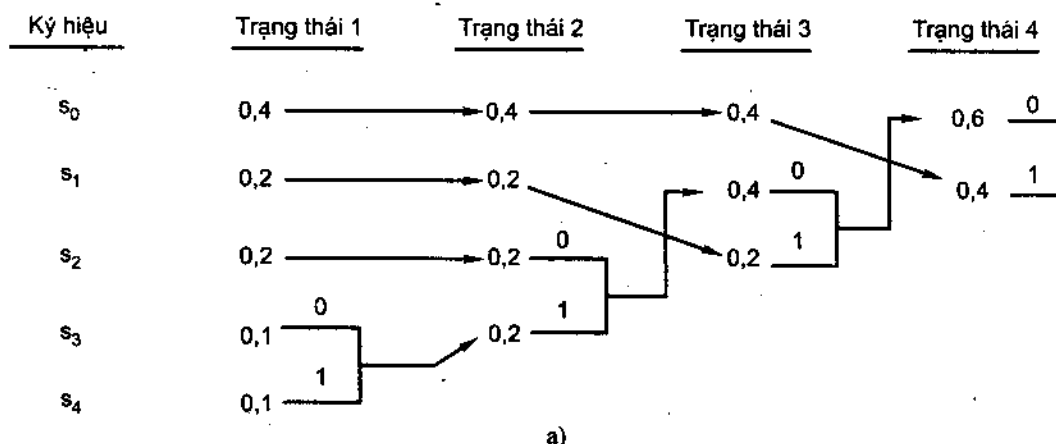
Xét một lần nữa nguồn không nhớ. Lần này ta dịch xác suất ký hiệu tổ hợp xuống dưới, kết quả có cây mã như hình 7.5a. Khi quay ngược chiều dôi theo các bước ta có bảng mã hình 7.5b.

Từ mã có độ dài trung bình là:

$$\bar{L} = 0,4(1) + 0,2(2) + 0,4(1) + 0,2(3) + 0,1(4) = 2,2$$

Nó chính xác bằng mã Huffman trong trường hợp đầu. Tuy nhiên từ mã trong trường hợp này có độ dài khác. Dùng phương trình (7.30) ta có $\sigma_1^2 = 0,16$. Còn ở trường hợp 2: $\sigma_2^2 = 1,36$.

Kết quả này khẳng định rằng Mã Huffman có phương sai cực tiểu khi ký hiệu tổ hợp dịch lên trên.



a)

Ký hiệu	Xác suất	Từ mã
s_0	0,4	1
s_1	0,2	01
s_2	0,2	000
s_3	0,1	0010
s_4	0,1	0011

b)

Hình 7.5. a) Minh họa sự không duy nhất khi lập mã Huffman; b) Mã nguồn khác

7.4. Mã Lempel-Ziv

Khi xây dựng mã Huffman cần phải biết mô hình xác suất nguồn. Tuy nhiên trên thực tế không phải mô hình này luôn luôn biết trước. Thêm nữa mô hình văn bản cho ta thấy yêu cầu về lưu trữ làm cho mã Huffman không bắt được mối liên hệ bậc cao giữa từ và nhóm từ và do vậy giảm hiệu suất mã. Để vượt qua giới hạn này ta dùng thuật toán Lempel-Ziv, chúng thích nghi và dễ thực hiện hơn mã Huffman.

Thuật toán này phân chia dòng dữ liệu thành các khúc là các dãy con ngắn nhất không được tính trước đó. Ví dụ dãy vào là:

000101110010100101

Giả sử ký hiệu nhị phân 0 và 1 đã được trữ trong sách mã. Ta ghi vào sách mã.

Dãy con đã được lưu trữ 0, 1

Dữ liệu sẽ được chia: 00101110010100101...

Quá trình mã hoá bắt đầu từ bên trái. Dãy ngắn nhất của dòng dữ liệu được tính lần đầu (trước đó chưa tính) là 00. Nên ta viết:

Dãy con đã lưu trữ: 0, 1, 00

Dữ liệu được chia: 0101110010100101...

Bước thứ hai, dãy ngắn nhất chưa được lưu trữ là: 01 nên ta lại viết

Dãy được lưu trữ: 0, 1, 00, 01

Dữ liệu sẽ được chia: 01110010100101...

Tiếp đó dãy ngắn nhất chưa được tính là: 011

Dãy con được lưu trữ: 0, 1, 00, 01, 011;

Dữ liệu sẽ được chia là: 10010100101...

Tiếp tục cho đến khi chia hết dòng dữ liệu. Trong ví dụ này ta có sách mã các dãy con nhị phân.

Khác với mã Huffman thuật toán Lempel–Ziv dùng mã độ dài cố định biểu diễn một số thay đổi các ký hiệu nguồn. Đặc điểm này làm mã thích hợp với truyền đồng bộ. Hiện nay thuật toán này được dùng như chuẩn nén văn bản. Khi có văn bản tiếng Anh thuật toán đạt được nén 55%.

Bài tập

Bất định, thông tin và Entropi

1. Một nguồn có thể phát ra một trong 4 ký hiệu với xác suất $p_0 = 0,4$; $p_1 = 0,3$; $p_2 = 0,2$; $p_3 = 0,1$. Tìm lượng thông tin có được khi quan sát nguồn này.
2. Một nguồn phát ra một trong 4 ký hiệu s_0, s_1, s_2, s_3 với xác suất $1/3, 1/6, 1/4, 1/4$. Các ký hiệu nối tiếp được nguồn phát ra là độc lập với nhau. Tính Entropi của nguồn.

Định lý mã nguồn

3. Xét nguồn không nhớ rời rạc có K ký hiệu với xác suất bằng nhau:
 - a) Giải thích vì sao dùng mã độ dài cố định để biểu diễn nguồn như vậy ít đạt được hiệu suất tối đa?
 - b) Điều kiện nào cho K và độ dài từ mã để mã có hiệu suất 100%?
4. Xét 4 loại mã liệt kê dưới đây:

Ký hiệu	Mã I	Mã II	Mã III	Mã IV
s_0	0	0	0	00
s_1	10	01	01	01
s_2	110	001	011	10
s_3	1110	0010	110	110
s_4	1111	0011	111	111

Hai trong 4 mã này là mã tiền tố. Xác định chúng và cấu tạo cây quyết định riêng rẽ của chúng.

Mã Huffman

5. Một nguồn rời rạc không nhớ có 5 ký hiệu với các xác suất sau:

Ký hiệu	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4
Xác suất	0,55	0,15	0,15	0,10	0,05

Tính hai mã Huffman khác nhau cho nguồn này. Đối với mỗi loại tìm:

- a) Độ dài từ mã trung bình.
- b) Phương sai của độ dài từ mã trên tập các ký hiệu nguồn.

6. Một nguồn không nhớ rời rạc với 7 ký hiệu có xác suất như sau:

Ký hiệu	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
Xác suất	0,25	0,25	0,125	0,125	0,125	0,0625	0,0625

Tính mã Huffman dùng cho nguồn này khi dịch ký hiệu tổ hợp lên cao có thể. Giải thích vì sao mã nguồn này có hiệu suất 100%.

7. Cho nguồn không nhớ rời rạc s_0, s_1, s_2 với xác suất 0,7; 0,15; 0,15.

- a) Dùng giải thuật Huffman cho nguồn này. Chứng tỏ rằng độ dài từ mã trung bình khi đó bằng 1,3bit/ký hiệu.
- b) Giả sử nguồn được mở rộng lên hai bậc. Áp dụng giải thuật Huffman cho nguồn mở rộng. Chứng tỏ rằng độ dài từ mã trung bình khi đó bằng 1,1975bit/ký hiệu.
- c) So sánh độ dài từ mã trung bình đã tính trong b) với Entropi của nguồn ban đầu.

8.1. Kênh không nhớ rời rạc

Nếu mô hình *nguồn không nhớ* cho ta lý thuyết về việc biểu diễn thông tin nguồn một cách hiệu quả thì mô hình *kênh không nhớ* cho ta lý thuyết về khả năng truyền thông tin hiệu quả.

Giả sử lối vào kênh lần lượt là một trong các giá trị của tập:

$X = \{x_0, x_1, \dots, x_{J-1}\}$, lối ra kênh là một trong các giá trị $Y = \{y_0, y_1, \dots, y_{K-1}\}$.

X có tính ngẫu nhiên của nguồn, còn Y là phiên bản ồn của X .

Xác suất chuyển (độ tin cậy của kênh) được xác định:

$$P(y_k|x_j) = P(Y = y_k|X = x_j). \quad (8.1)$$

Tập hợp các xác suất chuyển tạo thành một ma trận.

Ma trận $P(J \times K)$ gọi là ma trận kênh

Mỗi hàng của ma trận P tương ứng với giá trị vào kênh cố định trong khi mỗi cột của ma trận tương ứng với giá trị ra khỏi kênh cố định. Tính chất cơ bản của ma trận kênh P là tổng các phần tử dọc theo các hàng luôn bằng 1:

$$\sum_{k=0}^{K-1} p(y_k|x_j) = 1 \quad (8.2)$$

Xác suất liên kết biến vào và ra của kênh có thể viết:

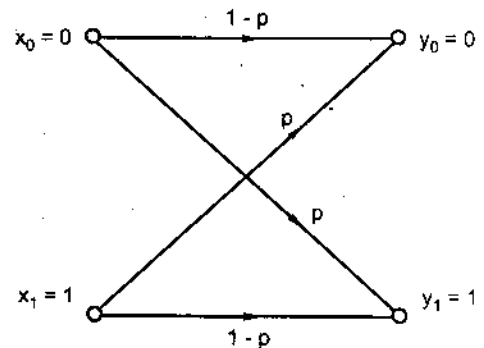
$$p(x_j, y_k) = p(y_k|x_j)p(x_j) \quad (8.3)$$

Ngoài ra phân bố xác suất của biến Y có thể tính:

$$p(y_k) = \sum_{j=0}^{J-1} p(y_k|x_j)p(X = x_j) \quad (8.4)$$

Tức là nếu cho xác suất trước của nguồn $p(x_j)$ và ma trận kênh thì có thể tính được xác suất lối ra.

Ví dụ: Kênh nhị phân đối xứng là trường hợp riêng của kênh không nhớ rời rạc với $J = K = 2$. Kênh có hai tín hiệu lối vào ($x_0 = 0, x_1 = 1$) và hai tín hiệu lối ra ($y_0 = 0, y_1 = 1$). Kênh là đối xứng vì xác suất lỗi giống nhau: Phát 1 nhận 0 có xác suất xảy ra giống như phát 0 nhận 1. Sơ đồ chuyển cho trên hình 8.1.



Hình 8.1. Sơ đồ xác suất chuyển của kênh nhị phân đối xứng

8.2. Thông tin tương hỗ

Cho nguồn tin X với $H(X)$ là Entropi đo thông tin (hay độ không xác định) của X . Y là phiên bản ồn của X sau khi qua kênh. Câu hỏi đặt ra là: Thông tin về X còn lại bao nhiêu khi quan sát Y (tức là sau khi quan sát thấy Y thì độ bất định của X còn lại bao nhiêu). Để trả lời điều này ta mở rộng định nghĩa *Entropi có điều kiện* của X khi quan sát thấy $Y = y_k$ (tức là lượng thông tin về X khi quan sát thấy $Y = y_k$):

$$H(X|Y = y_k) = \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j|y_k) \log_2 \left[\frac{1}{p(x_j|y_k)} \right] \quad (8.5)$$

Đại lượng này lại phụ thuộc vào điều kiện xảy ra $Y = y_k$ có xác suất là $p(y_k)$.

Vì vậy:

$$H(X|Y) = \sum_{k=0}^{K-1} H(X|Y = y_k) p(y_k) \quad (8.6)$$

$$= \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j|y_k) p(y_k) \log_2 \left[\frac{1}{p(x_j|y_k)} \right] \quad (8.7)$$

$$= \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j, y_k) \log_2 \left[\frac{1}{p(x_j, y_k)} \right] \quad (8.8)$$

Với ký hiệu xác suất liên kết: $p(x_j, y_k) = p(x_j|y_k)p(y_k)$.

$H(X|Y)$ là Entropi điều kiện nó biểu diễn lượng thông tin còn lại của nguồn X từ quan sát lỗi ra kênh. Do đó hiệu $H(X) - H(X|Y)$ là lượng thông tin (hay độ bất định) *truyền đến lỗi ra kênh* thể hiện trong Y . Đại lượng này còn gọi là *thông tin tương hỗ* của kênh:

$$I(X, Y) = H(X) - H(X|Y) \quad (8.9)$$

(liên hệ với công thức Bayes sau khi lấy logarit).

Tính chất của thông tin tương hỗ là:

1. Thông tin tương hỗ của kênh có tính đối xứng:

$$I(X, Y) = I(Y, X) \quad (8.10)$$

2. Thông tin tương hỗ luôn là đại lượng không âm.

3. Thông tin tương hỗ của kênh liên hệ với Entropi liên kết vào và ra kênh như sau:

$$I(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y) \quad (8.11)$$

Với định nghĩa Entropi liên kết là:

$$H(X, Y) = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} p(x_j, y_k) \log_2 \left[\frac{1}{p(x_j, y_k)} \right] \quad (8.12)$$

8.3. Dung năng kênh rời rạc

Xét kênh rời rạc không nhớ có lỗi vào là X , lỗi ra Y với xác suất chuyển là $p(y_k|x_j)$. Từ các công thức:

$$I(X, Y) = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{K-1} p(x_j, y_k) \log_2 \left[\frac{p(y_k | x_j)}{p(y_k)} \right] \quad (8.13)$$

Với $p(x_j, y_k) = p(x_j | y_k) p(y_k)$

và $p(y_k) = \sum_{j=0}^{J-1} p(y_k | x_j) p(x_j)$

Khi biết thông tin nguồn $p(x_j)$ (lỗi vào kênh) và xác suất kênh truyền ta tính được thông tin tương hỗ $I(X, Y)$. Thông tin tương hỗ vì vậy không chỉ phụ thuộc vào kênh (xác suất chuyển) mà còn phụ thuộc cách dùng kênh tức là ta có thể làm cực đại thông tin tương hỗ bằng sự điều chỉnh xác suất trước kênh $p(x_j)$.

Do vậy ta định nghĩa dung năng kênh không nhớ rời rạc là thông tin tương hỗ cực đại trong một lần sử dụng kênh (tức là trong khoảng báo hiệu). Ở đó cực đại hiểu trên toàn thể các khả năng phân bố lỗi vào $p(x_j)$:

$$C = \max_{p(x_j)} I(X, Y) \quad (8.14)$$

Dung năng kênh được tính bằng bit/lần dùng kênh.

Chú ý là dung năng kênh C là hàm chỉ của xác suất chuyển xác định bởi kênh (vì nó luôn đại diện cho xác suất nguồn làm cho C cực đại). Việc tính C là làm cực đại $I(X, Y)$ thông qua $p(x_j)$ với các ràng buộc $p(x_j) \geq 0$ và

$$\sum_{j=0}^{J-1} p(x_j) = 1 \quad (8.15)$$

Nói chung việc tìm dung năng kênh C là bài toán phức tạp.

Nhận xét: Mỗi kênh như một "ống" thông tin có cấu trúc khác nhau (xác suất truyền khác nhau). Đồ nước qua ống thế nào cho đầy ống là đạt được dung năng thông tin của kênh.

Ví dụ: Kênh đối xứng nhị phân.

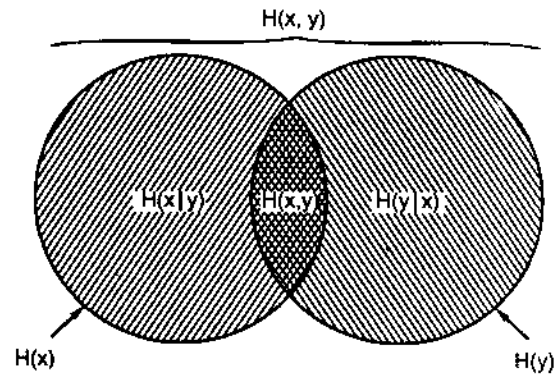
Do đối xứng nên dung năng kênh đạt được khi xác suất trước là phân bố đều:

$$C = I(X, Y) \quad \text{khi } p(x_0) = p(x_1) = 1/2 \quad (8.16)$$

Khi đó dung năng chỉ còn là hàm phụ thuộc xác suất chuyển sai của kênh là p , xác suất chuyển đúng là $1-p$ thay vào biểu thức với $J = K = 2$.

Ta tính được dung năng kênh là:

$$C = 1 + p \log_2 p + (1-p) \log_2 (1-p) = 1 - H(p) \quad (8.17)$$



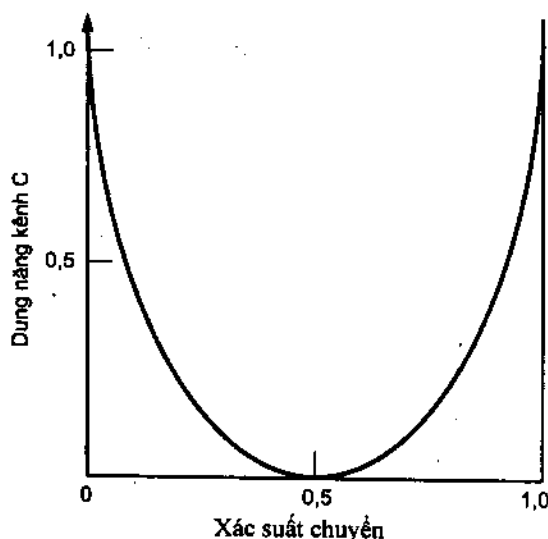
Hình 8.2. Minh họa liên hệ giữa các tham số kênh khác nhau

Kết quả cho thấy dung năng kênh thay đổi với xác suất lỗi (chuyển) của kênh (hình 8.3):

1. Khi kênh không ồn $p = 0$. Dung năng kênh có giá trị lớn nhất bằng 1 bit/1 lần dùng kênh.

2. Khi kênh có ồn tạo nên xác suất lỗi $p = 1/2$ thì dung năng kênh cực tiểu bằng 0, trong khi hàm Entropi cực đại bằng 1.

Với nửa còn lại của đường parabol chỉ là sự đánh tráo ký hiệu.



Hình 8.3. Sự thay đổi của dung năng kênh đối xứng nhị phân với xác suất chuyển p

8.4. Định lý mã kênh

Sự có mặt của ồn gây nên lỗi dữ liệu hay sai lệch giữa lỗi vào và ra kênh trong hệ truyền tin. Thông thường lỗi có thể là 10^{-2} trong khi yêu cầu của các ứng dụng thường là không lớn hơn 10^{-6} , mã kênh là phương pháp giảm lỗi dữ liệu.

Nguyên tắc chung của mã kênh là đưa thêm các bit dư vào dữ liệu để dựa vào đó bộ giải mã bên thu có thể khôi phục lại dữ liệu ít sai lệch hơn so với khi không dùng mã kênh. Nếu nguồn phát mỗi ký hiệu trong T_s giây mà lượng tin trong mỗi ký hiệu trung bình là $H(X)$ (bit) thì tốc độ thông tin của nguồn là $H(X)/T$ (bit/giây).

Giả sử kênh có thể được dùng một lần trong T_c giây thì dung năng kênh/đơn vị thời gian là C/T_c (bit/giây) chúng biểu diễn *tốc độ truyền tin cực đại qua kênh*.

Định lý 2 của Shannon phát biểu như sau:

i) Nguồn rời rạc X có lượng thông tin trung bình/ký hiệu là $H(X)$ trong thời gian T_s , truyền qua kênh có dung năng kênh C trong một lần dùng kênh kéo dài T_c giây thì nếu:

$$\frac{H(X)}{T_s} \leq \frac{C}{T_c} \quad (8.18)$$

sẽ tồn tại một sơ đồ mã để truyền tin qua kênh với lỗi nhỏ tùy ý. C/T_c gọi là tốc độ tới hạn. Khi đẳng thức xảy ra thì gọi là sơ đồ báo hiệu tốc độ tới hạn.

ii) Ngược lại nếu:

$$\frac{H(X)}{T_s} > \frac{C}{T_c} \quad (8.19)$$

thì không thể truyền tin qua kênh với xác suất lỗi nhỏ tùy ý.

Phần hai như là định lý đảo. Có thể tìm chứng minh trong tài liệu của Hamming (1980) hay Viterbi (1979).

Định lý mã kênh là kết quả quan trọng nhất của lý thuyết thông tin, nó xác định dung năng kênh là giới hạn cơ bản lên tốc độ truyền tin không lỗi. Định lý mã kênh không chỉ rõ

cách cấu trúc mã để thực hiện điều này song nó chứng minh sự tồn tại mã này khi thoả mãn điều kiện dung năng kênh (hình 8.4).

Ứng dụng định lý mã kênh cho kênh đối xứng nhị phân

Xét nguồn phát ký hiệu nhị phân S rời rạc có xác suất cân bằng giữa 0 và 1. Khi đó $H(S) = 1$, nên tốc độ truyền tin là $1/T_s$ (bit/s). Dây nguồn được cấp đến bộ mã kênh nhị phân với tỷ lệ mã r . Bộ mã tạo nên một ký hiệu truyền/ T_c gây nên tốc độ truyền ký hiệu là $1/T_c$ giây. Do Entropi nguồn bằng 1 nên nếu:

$$\frac{1}{T_s} \leq \frac{C}{T_c} \quad (8.20)$$

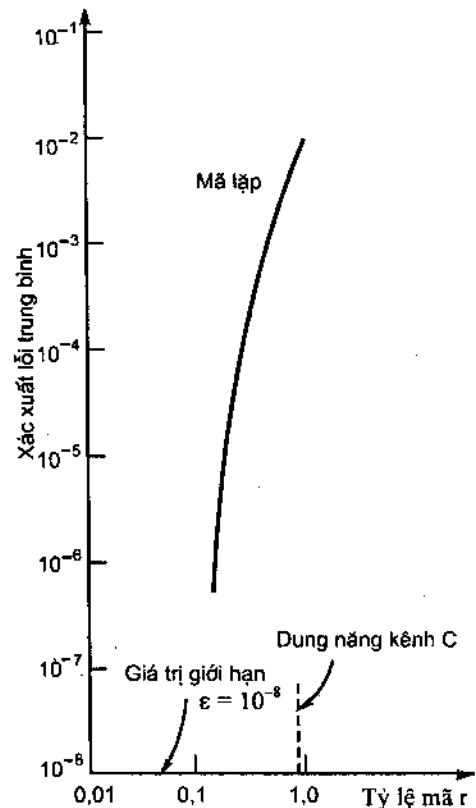
Lỗi có thể giảm tùy ý nếu dùng sơ đồ mã thích hợp, do tỷ lệ bộ mã hoá:

$$r = \frac{T_c}{T_s} \quad (8.21)$$

nen điều kiện trên tương đương:

$$r \leq C \quad (8.22)$$

Hay nếu tỷ lệ mã không lớn hơn C thì tồn tại mã cho lỗi nhỏ tùy ý.



Hình 8.4. Minh hoạ ý nghĩa của lý thuyết mã kênh

8.5. Entropi vi phân và thông tin tương hỗ cho tập hợp liên tục

Nguồn và kênh xét ở các phần trên là tập các biến ngẫu nhiên rời rạc về biên độ. Ở phần này ta mở rộng ra biến ngẫu nhiên liên tục và vectơ ngẫu nhiên. Mục đích là chuẩn bị cho mô tả những giới hạn khác trong lý thuyết thông tin.

Xét biến ngẫu nhiên liên tục với hàm mật độ xác suất $f_X(x)$. Tương tự với định nghĩa Entropi của các biến ngẫu nhiên rời rạc:

$$h(X) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) \log_2 \left[\frac{1}{f_X(x)} \right] dx \quad (8.23)$$

Ta gọi là Entropi vi phân để phân biệt với Entropi tuyệt đối (toàn thể).

Khi chúng ta có vectơ ngẫu nhiên liên tục gồm các thành phần $X = \{X_1, X_2, X_n\}$ ta có thể định nghĩa Entropi vi phân của X như là tích phân n lớp của các hàm mật độ xác suất liên kết.

Ví dụ: Với phân bố đều:

Xét biến ngẫu nhiên X phân bố đều trên khoảng $(0, a)$. Hàm mật độ xác suất của X là:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{a} & 0 < x < a \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases} \quad (8.24)$$

Áp dụng phương trình cho phân bố này:

$$h(X) = \int_0^a \frac{1}{a} \log(a) dx = \log a \quad (8.25)$$

Chú ý rằng $\log a < 0$ khi $a < 1$. Ví dụ này cho thấy không giống như biến ngẫu nhiên rời rạc, Entropi vi phân của biến liên tục có thể âm.

Ví dụ: Entropi vi phân cực đại với phương sai xác định.

Ta nhắc lại định nghĩa Entropi vi phân của biến ngẫu nhiên X (đổi lại cách viết):

$$h(X) = - \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) \log_2 f_X(x) dx$$

Vấn đề là phải tìm hàm mật độ xác suất $f_X(x)$ sao cho $h(X)$ là cực đại với hai ràng buộc:

$$1. \quad \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1 \quad (8.26)$$

$$2. \quad \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f_X(x) dx = \sigma^2 = \text{const} \quad (8.27)$$

Ở đó μ là trung bình của X và σ^2 là phương sai của nó.

Ràng buộc thứ hai là rất có ý nghĩa vì σ^2 là phép đo công suất trung bình nên cực đại của Entropi vi phân trên bị ràng buộc về công suất. Dùng phương pháp Lagrange để giải bài toán tối ưu ràng buộc: $h(X)$ đạt giá trị cực đại chỉ khi tích phân:

$$\int_{-\infty}^{\infty} [-f_X(x) \log_2 f_X(x) + \lambda_1 f_X(x) + \lambda_2 (x - \mu)^2 f_X(x)] dx \quad (8.28)$$

là dừng với các nhân tử Lagrange là λ_1 và λ_2 , tức là $h(X)$ cực đại chỉ khi đạo hàm dưới dấu tích phân trên theo $f_X(x)$ bằng không, tức là:

$$-\log_2 e + \lambda_1 + \lambda_2 (x - \mu)^2 = \log_2 f_X(x) = (\log_2 e) \ln f_X(x) \quad (8.29)$$

Giải ra với $f_X(x)$ ta được:

$$f_X(x) = \exp \left[-1 + \frac{\lambda_1}{\log_2 e} + \frac{\lambda_2}{\log_2 e} (x - \mu)^2 \right] \quad (8.30)$$

Chú ý rằng λ_2 phải âm nếu tích phân của $f_X(x)$ và $(x - \mu)^2 f_X(x)$ đối với x là hội tụ. Thay lại vào các biểu thức trên ta được:

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{e}{2\pi\sigma^2} \right) \quad \lambda_2 = -\frac{\log_2 e}{2\sigma^2} \quad (8.31)$$

Dạng mong muốn của $f_X(x)$ khi đó sẽ là:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (8.32)$$

Chúng giống như là hàm mật độ xác suất của biến Gauss X có trung bình μ và phương sai σ^2 . Giá trị cực đại của Entropi vi phân khi đó sẽ nhận được là:

$$h(X) = \frac{1}{2} \log_2(2\pi e\sigma^2) \quad (8.33)$$

Tóm lại:

1. Với một phương sai đã cho, biến ngẫu nhiên Gauss cho Entropi vi phân cực đại. Tức là nếu X là biến ngẫu nhiên Gauss và Y biến ngẫu nhiên khác với cùng trung bình và phương sai thì $h(X) \geq h(Y)$ (đẳng thức chỉ xảy ra với $X = Y$).

2. Entropi của biến ngẫu nhiên Gauss X được xác định duy nhất theo phương sai của X (không phụ thuộc trung bình của X).

Do tính chất 1 mà mô hình kênh Gauss được sử dụng rộng rãi trong nghiên cứu hệ truyền thông số.

Thông tin tương hỗ:

Xét cặp 2 biến ngẫu nhiên X, Y tương tự như phần rời rạc ta định nghĩa thông tin tương hỗ:

$$I(X; Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y) \log_2 \left[\frac{f_{X,Y}(x, y)}{f_X(x)f_Y(y)} \right] dx dy \quad (8.34)$$

Ở đó $f_{X,Y}(x, y)$ là hàm mật độ xác suất liên kết của X và Y . $f_X(x|y)$ là hàm mật độ xác suất điều kiện của X khi $Y = y$. Cuối cùng ta cũng có:

1. $I(X; Y) = I(Y; X)$
2. $I(X; Y) \geq 0$
3. $I(X; Y) = h(X) - h(X|Y) = h(Y) - h(Y|X)$

Ở đó $h(X|Y)$ là Entropi vi phân điều kiện của X khi cho Y tức là:

$$h(X|Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y) \log_2 \left[\frac{1}{f_X(x|y)} \right] dx dy \quad (8.35)$$

8.6. Định lý dung năng thông tin

Định lý mã nguồn cho giới hạn cơ bản trong việc biểu diễn nguồn. Định lý mã kênh cho giới hạn cơ bản về truyền tin không lỗi trên *kênh rời rạc*. Ở phần này ta sẽ có giới hạn thứ 3 trong lý thuyết thông tin đó là định lý dung năng đối với kênh ồn Gauss có *băng giới hạn và công suất giới hạn*.

Xét một quá trình dừng $X(t)$ trung bình bằng không, băng tần giới hạn trong B Hz. X_k , $k = 1, 2, \dots, n$ là các biến ngẫu nhiên liên tục có được bằng cách lấy mẫu đều $X(t)$ tại tốc độ $2B$ mẫu/giây. Trong thời gian T giây, số mẫu truyền qua kênh là: $n = 2BT$. Lỗi ra kênh Y_k

sẽ là lõi vào cộng thêm ồn Gauss trung bình không và mật độ công suất ồn $N_0/2$. Ôn cũng được giới hạn trong B Hz:

$$Y_k = X_k + N_k \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (8.36)$$

Với N_k là những mẫu của ồn có trung bình bằng không và phương sai $\sigma^2 = N_0 B$.

Công suất phát giới hạn được biểu diễn bằng:

$$E[X_k^2] = P, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (8.37)$$

Ở đó P là công suất phát trung bình. Do đó dung năng kênh sẽ là:

$$C = \max_{f_X(x)} \{I(X_k; Y_k) : E[X_k^2] = P\} \quad (8.38)$$

Sử dụng công thức: $I(X_k; Y_k) = h(Y_k) - h(Y_k|X_k)$

Vì X_k và N_k là các biến độc lập có tổng bằng Y_k nên $h(Y_k; X_k) = h(N_k)$ (xem bài tập). Do đó có thể viết lại:

$$I(X_k; Y_k) = h(Y_k) - h(N_k)$$

Vì $h(N_k)$ độc lập với X_k nên cực đại của $I(X_k; Y_k)$ đòi hỏi phải cực đại $h(Y_k)$ và điều này dẫn đến Y_k phải là biến Gauss. Tức là mẫu của tín hiệu nhận được biểu diễn quá trình giống như ồn. Do N_k cũng là ồn Gauss theo giả thiết dẫn đến các mẫu X_k được phát cũng phải là Gauss. Do vậy việc cực đại thông tin tương hỗ được duy trì khi chọn các mẫu phát từ quá trình giống như ồn có công suất là P, nói tóm lại:

$$C = I(X_k; Y_k) \text{ khi } X_k \text{ là Gauss } E[X_k^2] = P \quad (8.39)$$

Để đánh giá dung năng C ta tính qua 3 bước:

1. Phương sai của Y_k bằng $P + \sigma^2$ nên theo (8.24)

$$h(Y_k) = \frac{1}{2} \log_2 [2\pi e(P + \sigma^2)] \quad (8.40)$$

2. Phương sai của các mẫu ồn là σ^2 :

$$h(N_k) = \frac{1}{2} \log_2 (2\pi e\sigma^2) \quad (8.41)$$

3. Thay vào phương trình thông tin tương hỗ (hiệu logarit chuyển thành thương) ta có dung lượng kênh:

$$C = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma^2} \right) \text{ bit/lần dùng kênh} \quad (8.42)$$

Do kênh được dùng n lần để truyền n mẫu trong T giây và $n = 2BT$ nên:

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P}{N_0 B} \right) \text{ bit/giây} \quad (8.43)$$

Dựa trên công thức này ta phát biểu định lý Shannon thứ 3 (định lý dung năng kênh):

Dung lượng của kênh rộng B Hz có ồn mật độ công suất $N_0/2$ cho bởi công thức:

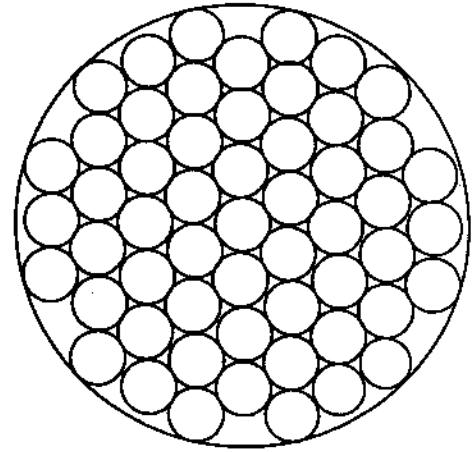
$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P}{N_0 B} \right) \quad (8.44)$$

Ở đó P là công suất phát trung bình. Công thức này liên hệ các tham số then chốt trong một hệ truyền thông.

Định lý dung năng kênh đặt giới hạn tốc độ truyền không lỗi với công suất phát giới hạn, kênh Gauss băng giới hạn. Để tiến đến giới hạn tín hiệu phát phải có tính thống kê xấp xỉ ồn trắng Gauss.

Đóng gói cầu (hình 8.5)

Để có một hình ảnh dễ hiểu về định lý dung năng, ta nêu một sơ đồ mã có K từ mã, mỗi từ cho một mẫu của tín hiệu truyền. n là độ dài của từ mã (số bit trong một từ). Giả sử sơ đồ mã được thiết kế để có xác suất nhỏ chấp nhận được về lỗi truyền dữ liệu. Từ mã cũng bị ràng buộc công suất, tức là công suất trung bình của từ mã n bit là nP (P là công suất bit). Các từ mã cũng được giả sử là truyền đều như nhau. Véc tơ nhận được của n bit có phân bố Gauss, với trung bình bằng từ mã và phương sai bằng $n\sigma^2$ (σ^2 là phương sai của ồn). Với một xác suất cao véc tơ nhận được nằm trong quả cầu bán kính $\sqrt{n\sigma^2}$, tâm là từ mã được truyền.



Hình 8.5. Minh họa vấn đề đóng gói cầu

Quả cầu này lại phải nằm trong quả cầu lớn bán kính $\sqrt{n(P+\sigma^2)}$ ở đó $n(P+\sigma^2)$ là công suất trung bình của từ mã nhận được. Câu hỏi đặt ra là có bao nhiêu quả cầu giải mã có thể được đóng gói trong quả cầu lớn của véc tơ nhận được. Để trả lời ta làm phép tính: Thể tích của quả cầu n chiều bán kính r là $A_n r^n$ ở đó A_n là hệ số vô hướng. Suy ra thể tích quả cầu lớn là $A_n [n(P+\sigma^2)]^{n/2}$. Thể tích quả cầu nhỏ là $A_n (n\sigma^2)^{n/2}$. Do vậy số quả cầu giải mã tách biệt nhau tối đa là:

$$\frac{A_n [n(P+\sigma^2)]^{n/2}}{A_n (n\sigma^2)^{n/2}} = \left(1 + \frac{P}{\sigma^2}\right)^{n/2} = 2^{(n/2)\log_2(1+P/\sigma^2)} \quad (8.45)$$

Lấy logarit 2 về theo cơ số 2, ta thấy được số bit cực đại truyền với xác suất lỗi thấp phù hợp với công thức (8.44).

Hệ lý tương:

Hệ lý tương là hệ có tốc độ phát đạt tới dung năng C của kênh. Công suất trung bình khi đó là:

$$P = E_b C \quad (8.46)$$

Với E_b là năng lượng phát/bit. Theo công thức dung năng, hệ lý tương thoả mãn:

$$\frac{C}{B} = \log_2 \left(1 + \frac{E_b C}{N_0 B}\right) \quad \text{hay} \quad \frac{E_b}{N_0} = \frac{2^{C/B} - 1}{C/B} \quad (8.47)$$

Phương trình này được biểu diễn như đường biên dung lượng: khi vẽ đồ thị hiệu suất phổ đối với E_b/N_0 ta có đường cong hiệu suất phổ (hình 8.6).

Từ đồ thị này có thể nhận xét:

1. Đối với độ rộng băng vô hạn tỷ số năng lượng tín hiệu/mật độ công suất ồn tiến tới giá trị giới hạn:

$$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\infty} = \lim_{B \rightarrow \infty} \left(\frac{E_b}{N_0}\right) = \ln 2 = 0,693 \quad (8.48)$$

Giới hạn này gọi là giới hạn Shannon. Đổi ra dexibel, nó bằng $-1,6\text{dB}$. Giá trị giới hạn tối thiểu của E_b/N_0 để vẫn đạt dung năng kênh khi cho $B \rightarrow \infty$ là:

$$C_{\infty} = \lim_{B \rightarrow \infty} C = \frac{P}{N_0} \log_2 e \quad (8.49)$$

2. Biên dung năng là đường cong khi tốc độ tới hạn bằng dung năng kênh

$R_b = C$ tách biệt giữa tổ hợp thông số hệ thống có khả năng hỗ trợ truyền không lỗi và truyền luôn có lỗi.

3. Đường cong cho thấy sự trao đổi giữa ba đại lượng E_b/N_0 , R_b/B và xác suất lỗi ký hiệu P_e . Nếu ta dịch chuyển theo trục hoành khi R_b/B cố định (có trao đổi giữa P_e và E_b/N_0). Mặt khác khi dịch theo trục tung cho E_b/N_0 cố định (sẽ có trao đổi giữa P_e và R_b/B .)

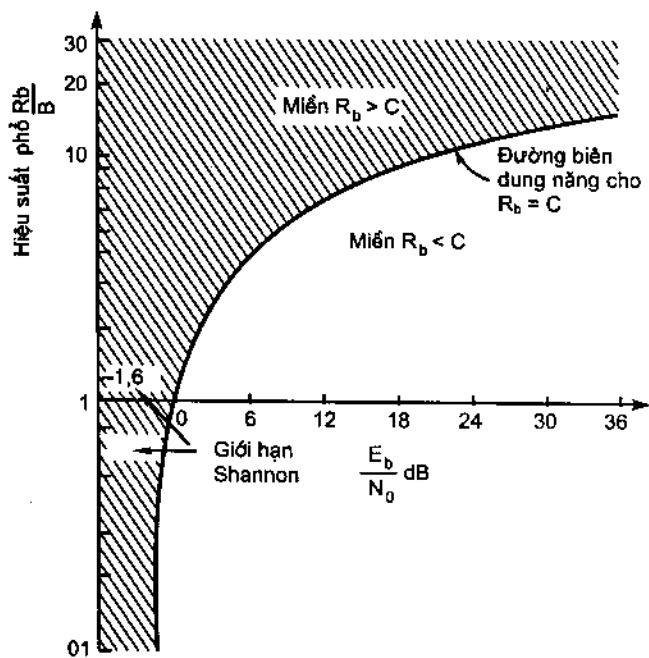
Giới hạn Shannon cũng có thể định nghĩa theo E_b/N_0 , yêu cầu bởi hệ lý tưởng để truyền không lỗi. Cụ thể ta viết cho hệ lý tưởng:

$$P_e = \begin{cases} 0 & (E_b/N_0) \geq \ln 2 \\ 1 & (E_b/N_0) < \ln 2 \end{cases} \quad (8.50)$$

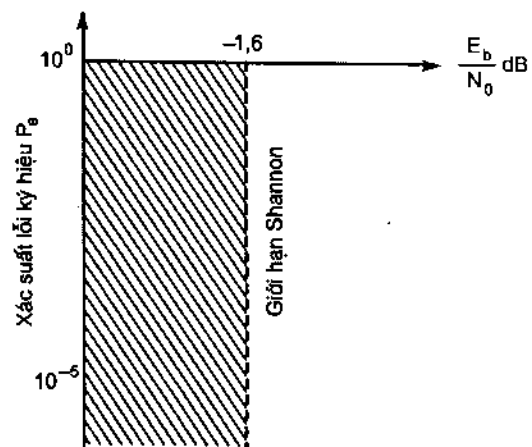
Cách nhìn này của hệ lý tưởng minh họa trên hình 8.7. Biên giữa truyền không lỗi và truyền không tin cậy giống như biên dung năng đã vẽ.

Ví dụ: PCM M mức.

Ta xét hệ thống PCM M mức dưới ánh sáng của lý thuyết dung năng với giả thiết hệ thống hoạt động ở trên ngưỡng lỗi, tức là xác suất trung bình của lỗi do ồn kênh có thể bỏ qua. Hệ PCM M mức gồm từ mã n phần tử, mỗi từ ứng với một mức biên độ rời rạc. Sự tách biệt giữa các mức là kơ với k là



Hình 8.6. Giản đồ hiệu suất phổ



Hình 8.7. Sơ đồ tỷ lệ lỗi

hằng số còn $\sigma^2 = N_0B$ là phương sai ồn đo trong kênh độ rộng B. M thường chọn là lũy thừa của 2. Công suất phát trung bình là tối thiểu nếu dải biên độ đối xứng qua không. Do đó mức biên độ tách biệt được chuẩn hoá theo kơ là: $\pm 1/2, \pm 3/2, \dots, \pm (M-1)/2$. Giả sử các mức biên độ có phân bố xác suất đều, công suất phát sẽ là:

$$P = \frac{2}{M} \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{3}{2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{M-1}{2} \right)^2 \right] (k\sigma)^2 = k^2 \sigma^2 \left(\frac{M^2 - 1}{12} \right) \quad (8.51)$$

Giả sử hệ thống phát tín hiệu có tần số cao nhất là W(Hz). Tốc độ lấy mẫu sẽ là 2W.mẫu/s. Nếu hệ dùng bộ lượng tử với L kiểu biểu diễn đều, với xác suất xảy ra một biểu diễn là 1/L, lượng thông tin tương ứng mang bởi một mẫu là: $\log_2 L$ (bit). Tốc độ thông tin cực đại của hệ PCM được đo:

$$R_b = 2W \log_2 L \text{ bit/s} \quad (8.52)$$

Vì hệ dùng từ mã có n phần từ mã, mỗi từ mã ứng với M mức biên độ suy ra số biểu diễn là $L = M^n$.

$$\text{Nên} \quad R_b = 2W n \log_2 M \text{ bit/s} \quad (8.53)$$

Từ phương trình công suất có thể giải theo số mức biên độ rời rạc M:

$$M = \left(1 + \frac{12P}{k^2 N_0 B} \right)^{1/2} \text{ với } \sigma^2 = N_0 B \quad (8.54)$$

Vì vậy:

$$R_b = W \cdot n \log_2 \left(1 + \frac{12P}{k^2 N_0 B} \right) \quad (8.55)$$

Độ rộng kênh B đòi hỏi xung chữ nhật dài $1/2nW$:

$$B = qnW \quad (8.56)$$

Ở đó q là giá trị nằm giữa 1 và 2. Dùng giá trị nhỏ nhất $q = 1$, $B = nW$.

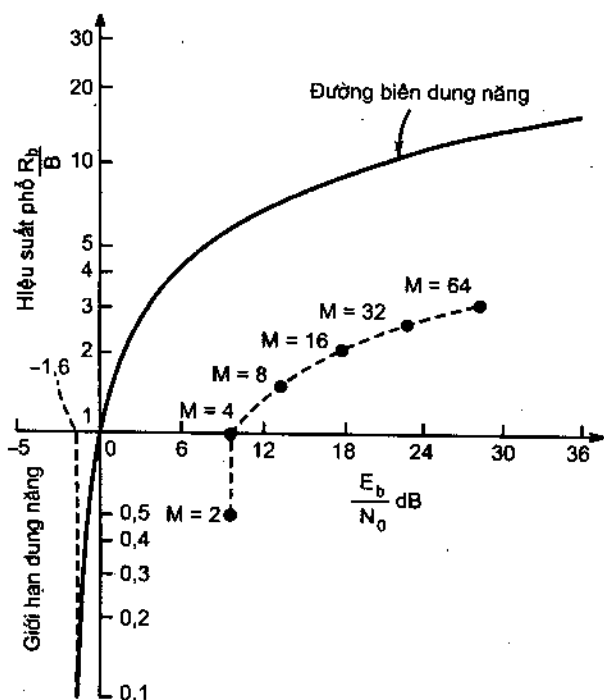
Ta nhận được:

$$R_b = B \log_2 \left(1 + \frac{12P}{k^2 N_0 B} \right) \quad (8.57)$$

Hệ lý tưởng này mô tả theo lý thuyết dung năng Shannon. So sánh với công thức dung năng ta thấy chúng giống nhau nếu công suất phát trung bình trong PCM tăng theo nhân tử $k^2/12$ so với hệ lý tưởng. Đáng quan tâm là phương trình cuối. Công suất và độ rộng băng trong hệ PCM được chuyển đổi trên thang logarit. Dung lượng C thì tỷ lệ với độ rộng kênh.

Ví dụ: PSK và FSK M mức.

Ở ví dụ này ta so sánh khả năng chuyển đổi (trade off) giữa công suất và độ rộng băng theo thuyết dung năng thông tin. Trước hết xét hệ PSK M mức đồng bộ sử dụng tập M các tín hiệu dịch pha không trực giao. Mỗi ký hiệu trong tập biểu diễn $\log_2 M$ bit. Dùng định nghĩa độ rộng băng không – đến – không, ta có thể biểu diễn như sau:



Hình 8.8. So sánh PSK hạng M với hệ lý tưởng có $P_e = 10^{-5}$

$$\frac{R_b}{B} = \frac{\log_2 M}{M} \quad (8.59)$$

Trên hình 8.9 chỉ ra các điểm hoạt động khác nhau của các mức tần số. $M = 2, 4, 8, 16, 32, 64$. đối với xác suất lỗi trung bình $P_e = 10^{-5}$. Khi M tăng FSK có hiệu ứng ngược với PSK. Cụ thể là khi M tăng dẫn đến tăng độ rộng băng yêu cầu. Điểm làm việc sẽ dịch đến gần giới hạn Shannon.

8.7. Lý thuyết ước lượng méo

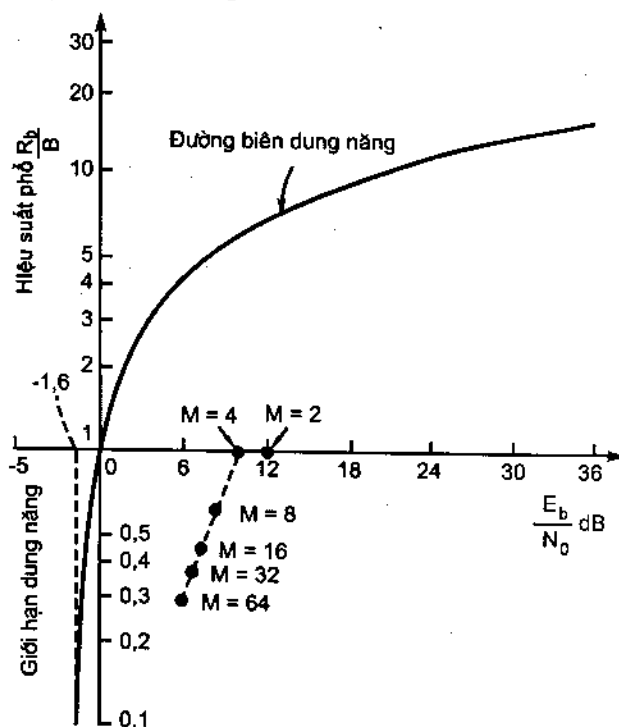
Mã của nguồn không nhớ rời rạc dựa theo độ dài từ mã trung bình (không nhỏ hơn Entropi) để biểu diễn nguồn hiệu quả. Song trên thực tế có những hạn chế làm mã nguồn không được tốt gây nên méo không tránh khỏi.

Ví dụ do kênh truyền đặt ra giới hạn trên về tỷ lệ mã cho phép nên cũng giới hạn luôn độ dài từ mã dành cho nguồn thông tin. Một ví dụ khác là khi nguồn thông tin có biên độ liên tục thì phải lượng tử để biểu diễn thành từ mã hữu hạn. Những vấn đề này đặt ra tính chính

$$\frac{R_b}{B} = \frac{\log_2 M}{2} \quad (8.58)$$

Trên hình 8.8 ta thấy các điểm hoạt động với các mức pha khác nhau: $M = 2, 4, 8, 16, 32, 64$. Mỗi điểm tương ứng với xác suất lỗi $P_e = 10^{-5}$. Trên hình cũng có biên dung năng của hệ lý tưởng. Khi M tăng hiệu suất phổ cũng được cải thiện nhưng giá trị E_b/N_0 để truyền không lỗi dịch xa giới hạn Shannon.

Xét trường hợp tiếp theo là FSK hạng M đồng bộ dùng M tín hiệu dịch tần trực giao với sự tách biệt hai tần số lân cận là $1/2T$ (T là chu kỳ ký hiệu). Cũng giống như trên mỗi ký hiệu biểu diễn $\log_2 M$ bit. Hiệu suất phổ của FSK hạng M là:



Hình 8.9. So sánh FSK M mức với hệ lý tưởng có $P_e = 10^{-5}$

xác của mã nguồn. Phần lý thuyết thông tin đề cập đến vấn đề này gọi là lý thuyết méo tỷ lệ được áp dụng trong hai tình huống sau:

– Mã nguồn ở đó các ký hiệu mã không biểu diễn chính xác nguồn thông tin: có sự nén dữ liệu.

– Truyền thông tin tại tốc độ lớn hơn dung năng kênh.

Lý thuyết tín hiệu méo coi như sự mở rộng lý thuyết mã của Shannon.

Hàm méo tỷ lệ

Xét một nguồn không nhớ rời rạc: $X \{x_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, M$) gắn với xác suất p_i . R là tỷ lệ mã trung bình tính theo bit/từ mã. Các từ mã biểu diễn được lấy từ tập khác $Y \{y_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, N$). Lý thuyết mã nguồn cho rằng tập thứ hai sẽ cung cấp biểu diễn nguồn tốt khi $R > H$ với H là Entropi của nguồn. Nếu $R < H$ thì có méo không tránh khỏi, và mất mát thông tin (hình 8.10).

Gọi $p(x_i, y_j)$ là xác suất liên kết giữa ký hiệu nguồn x_i và ký hiệu biểu diễn y_j . Từ công thức Bayes:

$$p(x_i, y_j) = p(y_j|x_i)p(x_i) \quad (8.60)$$

Ở đó $p(y_j|x_i)$ là xác suất chuyển. Ký hiệu $d(x_i, y_j)$ là phép đo giá trị méo khi biểu diễn x_i bằng y_j . Đây là lượng đo méo chữ cái đơn. Trung bình thống kê của $d(x_i, y_j)$ trên tất cả các ký hiệu nguồn có thể là:

$$\bar{d} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N p(x_i)p(y_j|x_i)d(x_i, y_j) \quad (8.61)$$

Chú ý rằng méo trung bình $\bar{d}$ là một hàm số liên tục không âm của xác suất chuyển $p(y_j|x_i)$ được xác định bằng cặp mã hoá và giải mã. Khi đặt:

$$P_D = \{p(y_j|x_i): \bar{d} \leq D\} \quad (8.62)$$

Đối với mỗi tập xác suất chuyển, thông tin tương hỗ trung bình là:

$$I(X; Y) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N p(x_i)p(y_j|x_i) \log \left(\frac{p(y_j|x_i)}{p(y_j)} \right) \quad (8.63)$$

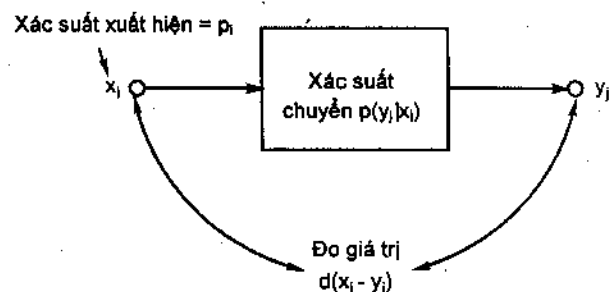
Hàm méo tỷ lệ $R(D)$ được định nghĩa như tỷ lệ mã nhỏ nhất có thể mà đối với nó méo trung bình được đảm bảo không vượt quá D . Cụ thể với D cố định trước:

$$R(D) = \min_{p(y_j|x_i) \in P_D} I(X; Y) \quad (8.64)$$

Với một ràng buộc:

$$\sum_{j=1}^N p(y_j|x_i) = 1; \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (8.65)$$

Hàm méo tỷ lệ $R(D)$ được đo bằng bit nếu dùng logarit cơ số hai. Thực chất chúng ta chờ đợi độ méo D giảm khi hàm méo tỷ lệ $R(D)$ tăng. Có thể nói ngược lại là khi chịu một độ méo lớn D cho phép dùng tỷ lệ mã hay truyền thông tin nhỏ hơn.



Hình 8.10. Tóm tắt lý thuyết méo tỷ lệ

Ví dụ: Nguồn Gauss

Xét nguồn Gauss rời rạc không nhớ với trung bình không và phương sai σ^2 . Gọi x là giá trị những mẫu phát ra bởi nguồn, y ký hiệu một phiên bản lượng tử của x cho phép biểu diễn hữu hạn x . Lỗi méo bình phương:

$$d(x, y) = (x - y)^2 \quad (8.66)$$

cho ta phép đo méo được dùng rộng rãi cho nguồn liên tục. Hàm méo tỷ lệ của nguồn Gauss với lỗi méo bình phương là:

$$R(D) = \begin{cases} \frac{1}{2} \log \left(\frac{\sigma^2}{D} \right) & 0 \leq D \leq \sigma^2 \\ 0 & D > \sigma^2 \end{cases} \quad (8.67)$$

Ta thấy rằng $R(D) \rightarrow \infty$ khi $D \rightarrow 0$ và $R(D) = 0$ khi $D = \sigma^2$.

8.8. Phép nén thông tin

Lý thuyết méo tỷ lệ đưa chúng ta đến ý tưởng nén tín hiệu kéo theo sự giảm nội dung thông tin từ một nguồn liên tục hay rời rạc. Bộ nén như một thiết bị cung cấp một số tối thiểu ký hiệu biểu diễn lỗi ra nguồn, chấp nhận một độ méo nào đó có thể kiểm soát được.

Đối với nguồn liên tục, Entropi là vô hạn nên mã nén tín hiệu luôn được dùng để tạo mã nguồn có tỷ lệ hữu hạn. Bộ lượng tử hoá thực chất là bộ nén. Lượng tử vectơ thực hiện trên một nhóm mẫu bằng cách so vectơ mẫu với vectơ sách mã. Quá trình mã hoá ở bộ lượng tử vectơ như là thao tác tương ứng mẫu.

Gọi N là số mẫu trong sách mã, k là kích thước vectơ, r là tỷ lệ mã theo bit/mẫu. Ba tham số này liên hệ với nhau như sau:

$$r = (\log_2 N)/k \quad (8.68)$$

Sau đó giả sử rằng kích thước sách mã là đủ lớn. SNR (ồn lượng tử) đối với bộ lượng tử được tính là:

$$10 \log_{10}(\text{SNR}) = 6(\log_2 N)/k + C_k \text{ dB} \quad (8.69)$$

Ở đó C_k là hằng số biểu diễn theo dB phụ thuộc kích thước k . SNR tăng 6 dB/đơn vị tăng tỷ lệ.

Bài tập

Kênh rời rạc không nhớ

1. Xét sơ đồ xác suất chuyển của kênh nhị phân đối xứng trên hình 8.1. Lỗi vào nhị phân có xác suất bằng nhau. Tìm xác suất xuất hiện 0 và 1 ở lỗi ra kênh.
2. Lập lại tính toán trên khi lỗi vào nguồn có 0 và 1 xảy ra với xác suất 1/4 và 3/4.

Thông tin tương hỗ

3. Xét kênh đối xứng nhị phân đặc trưng bởi xác suất chuyển p . Vẽ thông tin tương hỗ của kênh như là hàm của p , và xác suất trước của ký hiệu 1 tại lỗi vào kênh cho các trường hợp xác suất chuyển $p = 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5$.

Dung năng kênh

4. Trên hình 8.11 vẽ sự thay đổi của dung năng kênh đối xứng nhị phân với xác suất chuyển p . Sử dụng kết quả của bài tập trên, giải thích sự thay đổi này.

Định lý mã kênh

5. Xét hệ truyền thông số dùng mã lặp lại với $n = 2m+1$, giải mã quyết định theo đa số. Giả sử kênh là đối xứng nhị phân:

- a) Với $n = 3$ chứng tỏ xác suất trung bình lỗi là:

$$p_e = 3p^2(1-p) + p^3$$

Ở đó p là xác suất chuyển của kênh

- b) Với $n = 5$ chứng tỏ xác suất trung bình lỗi bằng

$$p_e = 10p^3(1-p)^2 + 5p^4(1-p) + p^5$$

- c) Trong trường hợp tổng quát:

$$p_e = \sum_{i=m+1}^n C_n^i p^i (1-p)^{n-i}$$

Định lý dung năng kênh

6. Kênh thoại của mạng điện thoại có độ rộng 3,4kHz:

- a) Tính dung năng kênh khi tỷ số tín / tạp bằng 30dB.

- b) Tính tỷ số tín/tạp tối thiểu để truyền thông tin qua kênh thoại với tốc độ 4800bps.

7. Dữ liệu số được đưa vào máy tính từ một đầu cuối qua đường thoại có độ rộng băng 3,4kHz và tỷ số tín/tạp bằng 20dB. Đầu cuối có tổng cộng 128 ký hiệu và giả sử các ký hiệu có xác suất bằng nhau và truyền nối tiếp độc lập, thống kê:

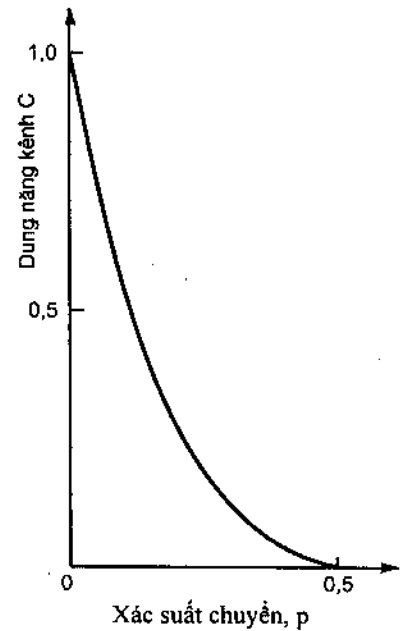
- a) Tính dung năng kênh

- b) Tính tốc độ ký hiệu cực đại cho truyền không lỗi.

8. Hình ảnh truyền hình đen trắng có thể coi như xấp xỉ $3 \cdot 10^5$ phần tử. Mỗi phần tử có thể có một trong 10 mức sáng với xác suất bằng nhau. Giả sử:

- a) Tốc độ truyền là 30 khung hình/giây;

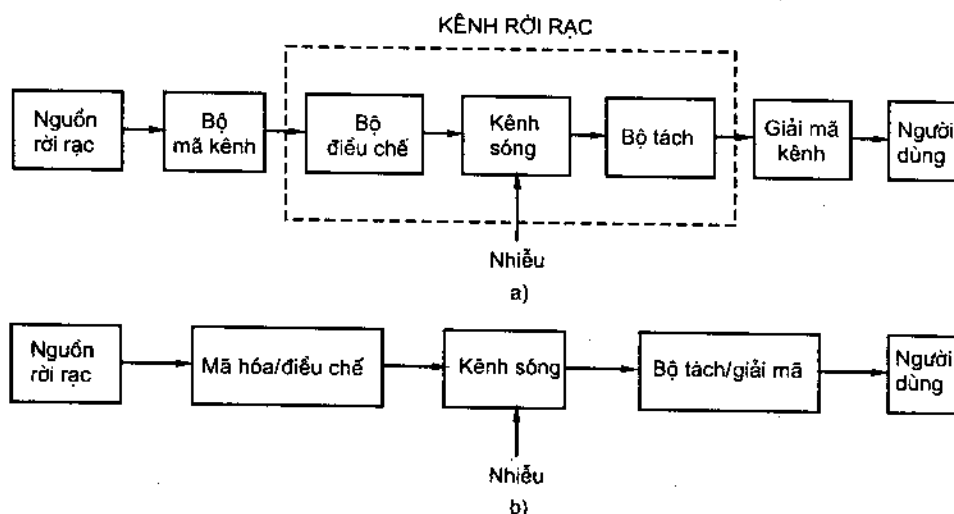
- b) Tỷ số tín/ồn là 30dB. Dùng định lý dung năng kênh tính độ rộng băng kênh tối thiểu để hỗ trợ việc truyền tín hiệu video.



Hình 8.11. Hàm liên hệ dung năng kênh và xác suất chuyển

9.1. Giới thiệu

Nhiệm vụ của người thiết kế truyền thông là cung cấp một hệ thống truyền tin có tốc độ cao, độ tin cậy chấp nhận được và giá cả rẻ. Thông thường hai thông số then chốt có sẵn đối với người thiết kế là: Độ rộng băng tần của kênh truyền và tỷ số E_b/N_0 . Ở chương trước ta đã thấy tỷ số này xác định tỷ lệ bit lỗi của một hệ truyền thông cụ thể. Trên thực tế phải đặt một giá trị giới hạn lên E_b/N_0 để có một tỷ lệ lỗi chấp nhận được. Khi cố định E_b/N_0 thì phương pháp giảm lỗi đến mức chấp nhận được là dùng *mã kiểm soát lỗi* trong phạm vi băng tần cho phép.



Hình 9.1. Mô hình đơn giản của hệ truyền thông số:
a) Mã hoá và điều chế tách biệt; b) Mã hoá và điều chế tổ hợp

Ngược lại dùng mã kiểm soát lỗi lại hạ thấp yêu cầu E_b/N_0 đối với tỷ lệ lỗi bit cố định cho trước dẫn đến giảm công suất phát và giá thành phần cứng khi dùng anten kích thước nhỏ.

Kiểm soát lỗi dữ liệu có thể thực hiện bằng kỹ thuật sửa lỗi tiến (FEC, không có phản hồi). Hệ thống nêu trên hình 9.1 gồm: nguồn rời rạc phát thông tin dưới dạng nhị phân, bộ mã kênh bổ sung thêm các bit dư theo quy tắc định trước tạo nên dữ liệu được mã hoá tốc độ cao hơn, bộ giải mã kênh sử dụng những bit dư thừa để quyết định bit bản tin đúng như nó được truyền. Mục đích của mã kênh và giải mã kênh là tối thiểu lỗi dữ liệu (lỗi bit bản tin). Việc bổ sung bit dư dẫn đến mở rộng băng truyền và tăng sự phức tạp hệ thống

đặc biệt là bộ giải mã. Đây là sự trao đổi giữa yêu cầu tỷ lệ lỗi và giá thành hệ thống.

Có nhiều loại mã kiểm soát lỗi, song theo truyền thống đã phân chia thành mã khối và mã chập. Để tạo mã khối (n,k) , bộ mã nhận từng khối k bit nối tiếp rồi cộng thêm $n-k$ bit dư để tạo nên từ mã n bit. Tốc độ tạo bit là $R_0 = (n/k)R_s$, với R_s là tốc độ bit của nguồn tin. Tỷ số không thứ nguyên $r = k/n$ gọi là tỷ lệ mã ($0 < r < 1$). Tốc độ bit R_0 tại lối ra bộ mã gọi là tốc độ dữ liệu kênh.

Mã chập có thể coi là *chập* giữa dãy vào với đáp ứng xung của bộ mã. Độ dài đáp ứng xung bằng bộ nhớ của bộ mã. Mã chập dùng “cửa sổ trượt” rộng bằng độ dài bộ nhớ của nó. Điều này có nghĩa là khác với mã khối, mã chập tiếp nhận *liên tục* dãy vào và cho ra dãy mã *liên tục* với tốc độ cao hơn.

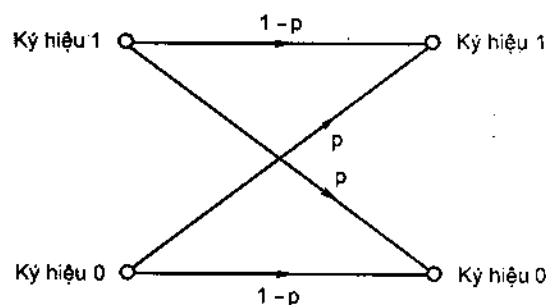
Trong sơ đồ hình 9.1 hoạt động mã kênh và điều chế là tách biệt. Tuy nhiên khi hiệu suất băng được đề cao thì mã sửa lỗi tiến được tổ hợp đồng thời với điều chế. Theo cách này mã kênh được định nghĩa lại như là việc xử lý những mẫu nhất định trên tín hiệu truyền như ở điều chế mã lưới.

Các vấn đề chính trong chương này liên quan đến mã sửa lỗi tiến (FEC). Tuy nhiên một phương pháp căn bản khác là ARQ (yêu cầu phát lại tự động), cũng được dùng rộng rãi để giải quyết vấn đề kiểm soát lỗi. Triết lý của ARQ khác với FEC ở chỗ ARQ thực hiện dự thừa cho mục đích duy nhất là phát hiện lỗi sau đó dựa vào kết quả phát hiện, bộ thu yêu cầu bên phát phát lại khi có lỗi và điều này lại cần phải có một đường liên hệ ngược đối với ARQ.

9.2. Kênh không nhớ rời rạc

Kênh dạng sóng được gọi là không nhớ nếu lỗi ra bộ tách trong một khoảng thời gian đã cho chỉ phụ thuộc tín hiệu trong khoảng đó mà không vào cái gì trước đó. Khi đó có thể mô hình toàn bộ các phần điều chế, chuyển kênh và bộ tách như là *kênh không nhớ rời rạc* và mô tả nó đầy đủ bằng tập xác suất chuyển $p(j|i)$. Trong đó ký hiệu phát là i , ký hiệu nhận được là j . Kênh đơn giản nhất là kênh đối xứng nhị phân (BSC) hình 9.2, như đã xét ở chương 8.

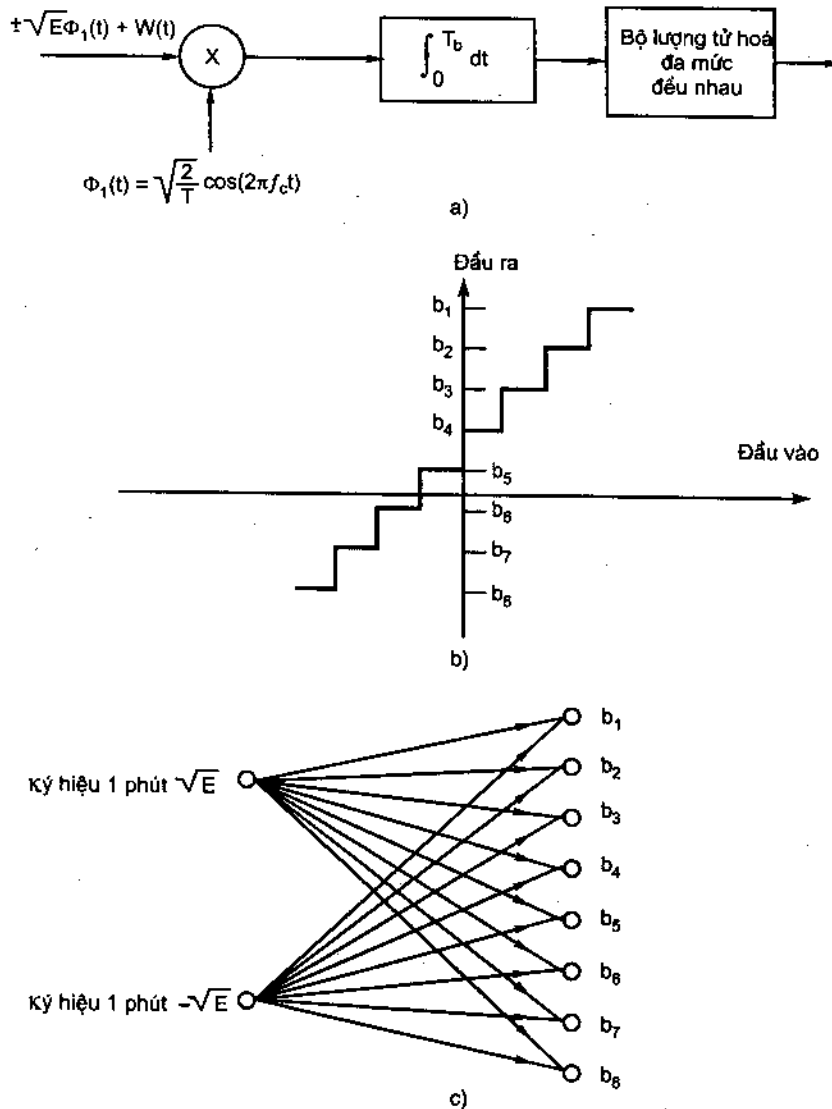
Với mô hình ồn Gauss, phần lớn các hệ truyền thông số dùng mã nhị phân với giải mã quyết định cứng để việc thực hiện đơn giản. Tuy nhiên sử dụng quyết định cứng trước giải mã gây nên một lượng mất mát không khôi phục được trong bộ thu. Để giảm sự mất mát này, có thể sử dụng giải mã quyết định mềm. Điều này thực hiện bằng một bộ lượng tử nhiều mức tại lối ra giải điều chế. Trên hình 9.3a minh họa giải điều chế BPSK.



Hình 9.2. Sơ đồ xác suất chuyển của kênh nhị phân đối xứng

Đặc tính vào ra của bộ lượng tử cho ở hình 9.3b. Bộ điều chế chỉ có 0 và 1 ở lối vào

nhưng lối ra giải điều chế có một bảng Q ký hiệu (trên hình $Q = 8$). Kênh như vậy gọi là kênh không nhớ rời rạc vào nhị phân, ra Q mức. Sơ đồ xác suất chuyển kênh tương ứng cho ở hình 9.3c. Hoạt động giải mã ở đây phụ thuộc vị trí các mức biểu diễn của bộ lượng tử, còn bộ lượng tử lại phụ thuộc mức tín hiệu và phương sai ồn. Bộ giải điều chế phải kết hợp với điều khiển khuếch đại tự động để hoạt động có hiệu quả. Việc thực hiện quyết định mềm làm phức tạp bộ giải mã, tuy nhiên giải mã quyết định mềm cải thiện hiệu quả nhiều so với giải mã quyết định cứng.



Hình 9.3. Kênh không nhớ rời rạc, lối vào nhị phân lối ra Q mức: a) Bộ thu; b) Đặc trưng chuyển của bộ lượng tử nhiều mức; c) Giản đồ xác suất chuyển của kênh

Nhắc lại định lý mã kênh

Ở chương trước ta đã có khái niệm về dung năng kênh đối với một kênh rời rạc. Nó biểu diễn lượng thông tin tối đa truyền trên kênh trong một lần dùng. Định lý mã kênh phát

biểu rằng, nếu kênh không nhớ có dung năng C và nguồn tạo thông tin tốc độ nhỏ hơn C thì tồn tại một kỹ thuật mã sao cho thông tin từ nguồn truyền qua kênh có xác suất lỗi ký hiệu nhỏ tùy ý. Trường hợp kênh nhị phân đối xứng, thì nếu tỷ lệ mã r nhỏ hơn dung năng C thì có thể tìm được mã đạt được việc truyền không lỗi qua kênh. Ngược lại không thể tìm được mã như vậy, nếu tỷ lệ mã r lớn hơn dung năng kênh C .

Định lý mã kênh xác định dung năng kênh C là giới hạn trên của tốc độ mà với tốc độ nhỏ hơn có thể truyền tin tin cậy (không lỗi). Vấn đề như vậy không liên quan đến tỷ số tín/ồn, miễn là nó đủ lớn mà liên quan đến mã kênh như thế nào.

Đặc điểm không thuận lợi nhất của định lý mã kênh là bản chất không cấu trúc được của nó. Định lý khẳng định sự tồn tại của mã tốt song không cho ta biết cách thực hiện mã thế nào. Hiện nay chúng ta vẫn đối mặt với thử thách tìm mã tốt để đảm bảo truyền tin cậy thông tin qua kênh. Kỹ thuật mã kiểm soát lỗi cung cấp cho ta một số phương pháp khác nhau đạt được yêu cầu quan trọng này. Mã được mô tả ở đây là mã nhị phân với các phép cộng theo modulo 2 và phép nhân.

9.3. Mã khối tuyến tính

– Mã khối gọi là tuyến tính nếu tổng (modul 2) của hai từ mã cũng là một từ mã (tính chất đóng của tập hợp từ mã).

– Mã khối trong đó các bit bản tin được giữ nguyên, chỉ bổ sung thêm các bit dư tạo nên từ mã gọi là *mã hệ thống hay chính tắc*. Mã hệ thống cũng có tính chất tuyến tính và có ưu điểm là thực hiện đơn giản, nên trước tiên ta xem xét mã khối hệ thống.

Cấu trúc mã khối hệ thống là:

$$b_0, b_1, \dots, b_{n-k-1}, m_0, m_1, \dots, m_{k-1}$$

Ở đó k bit bên phải là bản tin, $n-k$ bit bên trái để kiểm tra, đồng thời các bit kiểm tra là tổ hợp tuyến tính của k bit bản tin theo công thức:

$$b_{ij} = p_{0i}m_0 + p_{1i}m_1 + \dots + p_{k-1,i}m_{k-1} \quad i = 0, 1, \dots, n-k-1 \quad (9.1)$$

$$\text{Với} \quad p_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{nếu } b_i \text{ phụ thuộc } m_j \\ 0 & \text{không phụ thuộc} \end{cases} \quad (9.2)$$

Phương trình (9.1) xác định một cấu trúc toán học của mã khối tuyến tính (n,k) và có thể viết dưới dạng vectơ và ma trận:

$$\mathbf{b} = \mathbf{mP} \quad (9.3)$$

Với vectơ $\mathbf{m} = [m_0, m_1, \dots, m_{k-1}]$, $\mathbf{b} = [b_0, b_1, \dots, b_{n-k-1}]$

và $\mathbf{P}$ là ma trận $k \times n-k$:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & \dots & p_{0,n-k-1} \\ p_{10} & p_{11} & \dots & p_{1,n-k-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{k-1,0} & p_{k-1,1} & \dots & p_{k-1,n-k-1} \end{bmatrix} \quad (9.4)$$

Do từ mã là gộp các bit bản tin và bit kiểm tra: $\mathbf{c} = [\mathbf{b}, \mathbf{m}] = [c_0, c_1, \dots, c_{n-1}]$

nên có thể viết lại $\mathbf{c} = \mathbf{m}[\mathbf{P}, \mathbf{I}_k]$

(9.5)

Ở đó $\mathbf{I}_k$ là ma trận đồng nhất

$$\mathbf{I}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (9.6)$$

hay $\mathbf{c} = \mathbf{m}\mathbf{G}$ với $\mathbf{G}$ là ma trận $k \times n$ có dạng $\mathbf{G} = [\mathbf{P}, \mathbf{I}_k]$ (9.7)

Ma trận $\mathbf{G}$ được gọi là *ma trận sinh* trong đó k hàng phải là độc lập tuyến tính (tức là không thể biểu diễn một hàng nào theo tổ hợp tuyến tính các hàng còn lại). Từ đây ta có:

$$\mathbf{c}_i + \mathbf{c}_j = \mathbf{m}_i \mathbf{G} + \mathbf{m}_j \mathbf{G} = (\mathbf{m}_i + \mathbf{m}_j) \mathbf{G} \quad (9.8)$$

Do đó mã hệ thống có tính chất tuyến tính.

Một cách biểu diễn khác mối liên hệ giữa bit kiểm tra và bit bản tin là:

$$\text{Gọi } \mathbf{H} = [\mathbf{I}_{n-k}, \mathbf{P}^T] \quad \text{khi đó } \mathbf{H}\mathbf{G}^T = [\mathbf{I}_{n-k}, \mathbf{P}^T] \begin{bmatrix} \mathbf{P}^T \\ \mathbf{I}_k \end{bmatrix} = \mathbf{P}^T + \mathbf{P}^T \quad (9.9)$$

Dùng tính chất cộng modul 2 ta có $\mathbf{H}\mathbf{G}^T = \mathbf{0}$, về phải là ma trận bằng không

$$\text{Hay } \mathbf{c}\mathbf{H}^T = \mathbf{m}\mathbf{G}\mathbf{H}^T = \mathbf{0}, \quad (9.10)$$

nên ma trận $\mathbf{H}$ gọi là *ma trận kiểm tra chẵn lẻ*. Mục đích của nó là nếu từ mã được truyền không lỗi thì phương trình (9.10) được thoả mãn.

Ví dụ: Xét mã lặp lại có $n = 5, k = 1$ ta có:

$$\mathbf{G} = [1 \ 1 \ 1 \ 1, 1]$$

và

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0, & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0, & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0, & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1, & 1 \end{bmatrix} \quad (9.11)$$

Giải mã dùng đặc trưng (syndrom):

Giả sử từ mã $\mathbf{c}$ gửi trên đường truyền mắc lỗi $\mathbf{e}$, véc tơ thu được tại bộ thu là $\mathbf{r}$

$$\mathbf{r} = \mathbf{c} + \mathbf{e} \quad (9.12)$$

Trong đó $e_i = 0$ nếu c_i giống r_i ($i = 0, 1, \dots, n-1$), còn nếu khác thì $e_i = 1$

$$\text{Ta định nghĩa: } \mathbf{s} = \mathbf{r}\mathbf{H}^T \quad (9.13)$$

là đặc trưng của giải mã (dùng ma trận $\mathbf{H}$ nhân vào để kiểm tra). Đặc trưng giải mã có những tính chất sau:

– $\mathbf{s}$ chỉ phụ thuộc mẫu lỗi mà không phụ thuộc từ mã:

Thật vậy:

$$\mathbf{s} = (\mathbf{c} + \mathbf{e})\mathbf{H}^T = \mathbf{c}\mathbf{H}^T + \mathbf{e}\mathbf{H}^T = \mathbf{e}\mathbf{H}^T \quad (9.14)$$

suy ra các mẫu lỗi khác nhau một từ mã sẽ có cùng đặc trưng $\mathbf{s}$.

– Do bản tin có k bit chỉ có 2^k từ mã khác nhau, nên với mỗi đặc trưng có 2^k vectơ lỗi khác nhau:

$$e_i = e + c_i \quad i = 0, 1, \dots, 2^k - 1 \quad (9.15)$$

Tập các vectơ lỗi ứng với một đặc trưng tạo nên tập con trong tập các từ mã. Và mã khối tuyến tính có 2^{n-k} tập con như vậy không chồng lấn nhau và phủ hết không gian từ mã. Do (9.10) là một hệ $n-k$ phương trình tuyến tính có thể cho thông tin phát hiện lỗi. Song nó không đủ xác định vectơ lỗi (n phần tử) hay chính xác hơn xác định duy nhất vectơ lỗi: sẽ có 2^k mẫu lỗi thoả mãn. Tuy nhiên thông tin của đặc trưng s giúp phép dò tìm lỗi d từ 2^n khả năng xuống còn 2^k khả năng.

Khoảng cách tối thiểu:

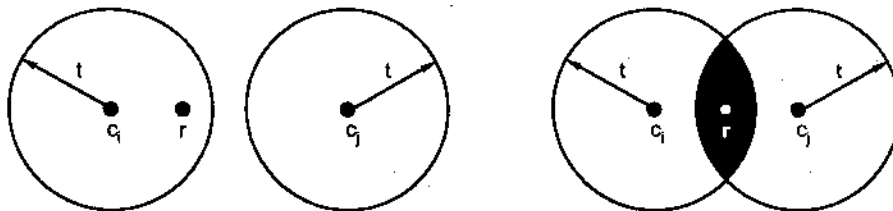
$d_{\min}$ của tập mã được định nghĩa là khoảng cách Hamming (số các bit khác nhau trong 2 từ mã) nhỏ nhất giữa các từ mã. Từ tính chất đóng của mã suy ra $d_{\min}$ bằng trọng số (số phần tử 1) nhỏ nhất của một từ mã.

Mã khối tuyến tính (n, k) có thể sửa được tối đa t lỗi nếu và chỉ nếu

$$t \leq \lfloor 1/2(d_{\min} - 1) \rfloor \quad (\text{dấu ngoặc vuông chỉ phần nguyên})$$

Vì khi đó vectơ r nhận được vẫn luôn gần từ mã phát ban đầu hơn bất kỳ các từ mã khác, (quyết định theo nguyên tắc gần vẫn đúng).

Bây giờ ta mô tả cách giải mã dùng đặc trưng cho mã khối tuyến tính. Giả sử $c_1, c_2, \dots, c_{2^k}$ ký hiệu 2^k vectơ mã của mã khối tuyến tính (n, k) . r là vectơ nhận được nó có thể có 2^n khả năng. Bộ thu có nhiệm vụ chia 2^n khả năng này thành 2^k tập con không liên kết D_i ($i = 1, 2, \dots, 2^k$) sao cho tập D_i tương ứng với từ mã c_i . Vectơ r được giải mã thành c_i nếu nó nằm trong tập con thứ i .



Hình 9.4. a) Khoảng cách Hamming $d(c_i, c_j) \geq 2t + 1$; b) Khoảng cách Hamming $d(c_i, c_j) < 2t$

2^k tập con ở đây tạo nên *mảng tiêu chuẩn* của mã khối. Để xây dựng nó ta thực hiện các bước sau:

1. 2^k vectơ mã sắp thành hàng có vectơ toàn không c_1 ở phía trái.
2. Một mẫu lỗi e_2 được chọn và sắp dưới c_1 và hàng thứ hai được tạo bằng cách cộng e_2 với các từ mã của hàng thứ nhất. Rất quan trọng là mẫu lỗi chọn làm phần tử thứ nhất trong hàng, không xuất hiện trước đó trong mảng.
3. Lặp lại bước hai cho đến khi tất cả các mẫu lỗi được kể hết.

$$\begin{array}{cccccc}
c_1 = 0 & c_2 & c_3 & \dots & c_{2^k} \\
e_2 & c_2 + e_2 & c_3 + e_2 & \dots & c_{2^k} + e_2 \\
e_3 & c_2 + e_3 & c_3 + e_3 & \dots & c_{2^k} + e_3 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
e_{2^{n-k}} & c_2 + e_{2^{n-k}} & c_3 + e_{2^{n-k}} & \dots & c_{2^k} + e_{2^{n-k}}
\end{array}$$

Ta thấy 2^k cột của mảng trên biểu diễn các tập con không liên kết D_i , còn 2^{n-k} hàng của mảng biểu diễn các tập con đồng cấu có phần tử thứ nhất là đại biểu đồng cấu.

Với một kênh đã cho, xác suất lỗi khi tách được giảm thiểu khi mẫu lỗi có khả năng nhất được chọn là đại biểu đồng cấu. Trường hợp kênh đối xứng nhị phân, trọng số Hamming nhỏ nhất của mẫu lỗi là có khả năng xảy ra lớn nhất. Do đó mảng tiêu chuẩn phải được xây dựng với các đại biểu đồng cấu có trọng số Hamming nhỏ nhất.

Quy trình giải mã sẽ được tiến hành như sau:

1. Đối với véctơ nhận được r tính đặc trưng: $s = rH^T$
2. Trong tập đồng cấu đặc trưng bởi s xác định đại biểu (tức là mẫu lỗi có khả năng xảy ra lớn nhất) gọi là e_0
3. Tính véctơ mã $c = r + e_0$

Quá trình trên gọi là giải mã dùng đặc trưng.

Ví dụ:

Mã Hamming: Là một loại mã khối tuyến tính (n,k) với dạng:

$$\begin{array}{ll}
\text{Độ dài khối} & n = 2^m - 1, \\
\text{Số bit bản tin} & k = 2^m - m - 1 \\
\text{Số bit chẵn lẻ} & m = n - k \quad \text{với } m \geq 3.
\end{array}$$

Xét mã Hamming (7,4) có $m = 3$. Giả sử chọn ma trận sinh là (theo nguyên tắc các hàng của G phải độc lập tuyến tính)

$$G = [P, I_4] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.16)$$

$$\text{Tương ứng sẽ có: } H = [I_3, P^T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.17)$$

Với $k = 4$ sẽ có $2^4 = 16$ từ bản tin khác nhau (xem bảng). Với mỗi từ bản tin áp dụng phương trình (9.1) ta có được 16 từ mã. Trong bảng cũng liệt kê trọng số Hamming của các từ mã trong mã (7,4). Từ đó ta thấy trọng số nhỏ nhất khác không là 3.

Các từ mã tạo từ ma trận sinh này có $d_{\min} = 3$ nên có khả năng sửa 1 bit lỗi. Các mẫu lỗi 1 bit và các đặc trưng giải mã như sau:

Bảng 9.1. Từ mã của bộ mã Hamming (7,4)

Từ bản tin	Từ mã	Trọng số của từ mã	Từ bản tin	Từ mã	Trọng số của từ mã
0000	0000000	0	1000	1101000	3
0001	1010001	3	1001	0111001	4
0010	1110010	4	1010	0011010	3
0011	0100011	3	1100	1011100	4
0100	0110100	4	1101	0001101	3
0110	1000110	3	1110	0101110	4
0111	0010111	4	1111	1111111	7

Mẫu lỗi đại biểu	Đặc trưng s
0000000	000
1000000	100
0100000	010
0010000	001
0001000	110
0000100	011
0000010	111
0000001	101

Từ đây từ mã nhận được sau đường truyền được nhân với ma trận kiểm tra H để tính đặc trưng s. Từ giá trị s nhận được theo bảng trên ta tìm được vị trí bit lỗi.

9.4. Mã vòng

Mã vòng là một lớp con của mã khối tuyến tính. Ưu điểm của mã này là có thể biểu diễn như biểu thức toán và có sơ đồ thực hiện đơn giản. Mã vòng yêu cầu các dịch vòng của nó cũng phải là một từ mã. Để diễn tả điều này ta biểu diễn từ mã $c_0c_1...c_{n-1}$ như một đa thức mã:

$$c(X) = c_0 + c_1X + \dots + c_{n-1}X^{n-1} \quad (9.18)$$

Ở đó X là một biến thực nào đó, còn các hệ số của đa thức chính là các bit nhị phân của từ mã. Lũy thừa của c(X) biểu diễn sự dịch bit theo thời gian.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } Xc(X) &= c_0X + c_1X^2 + \dots + c_{n-1}X^n + (c_{n-1} + c_{n-1}) \text{ chú ý } c_{n-1} + c_{n-1} = 0 \\ &= c_{n-1}(X^n + 1) + c_0X + \dots + c_{n-2}X^{n-1} \\ &= c_{n-1}(X^n + 1) + c^{(1)}(X) \end{aligned} \quad (9.19)$$

Với $c^{(1)}(X)$ là ký hiệu c(X) dịch vòng đi một lần.

$$\text{Tương tự} \quad X^i c(X) = q(X)(X^n + 1) + c^{(i)}(X) \quad (9.20)$$

Ở đó $c^{(i)}(X)$ nhận được từ dịch vòng $c(X)$ đi i lần đồng thời là phần dư của phép chia $X^i c(X)$ cho X^n+1 . Hay $c^{(i)}(X) = X^i c(X) \bmod (X^n+1)$ (9.21)

(phép nhân có một ràng buộc là $X^n = 1$ để các đa thức có bậc $i < n$).

Đa thức X^n+1 và các nhân tử của nó (khi phân tích ra thừa số) đóng vai trò chính trong việc tạo ra mã vòng. Chọn $g(X)$ là đa thức bậc tối giản $n-k$ và là thừa số (trong phân tích) của X^n+1 có dạng:

$$g(X) = 1 + \sum_{i=1}^{n-k-1} g_i X^i + X^{n-k} \quad (9.22)$$

Với các hệ số g_i bằng 0 hoặc 1. $g(X)$ gọi là *đa thức sinh* ra mã vòng theo cách $c(X) = a(X)g(X)$ ở đó $a(X)$ là đa thức bậc $k-1$ hay bé hơn, $c(X)$ tạo theo cách này sẽ thoả mãn (9.17) vì $g(X)$ là nhân tử của $X^n + 1$.

Giả sử đã cho đa thức sinh $g(X)$ và cần mã hoá bản tin m (k bit) thành *mã hệ thống vòng* (n, k) theo cấu trúc $b(n-k \text{ bit}), m(k \text{ bit})$ tức là từ mã phải có dạng:

$$c(X) = b(X) + X^{n-k}m(X) \quad (9.23)$$

Hay $a(X)g(X) = b(X) + X^{n-k}m(X)$ chia 2 vế cho $g(X)$

$$\frac{X^{n-k}m(X)}{g(X)} = a(X) + \frac{b(X)}{g(X)} \quad (9.24)$$

Phương trình này cho thấy $b(X)$ là phần dư trong phép chia $X^{n-k}m(X)$ cho $g(X)$ nên quá trình mã hoá như sau:

1. Nhân đa thức bản tin $m(X)$ với X^{n-k}
2. Chia $X^{n-k}m(X)$ cho đa thức sinh $g(X)$ tìm phần dư
3. Cộng phần dư với $X^{n-k}m(X)$ để nhận được từ mã $c(X)$

9.4.1. Đa thức kiểm tra chẵn lẻ

Một mã vòng (n, k) được xác định duy nhất theo đa thức sinh $g(X)$ của nó bậc $(n-k)$. Mã như vậy cũng được xác định duy nhất một đa thức bậc k khác, được gọi là đa thức kiểm tra chẵn lẻ:

$$h(X) = 1 + \sum_{i=1}^{k-1} h_i X^i + X^k \quad (9.25)$$

Ở đó hệ số h_i là 0 hoặc 1. Đa thức kiểm tra chẵn lẻ giống đa thức sinh là có hai số hạng với hệ số 1 tách biệt nhau $k-1$ số hạng.

Đa thức sinh $g(X)$ tương đương với ma trận sinh G . Tương tự đa thức kiểm tra chẵn lẻ tương tự ma trận kiểm tra chẵn lẻ H . Giữa hai ma trận có liên hệ $HG^T = 0$ thì ở mã vòng:

$$g(X) \bmod (X^n + 1) = 0 \quad (9.26)$$

Do đó ta có thể phát biểu đa thức sinh và đa thức kiểm tra chẵn lẻ là các thừa số của $X^n + 1$:

$$g(X)h(X) = X^n + 1 \quad (9.27)$$

Tính chất này cung cấp cơ sở để lựa chọn đa thức sinh và đa thức kiểm tra của mã vòng. Cụ thể nếu $g(X)$ là đa thức bậc $(n-k)$ và là nhân tử của $X^n + 1$ thì $g(X)$ là đa thức sinh mã vòng (n, k) . Tương tự nếu $h(X)$ là đa thức bậc k và là nhân tử của $X^n + 1$ thì $h(X)$ là mã kiểm tra của mã vòng (n, k) .

Cuối cùng ta có nhận xét sau: Bất kỳ nhân tử nào của $X^n + 1$ bậc $n-k$, (tương ứng bằng số bit kiểm tra) đều có thể dùng như đa thức sinh. Với n lớn, đa thức $X^n + 1$ có thể có nhiều nhân tử bậc $n-k$. Một số nhân tử tạo nên mã vòng tốt, trong khi số khác tạo nên mã vòng kém. Vấn đề chọn đa thức sinh thế nào để có mã vòng tốt cũng rất khó được giải quyết. Hiện nay lý thuyết mã đang có nhiều nghiên cứu tìm mã vòng tốt.

9.4.2. Ma trận sinh và kiểm tra chẵn lẻ

Cho đa thức sinh $g(X)$ của mã vòng (n, k) , ta có thể cấu tạo ma trận sinh G của mã bằng cách chú ý tới k đa thức $Xg(X), \dots, X^{k-1}g(X)$ mở rộng mã. Vì số thứ n tương ứng với các đa thức này được dùng như hàng trong ma trận sinh $k \times n$

Tuy nhiên cấu tạo ma trận kiểm tra chẵn lẻ H của mã vòng từ đa thức $h(X)$ yêu cầu đặc biệt hơn. Nhân phương trình 9.23 với $a(x)$ rồi dùng 9.19 ta nhận được:

$$c(X)h(X) = a(X) + X^n a(X) \quad (9.28)$$

Vế trái chứa đựng các lũy thừa đến $n+k-1$. Vế phải $a(X)$ bậc $k-1$ và nhỏ hơn, các lũy thừa $X^k, X^{k+1}, \dots, X^{n-1}$ không xuất hiện trong đa thức bên vế phải, nên ta nhận được tập $n-k$ phương trình:

$$\sum_{i=j}^{j+k} c_i h_{k+j-i} = 0 \quad 0 \leq j \leq n-k-1 \quad (9.29)$$

So sánh với những phương trình trước ta rút ra nhận xét quan trọng sau:

Các hệ số của đa thức kiểm tra chẵn lẻ $h(X)$ trong phép nhân đa thức được xấp theo thứ tự đảo ngược so với các hệ số của ma trận kiểm tra chẵn lẻ H trong dạng tích nội của các vectơ. Nhận xét này giúp ta định nghĩa nghịch đảo của ma trận kiểm tra chẵn lẻ như sau:

$$X^k h(X^{-1}) = X^k \left(1 + \sum_{i=1}^{k-1} h_i X^{-i} + X^{-k} \right) = 1 + \sum_{i=1}^{k-1} h_{k-i} X^i + X^k \quad (9.30)$$

Đa thức này cũng là nhân tử của $X^n + 1$.

n nhánh giữ nguyên $(n-k)$ đa thức $X^k h(X^{-1}), X^{k+1} h(X^{-1}), \dots, X^{n-1} h(X^{-1})$ bây giờ có thể dùng như những hàng của ma trận kiểm tra $(n-k) \times n$.

Nói chung ma trận sinh G và ma trận kiểm tra chẵn lẻ H cấu tạo như trên không có dạng hệ thống. Chúng có thể chuyển thành dạng hệ thống bằng một phép toán đơn giản trên hàng.

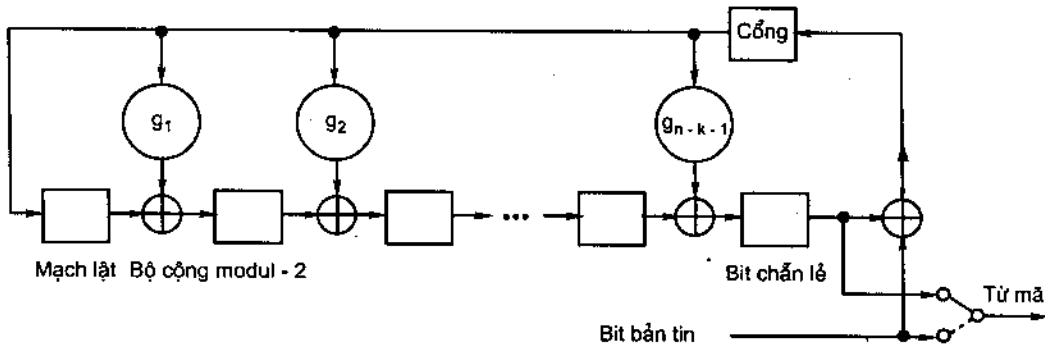
9.4.3. Bộ mã hoá cho mã vòng

Quy trình mã hoá vòng gồm ba bước: Trước hết nhân đa thức ban đầu $m(X)$ với X^{n-k} ,

sau đó chia $X^{n-k}m(X)$ cho đa thức sinh $g(X)$ để nhận được phần dư $b(X)$. Cuối cùng cộng $b(X)$ vào $X^{n-k}m(X)$ để tạo nên đa thức mã mong muốn. Ba bước trên thực hiện bằng sơ đồ $n-k$ tầng bộ ghi dịch phản hồi tuyến tính.

Sơ đồ tạo mã vòng (hình 9.5) và giải mã (hình 9.6) đặc trưng như sau:

1. Trước hết công mở: k bit bản tin đi vào kênh, đồng thời cũng đi vào các thanh ghi dịch, kết quả tạo nên $n-k$ bit trong thanh ghi là các bit kiểm tra (nhắc lại là các bit kiểm tra chính là các hệ số trong đa thức dư $b(X)$).

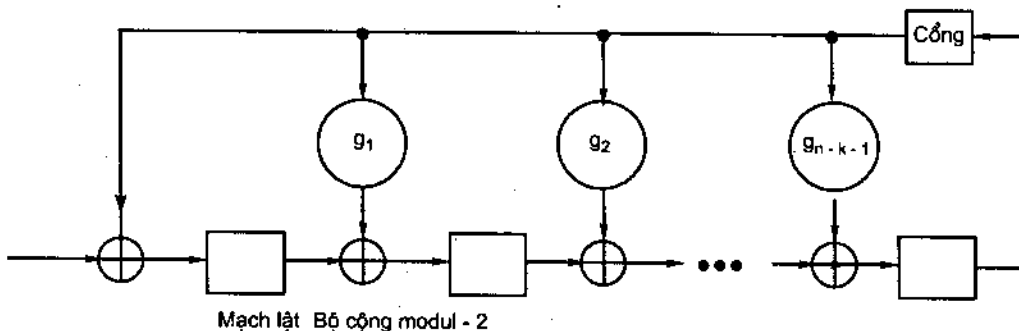


Hình 9.5. Sơ đồ mã khối vòng

2. Khi công đóng, đường nối phản hồi bị ngắt.
3. Các bit kiểm tra trong thanh ghi dịch sẽ đi vào kênh.

9.4.4. Tính đặc trưng

Giả sử từ mã $(c_0, c_1, \dots, c_{n-1})$ được phát qua kênh ồn, nhận được $(r_0, r_1, \dots, r_{n-1})$. Bước đầu ta tính đặc trưng (syndrome) của các từ nhận được. Nếu đặc trưng bằng không thì không có lỗi trên đường truyền. Nếu khác không thì đường truyền gây lỗi cần phải hiệu chỉnh.



Hình 9.6. Sơ đồ giải mã đặc trưng

Khi mã vòng có dạng hệ thống, có thể tính đặc trưng dễ dàng. Giả sử đa thức nhận được có thể khai triển thành đa thức bậc $n-1$ hoặc nhỏ hơn:

$$r(X) = r_0 + r_1X + \dots + r_{n-1}X^{n-1}. \quad (9.31)$$

khi chia cho đa thức sinh ta được:

$$r(X) = q(X)g(X) + s(X) \quad (9.32)$$

Phần dư là đa thức bậc $n-k-1$ hoặc nhỏ hơn và là *đa thức đặc trưng* vì các hệ số của nó tạo ra các đặc trưng đến $(n-k) \times 1$. Hình 9.6 cho thấy bộ giải mã đặc trưng giống như bộ mã hoá ngoại trừ các bit nhận được đi vào $(n-k)$ tầng của thanh ghi dịch phản hồi từ bên trái. Khi toàn bộ bit nhận được dịch hết vào thanh ghi nội dung của nó sẽ chính là đặc trưng s .

Đa thức đặc trưng $s(X)$ có những tính chất có lợi sau:

1. Đa thức đặc trưng của đa thức nhận được cũng là đa thức đặc trưng của đa thức lỗi tương ứng.

Khi mã vòng ứng với đa thức $c(X)$ gửi qua kênh:

$$r(X) = c(X) + e(X) \quad (9.33)$$

Ở đó $e(X)$ là đa thức lỗi.

Một cách tương đương có thể viết:

$$e(X) = r(X) + c(X) \quad (9.34)$$

$$= u(X)g(X) + s(X) \quad (9.35)$$

Ở đó thương là $u(X) = a(X) + q(X)$. Từ đây rõ ràng $s(X)$ cũng là đa thức đặc trưng của đa thức lỗi $e(X)$.

2. Nếu $s(X)$ là đa thức đặc trưng của đa thức nhận được $r(X)$, thì đa thức đặc trưng của $Xr(X)$ (một bước dịch của $r(X)$) sẽ là $Xs(X)$.

Thật vậy, áp dụng dịch vòng vào hai vế của 9.28:

$$Xr(X) = Xq(X)g(X) + Xs(X) \quad (9.36)$$

Từ đây rõ ràng là $Xs(X)$ là phần dư của phép chia $Xr(X)$ cho $g(X)$. Vì vậy đa thức đặc trưng của $Xr(X)$ là $Xs(X)$.

3. Đa thức đặc trưng $s(X)$ là đồng nhất với đa thức lỗi $e(X)$, giả sử lỗi hạn chế đến $(n-k)$ bit kiểm tra chẵn lẻ của đa thức nhận được $r(X)$.

Giả thiết ở đây là một cách khác để nói rằng bậc của đa thức lỗi nhỏ hơn hay bằng $(n-k-1)$. Vì đa thức sinh $g(X)$ bậc $(n-k)$ như định nghĩa và theo phương trình (9.31) nó chỉ thoả mãn nếu thương số $u(X)$ bằng không. Nói cách khác đa thức lỗi và đa thức đặc trưng là bằng nhau. Do đó với điều kiện nói trên việc hiệu chỉnh lỗi được thực hiện đơn giản bằng cách cộng đa thức đặc trưng $s(X)$ vào đa thức nhận được $r(X)$.

Ví dụ:

Nhắc lại mã Hamming: Xét việc tạo mã vòng (7,4). Ta bắt đầu bằng cách phân tích x^7+1 thành các đa thức tối giản (tối giản có nghĩa là không thể phân tích tiếp thành các đa thức nhân tử có hệ số là số nhị phân):

$$X^7+1 = (1+X)(1+X^2+X^3)(1+X+X^3) \quad (9.37)$$

Một đa thức tối giản bậc m gọi là nguyên thủy nếu số nguyên dương n nhỏ nhất để X^n+1 chia hết cho nó thoả mãn $n = 2^m - 1$. Trong ví dụ này cả hai đa thức $(1 + X^2 + X^3)$ và $(1 + X + X^3)$ đều là đa thức nguyên thủy.

Chọn $g(X) = (1+X+X^3)$ (9.38)

là đa thức sinh có bậc là số bit kiểm tra chẵn lẻ. Điều này có nghĩa là đa thức kiểm tra chẵn lẻ:

$$h(X) = (1+X)(1+X^2+X^3) = 1+X+X^2+X^4 \quad (9.39)$$

có bậc là số bit bản tin.

Giả sử ta cần tạo từ mã cho dãy bản tin 1001. Đa thức tương ứng sẽ là:

$$m(X) = 1 + X^3 \quad (9.40)$$

$$X^{n-k}m(X) = X^3 + X^6 \quad (9.41)$$

Phép chia cho đa thức sinh có thể biểu diễn như sau:

$$\frac{X^3 + X^6}{1 + X + X^3} = X + X^3 + \frac{X + X^2}{1 + X + X^3} \quad (9.42)$$

Thương và phần dư là:

$$a(X) = X+X^3; \quad b(X) = X+X^2 \quad (9.43)$$

Đa thức từ mã sẽ là:

$$c(X) = b(X) + X^{n-k}m(X) \quad (9.44)$$

$$= X+X^2+X^3+X^6 \quad (9.45)$$

Từ mã do đó bằng 0111001. Bốn bit ở bên phải là các bit bản tin. Ba bit ở bên trái là các bit kiểm tra chẵn lẻ. Đây là từ mã giống như đã nêu trong bảng mã Hamming (7,4). Khái quát kết quả này cho ta: bất kỳ mã vòng nào được sinh từ một đa thức nguyên thủy là mã Hamming có khoảng cách tối thiểu là 3.

Để tạo ma trận sinh và kiểm tra tương ứng ta xét biểu diễn $g(X)$ và ba dịch vòng của nó:

$$g(X) = 1 + X + X^3 \quad (9.46)$$

$$Xg(X) = X + X^2 + X^4$$

$$X^2g(X) = X^2 + X^3 + X^5$$

$$X^3g(X) = X^3 + X^4 + X^6$$

Nếu các hệ số của các đa thức dịch vòng trên được dùng như các phần tử hàng trong ma trận 4×7 , ta có ma trận sinh sau:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.47)$$

Ma trận này không có dạng ma trận hệ thống.

Ta có thể làm nó thành ma trận hệ thống bằng cách cộng hàng thứ nhất với hàng thứ 3 và cộng tổng của hai hàng thứ nhất vào hàng thứ 4. Kết quả sẽ là:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.48)$$

Ma trận sinh sẽ giống như ở ví dụ trước. Để tạo ma trận kiểm tra chẵn lẻ 3×7 trước hết ta tìm nghịch đảo của $h(X)$ và các dịch vòng tương ứng của nó:

$$X^4 h(X^{-1}) = 1 + X^2 + X^3 + X^4 \quad (9.49)$$

$$X^5 h(X^{-1}) = X + X^3 + X^4 + X^5$$

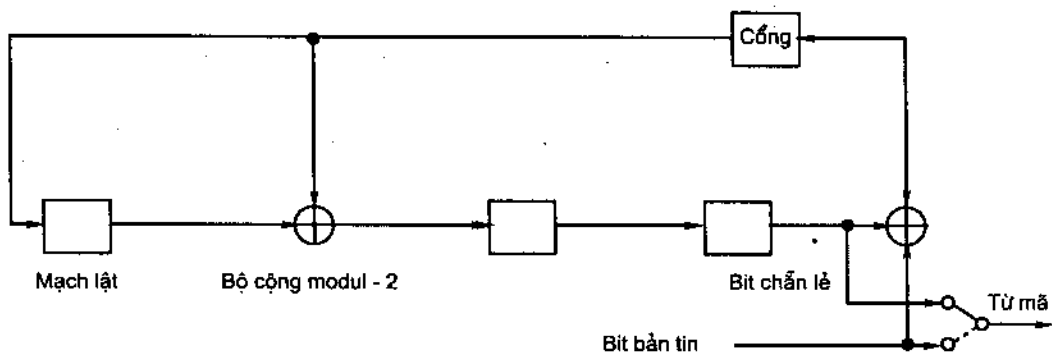
$$X^6 h(X^{-1}) = X^2 + X^4 + X^5 + X^6$$

Dùng hệ số của các đa thức này làm hàng của ma trận kiểm tra, ta có:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.50)$$

Một lần nữa $\mathbf{H}$ không phải là ma trận hệ thống. Ta lại cộng hàng thứ ba vào hàng thứ nhất để được:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.51)$$

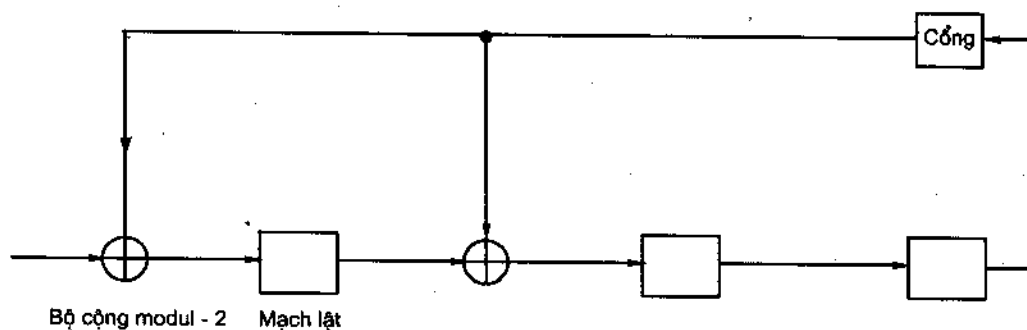


Hình 9.7. Mã hoá vòng (7,4) có đa thức sinh $g(X) = 1+X+X^3$

Hình 9.7 là bộ mã hoá. Giả sử dãy dữ liệu là 1001. Nội dung các thanh ghi dịch xác định bởi dãy bit vào cho ở bảng dưới. Sau 4 lần dịch nội dung của các thanh ghi dịch, hay là các bit kiểm tra chẵn lẻ sẽ còn là: 011. Do đó từ mã sau cùng nhận được là 0111001.

Trên hình 9.8 là bộ tính đặc trưng của mã Hamming (7,4).

Lần dịch	Lỗi vào	Nội dung thanh ghi
		000 (trạng thái đầu)
1	1	110
2	0	011
3	0	111
4	1	011



Hình 9.8. Tính đặc trưng cho mã dịch vòng (7,4) tạo bởi đa thức sinh $g(X) = 1+X^3+X^4$

Giả sử từ mã truyền là 0111001 và từ nhận được là 0110001. Tức là bit chính giữa bị lỗi. Khi đi vào thanh ghi dịch nội dung từ bước dịch được nêu ra trong bảng. Tại bước dịch cuối trên thanh ghi còn 110. Vì đặc trưng khác không nên từ mã nhận được bị lỗi. Thêm nữa từ bảng mẫu lỗi tương ứng với đặc trưng này là: 0001000. Điều này cho thấy lỗi là bit chính giữa.

Lần dịch	Lỗi vào	Nội dung thanh ghi 000 (trạng thái đầu)
1	1	100
2	0	010
3	0	001
4	0	110
5	1	111
6	1	001
7	0	110

Ví dụ:

Mã độ dài cực đại: Với mọi $m \geq 3$ tồn tại mã độ dài cực đại với các tham số sau:

$$\text{Độ dài khối } n = 2^m - 1$$

$$\text{Số bit bản tin } k = m$$

$$\text{Khoảng cách tối thiểu } d_{\min} = 2^{m-1}$$

Mã độ dài cực đại được tạo bởi đa thức sinh

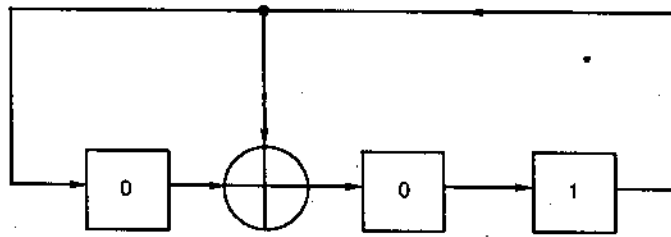
$$g(X) = \frac{1 + X^n}{h(X)} \quad (9.52)$$

Ở đó $h(X)$ là bất kỳ một đa thức nguyên thủy nào bậc m . Vì bất kỳ mã dịch vòng tạo bởi đa thức nguyên thủy đều là mã Hamming có khoảng cách tối thiểu là 3 nên mã độ dài cực đại là đối ngẫu của mã Hamming.

Đa thức $h(X)$ xác định kết nối ngược của bộ mã hoá, còn đa thức sinh $g(X)$ xác định

một chu kỳ của mã độ dài cực đại. Để minh hoạ xét mã (7,3), nó là đối ngẫu của mã Hamming (7,4). Chọn $h(X) = 1+X+X^3$ (9.53)

Ta tìm ra đa thức sinh là: $g(X) = 1+X+X^2+X^4$ (9.54)



Hình 9.9. Bộ mã hoá mã độ dài cực đại (7,3). Trạng thái ban đầu chỉ trên hình

Bộ mã hoá được nêu trên hình 9.9 có chu kỳ mã là $n = 7$. Giả sử trạng thái đầu của bộ mã là 001, ta tìm thấy dãy lỗi ra:

Trạng thái đầu $g(X) = 1+X+X^2+X^4$ (9.55)
001 111 0100

Chú ý là nếu chọn $h(X) = 1+X^2+X^3$ (9.56)

Dãy lỗi ra sẽ đảo ngược theo thời gian.

Một số mã dịch vòng khác

Mã kiểm tra dư dịch vòng (CRC)

Mã vòng rất thích hợp cho việc phát hiện lỗi. Ngoài việc phát hiện nhiều tổ hợp lỗi hay xảy ra, việc thực hiện mã hoá và phát hiện lỗi cũng đơn giản. Do đó các sơ đồ phát hiện lỗi trên thực tế đều dùng mã vòng. Một loại mã hay dùng để phát hiện lỗi là mã CRC (Cyclic redundancy Check).

Ta định nghĩa một cụm lỗi dài B trong một từ n bit nhận được là dãy liên tục B bit nhận được mắc lỗi. Mã CRC nhị phân (n,k) có khả năng phát hiện các mẫu lỗi sau:

1. Tất cả các cụm lỗi dài $\leq n-k$
2. Một phần của cụm lỗi dài $n-k+1$; phần này bằng $1-2^{-(n-k-1)}$
3. Một phần của cụm lỗi dài lớn hơn $n-k+1$; Phần này bằng $1-2^{-(n-k-1)}$
4. Tất cả tổ hợp của $d_{\min}-1$ lỗi hoặc ít hơn
5. Tất cả các mẫu lỗi với một số lẻ lỗi nếu đa thức sinh $g(X)$ của mã có một số chẵn các hệ số khác không.

Bảng sau nêu ra 3 loại mã CRC đã thành chuẩn quốc tế chứa $1+X$ như nhân tử nguyên thủy. Mã CRC-12 dùng cho các ký tự 6 bit. Hai mã còn lại dùng cho các ký tự 8 bit.

Mã	Đa thức sinh $g(X)$	$n-k$
CRC-12	$1+X+X^2+X^3+X^{11}+X^{12}$	12
CRC-16	$1+X^2+X^{15}+X^{16}$	16
CRC-CCITT	$1+X^5+X^{12}+X^{16}$	16

Bảng 9.2. Mã nhị phân BCH có độ dài tới 2^5-1

n	k	t	Đa thức sinh								
7	4	1								1	011
15	11	1								10	011
15	7	2							111	010	001
15	5	3						10	100	110	111
31	26	1								100	101
31	21	2						11	101	101	001
31	16	3				1	000	111	110	101	111
31	11	5			101	100	010	011	011	010	101
31	6	7	11	001	011	011	110	101	000	100	111

Ký hiệu:

n = Độ dài khối

k = Số bit bản tin

t = Số lỗi cực đại có thể phát hiện

Hệ số bậc cao nhất của đa thức sinh $g(X)$ ở phía trái

Mã Bose–Chaudhuri–Hocquenghem (BCH):

Một lớp mã vòng rất mạnh là BCH có các thông số thay đổi rộng, đặc trưng cho bất kỳ số $m \geq 3$ và $t < (2^m - 1)/2$ theo cấu trúc như sau:

Độ dài khối $n = 2^m - 1$

Số bit bản tin $k \geq n - mt$

Khoảng cách tối thiểu $d_{\min} \geq 2t + 1$

Mã BCH là mã sửa t lỗi, nó có thể phát hiện và sửa t lỗi ngẫu nhiên trong một từ mã. Mã Hamming sửa lỗi đơn có thể coi như mã BCH. Mã BCH cho sự lựa chọn mềm dẻo các thông số như độ dài khối, tỷ lệ mã. Thêm nữa với khối có độ dài vài trăm bit hoặc ít hơn, thì BCH là loại tốt nhất so với các mã cùng độ dài khối và tỷ lệ mã. Để thấy được khả năng của mã BCH ta đưa ra bảng sau (bảng 9.2):

Độ dài mã BCH đến $2^5 - 1$. Ví dụ ta muốn cấu tạo mã BCH (15,7) theo bảng ta có 111 010 001 là các hệ số của đa thức sinh nên:

$$g(X) = X^8 + X^7 + X^6 + X^4 + 1 \quad (9.57)$$

Mã Reed Solomon (RS)

Đây là lớp quan trọng của loại mã BCH không nhị phân thường được viết tắt là mã RS. Bộ mã hoá cho RS khác với bộ mã hoá nhị phân là phép nhân bit không theo từng bit riêng rẽ. Mã RS (n, k) được dùng để mã ký hiệu m bit thành các khối có $n = 2^m - 1$ ký hiệu, tức là $m(2^m - 1)$ bit với $m \geq 1$. Như vậy thuật toán mã hoá mở rộng một khối k ký hiệu thành n ký hiệu bằng cách bổ sung thêm $n - k$ ký hiệu dư. Khi m là lũy thừa của 2, ký hiệu m bit được gọi là byte. Giá trị thông thường của m là 8. RS- 8 bit được sử dụng nhiều.

Một mã RS sửa lỗi có các thông số sau:

Độ dài khối $n = 2^m - 1$ ký hiệu

Kích thước bản tin k ký hiệu

Kích thước chẵn lẻ $n - k = 2t$ ký hiệu

Khoảng cách tối thiểu $d_{\min} = 2t + 1$ ký hiệu

Độ dài khối của mã RS nhỏ hơn kích cỡ ký hiệu mã và khoảng cách tối thiểu lớn hơn số ký hiệu kiểm tra. Mã RS có hiệu suất cao đối với bit dư. Độ dài khối, kích thước ký hiệu có thể hiệu chỉnh để phù hợp với một dải kích thước bản tin. Thêm nữa mã RS cung cấp một dải tỷ lệ mã để chọn tối ưu. Cuối cùng có sẵn kỹ thuật giải mã hiệu quả nên loại mã này có ứng dụng rộng rãi.

9.5. Mã chập

Mã khối cần bộ đệm cho cả khối, còn mã chập tuần tự không cần bộ đệm. Bộ tạo mã chập hữu hạn trạng thái gồm M tầng thanh ghi có các đường nối định trước với n bộ cộng modulo 2 và bộ hợp kênh các lỗi ra của các bộ cộng này.

Khi đó dãy bản tin L bit tạo nên $n(L + M)$ bit lỗi ra. Tỷ lệ mã là:

$$R = L / (n(L + M)) \sim 1/n \quad \text{Khi } L \gg M \quad (9.58)$$

Độ dài ràng buộc là số bước dịch mà qua đó một bit đơn có thể ảnh hưởng lên lỗi ra, Thanh ghi dịch có M tầng nên $K = M + 1$ là độ dài ràng buộc.

Ví dụ:

a) $n = 2$, $K = 3$ nên $r = 1/2$ dãy bản tin vào 1 bit một lần và cho ra 2 bit mã (hình 9.10a).

b) k thanh ghi tách biệt, kèm theo bộ chia kênh lỗi vào và hợp kênh lỗi ra. Với $k = 2$, $n = 3$. Mỗi thanh ghi có độ dài ràng buộc $K = 2$, tỷ lệ mã sẽ là $r = 2/3$. Dãy bản tin vào 2 bit một lần và cho ra 3 bit (hình 9.10b).

Mỗi đường nối lỗi ra đến lỗi vào của mã chập được đặc trưng như một đáp ứng xung (đáp ứng của nhánh với ký hiệu cấp lên lỗi vào khi các thanh ghi ở trạng thái không). Cũng vậy có thể đặc trưng mỗi nhánh như số hạng của một đa thức sinh, định nghĩa như biến đổi trễ của đáp ứng xung:

Ký hiệu dãy sinh $(g_0^{(i)}, g_1^{(i)}, \dots, g_M^{(i)})$ là đa thức sinh của nhánh thứ i , ở đó các hệ số $g_k^{(i)}$ là 0 hoặc 1 tương ứng với đa thức sinh ở nhánh thứ i là:

$$g^{(i)}(D) = g_0^{(i)} + g_1^{(i)}D + \dots + g_M^{(i)}D^M, \quad (9.59)$$

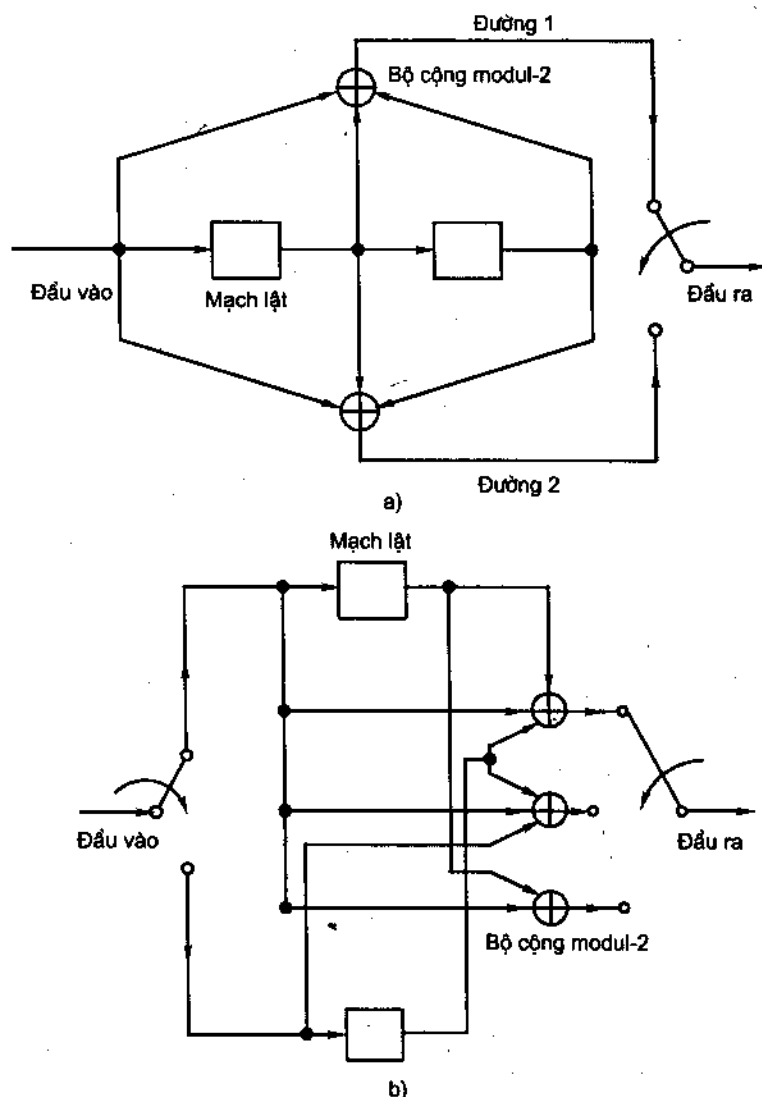
D ký hiệu phần tử trễ

Bộ mã hoá chập đầy đủ được mô tả bằng tập các đa thức sinh $(g^{(1)}(D), g^{(2)}(D), \dots, g^{(n)}(D))$. Thông thường biến D được dùng cho mã chập, còn biến X được dùng cho mã vòng.

Trong ví dụ trên sơ đồ a) có hai nhánh, nhánh 1 có đáp ứng xung là $(1, 1, 1)$ nên:

$$g^{(1)} = 1 + D + D^2 \quad (9.60)$$

$$\text{Nhánh 2 là } (1, 0, 1) \quad g^{(2)}(D) = 1 + D^2. \quad (9.61)$$



Hình 9.10. Các bộ tạo mã chập

Với bản tin (10011) biểu diễn đa thức của nó là:

$$M(D) = 1 + D^3 + D^4. \quad (9.62)$$

Giống như biến đổi Fourier. Phép chập trong miền thời gian được chuyển thành phép nhân trong miền D , vì vậy lối ra của đa thức nhánh 1 là:

$$c_1^{(1)}(D) = g^{(1)}(D)m(D) = (1 + D + D^2)(1 + D^3 + D^4) = (1 + D + D^2 + D^3 + D^6) \quad (9.63)$$

Từ đó ta có lối ra 1 là (1111001)... tương tự lối ra 2 là (1011111). Cuối cùng hợp kênh của 2 lối ra này, ta có dãy mã: $c = (11, 10, 11, 11, 01, 01, 11)$.

Chú ý là bản tin dài $L = 5$ tạo nên dãy mã dài $n(L + K - 1) = 14$ bit.

Ngoài ra để các thanh ghi trở về trạng thái bằng không ban đầu thì phải có $K - 1 = 2$. Số không tại cuối bản tin. Dãy $K - 1$ không này gọi là đuôi bản tin.

Sơ đồ cây, sơ đồ lưới và trạng thái của mã

Sơ đồ cây (còn gọi là cây mã): Mỗi nhánh của cây biểu diễn một ký hiệu lối vào tương

ứng với cặp ký hiệu bit lỗi ra cho trên nhánh. Thông thường lỗi vào 0 là nhánh trên, lỗi vào 1 là nhánh dưới (hình 9.11).

Ví dụ:

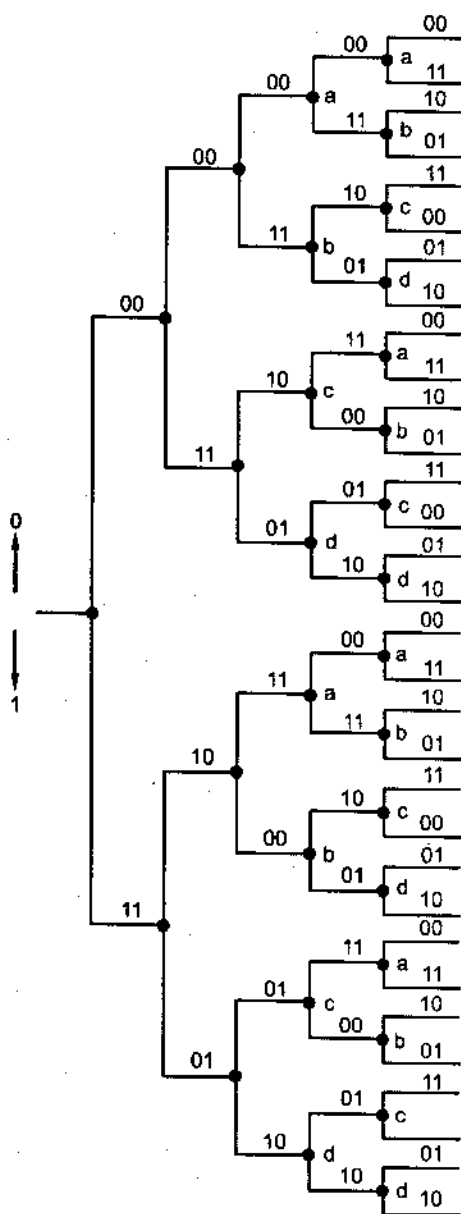
Xét bản tin 10011 cấp lên bộ mã a)
Dãy mã ra sẽ là 11, 10, 11, 11, 01

Sơ đồ lưới: Từ sơ đồ cây ta thấy rằng, cây sẽ lặp lại sau 3 nhánh đầu tiên. Các nút giống nhau sẽ được dán nhãn giống nhau. Theo sơ đồ thì bộ mã có bộ nhớ $M = K - 1 = 2$ bit bản tin nên bit bản tin thứ 3 đi vào thì bit thứ nhất đi ra vì vậy sau 3 nhánh dãy bản tin (100, $m_3, m_4...$) và (000, $m_3, m_4...$) tạo nên ký hiệu mã như nhau và cặp nút cùng tên sẽ giống nhau. Do đó có thể rút sơ đồ cây về sơ đồ lưới: Lúc này lỗi vào 0 sẽ vẽ đường liền còn lỗi vào 1 vẽ đường gián đoạn.

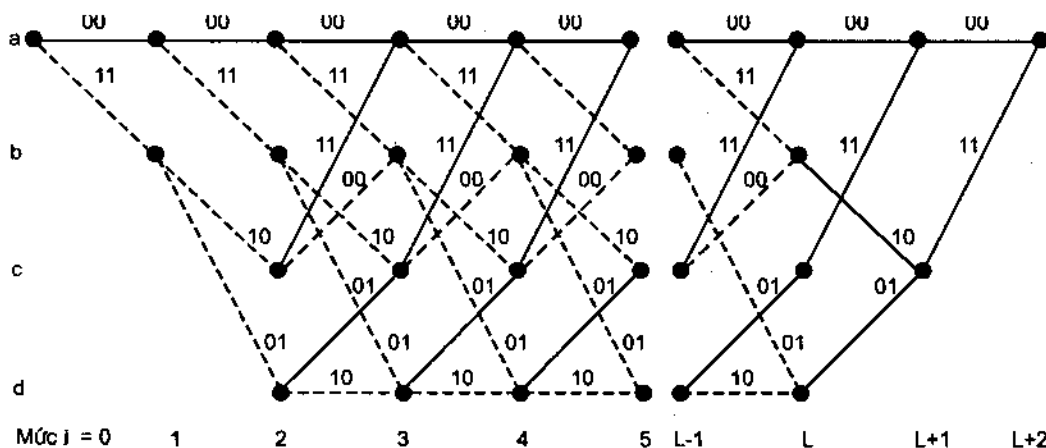
Sơ đồ lưới làm rõ tính chất hữu hạn trạng thái của mã chập. Ta định nghĩa trạng thái của bộ mã tỷ lệ $r = 1/n$ là $K-1$ bit bản tin lưu trên thanh ghi. Khi $K-1 = 2$ ta có 4 trạng thái có thể là: a) 00, b) 10, c) 01, d) 11.

Lưới sẽ chứa $L+K$ mức với L là độ dài bản tin, K là độ dài ràng buộc... $K-1$ mức đầu tiên gắn với nhánh xuất phát từ nút a) Còn $K-1$ mức cuối gắn với việc trở về nút trạng thái a). Tất cả các trạng thái của thanh ghi đều có thể đạt được trong lưới. Xét một cụm lưới từ j đến $j+1$ ($j > 1$) (hình 9.13), các nút trái là 4 trạng thái có thể. Các nút phải biểu diễn tầng tiếp theo. Có thể thay bằng sơ đồ trạng thái (hình 9.14).

Mỗi nút có 2 nhánh vào và 2 nhánh ra. Khi chuyển từ trạng thái này sang trạng thái kia bởi lỗi vào 0 sẽ vẽ bằng đường liền còn bởi lỗi vào 1 sẽ vẽ bằng đường đứt quãng. Trên mỗi nhánh sẽ biểu thị lỗi ra của bộ mã. Với sơ đồ này ta có thể xác định hoàn toàn lỗi ra của bộ mã khi cho bản tin vào.



Hình 9.11. Sơ đồ cây



Hình 9.12. Sơ đồ lưới

Bảng 9.3. Bảng trạng thái cho mã chập của hình 9.10

Trạng thái	Mô tả nhị phân
a	00
b	10
c	01
d	11

9.6. Giải mã theo cách "hợp lý nhất" của mã chập

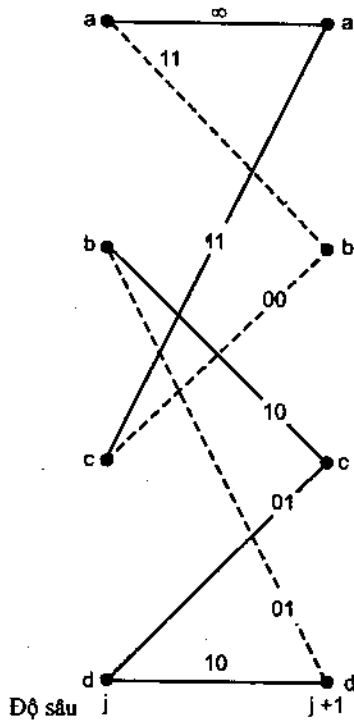
Gọi m là véc tơ bản tin và c là véc tơ mã đưa vào kênh không nhớ rời rạc. r là véc tơ nhận được, do ồn trong kênh mà nó có thể khác c . Bộ giải mã có nhiệm vụ ước lượng bản tin m ứng với từ mã c . Quy tắc ước lượng sao cho xác suất lỗi nhỏ nhất. Từ những kiến thức trước ta thấy rằng đối với bản tin có xác suất ngang nhau xác suất lỗi giải mã sẽ tối thiểu nếu c chọn có hàm log hợp lý nhất (log likelihood function).

Gọi $p(r|c)$ là xác suất điều kiện nhận r khi gửi c . Hàm loga của xác suất này là $\ln p(r|c)$. Quy tắc ước lượng là: Chọn ước lượng c khi tại đó hàm $\ln p(r|c)$ đạt cực đại. Trường hợp kênh là đối xứng nhị phân: cả véc tơ c và r là dãy nhị phân N bit. Hai dãy này khác nhau ở một số vị trí do lỗi đường truyền ký hiệu c_i và r_i là phần tử thứ i của 2 véc tơ ta có:

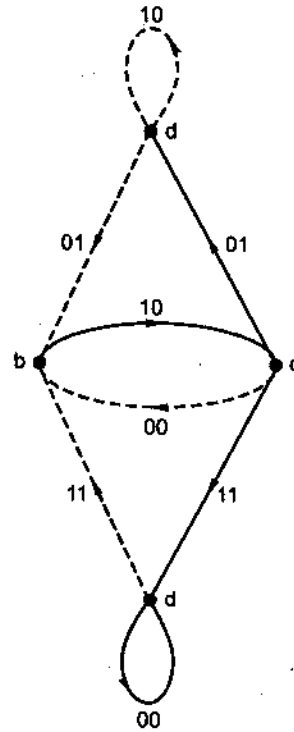
$$p(r|c) = \prod_{i=1}^N p(r_i|c_i) \quad (9.64)$$

Tương ứng

$$\ln p(r|c) = \sum_{i=1}^N \ln p(r_i|c_i) \quad (9.65)$$



Hình 9.13. Một phần trung tâm của lưới



Hình 9.14. Sơ đồ trạng thái của mã chập

Giả sử:

$$p(r_i|c_i) = \begin{cases} p & \text{nếu } r_i \neq c_i \\ 1-p & r_i = c_i \end{cases} \quad (9.66)$$

Và giả sử c và r khác nhau d vị trí (khoảng cách Hamming là d) ta có thể viết

$$\ln p(r|c) = d \ln p + (N-d) \ln(1-p) = d \ln \left(\frac{p}{1-p} \right) + N \ln(1-p) \quad (9.67)$$

Nói chung xác suất lỗi xảy ra là đủ thấp nếu $p < 1/2$. Coi $N \ln(1-p)$ là hằng số, quy tắc lựa chọn rút lại là: Chọn c" sao cho khoảng cách Hamming giữa c" và r là nhỏ nhất. Tức là bộ giải mã xác suất lớn nhất trở thành bộ giải mã số đo (metric) nhỏ nhất. Trong trường hợp này số đo chính là khoảng cách Hamming. Trong bộ giải mã này vectơ nhận được r được so sánh với mỗi vectơ c trong tập hợp vectơ mã để chọn c" gần với r nhất trong không gian Hamming.

Thuật toán Viterbi

Dựa trên giản đồ lưới với 2^{K-1} số nút tại một mức bất kỳ, thuật toán Viterbi cho ta tìm đường đi (trong số các đường đi trên sơ đồ) có khác biệt ít nhất (với từ nhận được) và loại bỏ các nhánh không đạt được điều này. Bằng cách tại mỗi nút của các mức so sánh 2 nhánh cùng đi vào một nút về mức độ khác biệt (khoảng cách) với từ nhận được và loại bỏ nhánh có độ khác biệt cao. Điều này dựa trên nguyên tắc đơn giản: Nếu có một đường đi khác ít nhất với từ mã nhận được thì các đường đi khác có nhánh đâm vào đường này có tích lũy khác biệt (với từ mã nhận được) tính đến nút đâm vào là lớn hơn. Các bước tiến hành của thuật toán như sau:

– Khởi đầu: Dán nhãn tất cả các trạng thái bên trái của lưới.

– Bước tính $j + 1$: với $j = 0, 1, 2$ với giả thiết rằng tại bước j ta đã thực hiện: nhận dạng các nhánh giữ lại, lưu giữ nhánh giữ lại với số đo ứng với mỗi trạng thái của lưới. Tại bước $j+1$ số đo được cộng thêm khi đến mức tiếp theo và lại lưu giữ số đo nhỏ nhất của các nhánh giữ lại.

– Bước cuối cùng: Tiếp tục dò cho đến khi đạt đến nút cuối của lưới (tức là trạng thái không) và lựa chọn đường đi khác ít nhất bằng cách đi ngược lại.

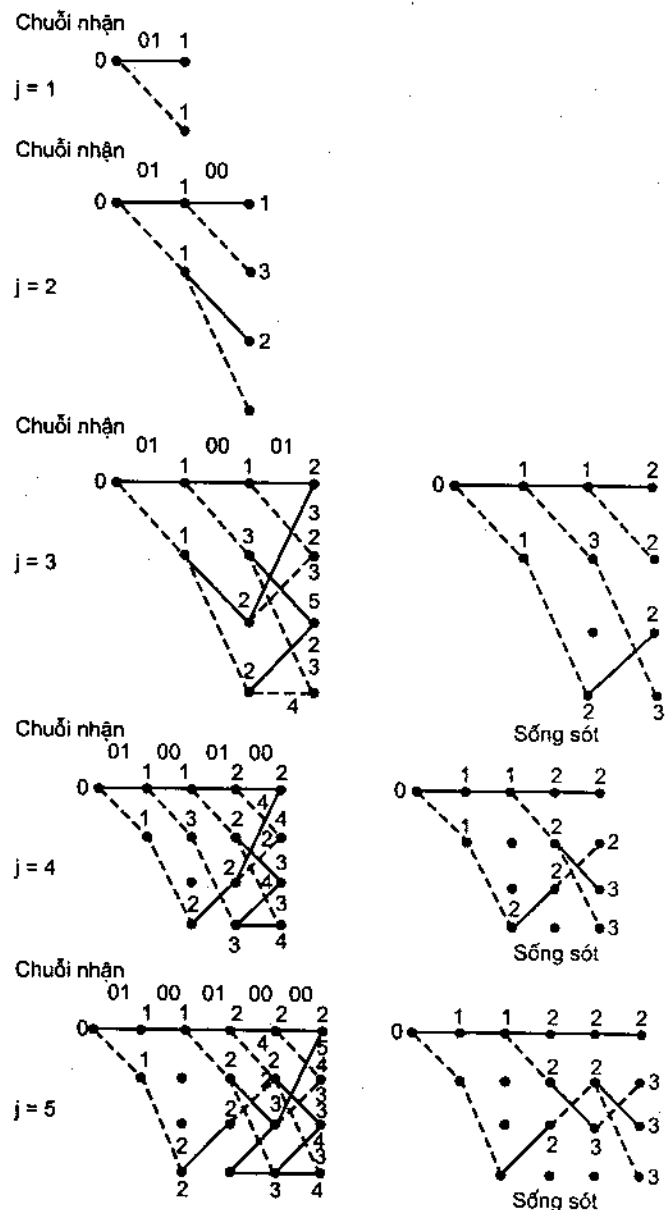
Khi đây nhận được dài sẽ yêu cầu bộ nhớ Viterbi rất cao nên thường áp dụng sự cắt ngắn bộ nhớ: Một cửa sổ giải mã dài l được xác định và thuật toán hoạt động trong khung tương ứng với dãy nhận được và dừng sau l bước. Quyết định sẽ thực hiện trên đường đi tốt nhất theo cách lấy ký hiệu sẽ gắn với nhánh đầu tiên của đường này còn ký hiệu gắn với nhánh cuối của đường sẽ bỏ. Tiếp đó cửa sổ mã lại dịch đi một khoảng và tiến hành trên khung tiếp theo. Giải mã theo cách này không thật sự cho xác suất lớn nhất song chúng có thể cung cấp một cách tốt nhất khi cửa sổ giải mã đủ dài. Kinh nghiệm cho thấy l cỡ 5 lần độ dài ràng buộc K là đủ tốt.

Ví dụ:

Giả sử bộ mã hoá hình 9.10a tạo ra một dãy toàn không rồi gửi qua kênh đối xứng nhị phân. Và dãy nhận được là: (0100010000...). Có hai lỗi do ồn kênh. Ta xem xét việc hiệu chỉnh lỗi này qua thuật toán giải mã Viterbi.

Trên hình 9.15 chỉ ra kết quả ứng dụng thuật toán ở các mức $j = 1, 2, 3, 4, 5$. Ở bước $j = 2$ (lúc đầu) có 4 đường cho 4 trạng thái của bộ mã. Ở mức $j = 3$ chỉ ra các đường đi vào mỗi trạng thái cùng với số đo riêng của nó.

Ở hình bên phải chỉ ra 4 nhánh giữ lại nhờ áp dụng thuật toán ở mức



Hình 9.15. Các bước của thuật toán Viterbi

$j = 3, 4, 5$. Kiểm tra 4 nhánh giữ lại ở mức $j = 5$ ta thấy nhánh toàn không có số đo nhỏ nhất và được giữ lại là nhánh tiến thẳng. Rõ ràng đây toàn không là lựa chọn theo cách hợp lý nhất của thuật toán giải mã phù hợp với dãy được phát.

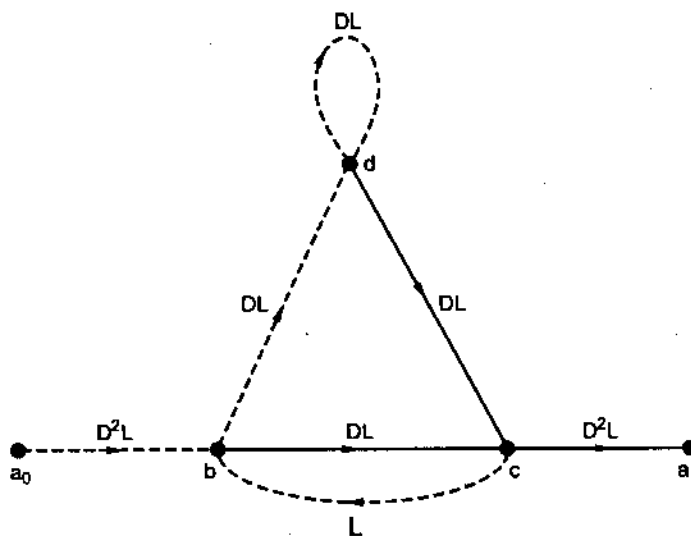
Ví dụ:

Giả sử dãy nhận được chứa 3 lỗi là: (1100010000...). Trên hình 9.16 chỉ ra kết quả ứng dụng thuật toán ở mức $j = 1, 2, 3, 4$.

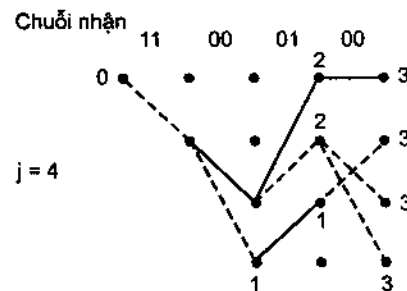
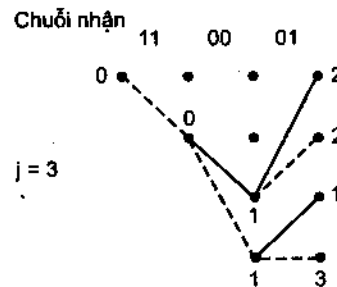
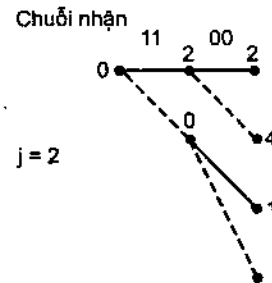
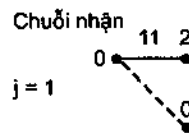
Ta thấy kết quả chính xác đã bị loại trừ ở mức $j = 3$. Rõ ràng mẫu 3 lỗi không thể hiệu chỉnh được bằng thuật toán Viterbi khi áp dụng mã chập tỷ lệ $1/2$ và độ dài ràng buộc $k = 3$. Số dĩ như vậy là mẫu 3 lỗi trải trên một khoảng thời gian dài hơn một độ dài ràng buộc.

Khoảng cách tự do của mã chập

Hiệu năng của mã chập phụ thuộc không chỉ thuật toán giải mã mà còn phụ thuộc tính chất khoảng cách mã (gọi tắt của khoảng cách Hamming giữa hai từ mã). Phép đo khả năng chống ồn là khoảng cách tự do d_{free} . Đó là khoảng cách nhỏ nhất giữa 2 từ mã bất kỳ của bộ mã. Mã chập có thể hiệu chỉnh t lỗi nếu và chỉ nếu $d_{\text{free}} > 2t$ (sơ đồ trạng thái và sửa đổi).



Hình 9.17. Sơ đồ trạng thái đã sửa đổi



Hình 9.16. Các bước của thuật toán Viterbi

Khoảng cách tự do có thể nhận được từ sơ đồ trạng thái bằng cách thay đổi như sau. Bất kỳ một mã khác không đều tương ứng với một đường đi bắt đầu từ 0 và kết thúc là 0 (trạng thái a). Ta tách biệt nút này như hình vẽ và biểu diễn nó như một luồng tín hiệu với lỗi vào và lỗi ra đơn như sau (đồ thị luồng tín hiệu gồm một số nút và nhánh nối):

1. Nhánh sẽ nhân tín hiệu tại nút lỗi vào với đặc trưng truyền của nhánh.
2. Nút sẽ cộng tín hiệu từ các nhánh đến.
3. Tín hiệu từ nút sẽ cấp như nhau cho các nhánh ra.
4. Hàm truyền của hệ là tỷ số tín hiệu lỗi ra với tín hiệu lỗi vào.

Trên hình minh họa, số mũ của D mô tả trọng số Hamming của lỗi ra mã tương ứng với nhánh đó. Số mũ của L luôn bằng 1 vì độ dài mỗi nhánh bằng 1. Ký hiệu $T(D, L)$ là hàm truyền với D, L đóng vai trò biến cầm.

Ví dụ:

$$\begin{aligned} b &= D^2La_0 + Lc \\ c &= DLb + DLd \\ d &= DLb + DLd \\ a_1 &= D^2Lc \end{aligned} \quad (9.68)$$

Giải hệ phương trình này để tính a_1/a_0 ta có hàm truyền

$$T(D, L) = \frac{D^5 L^3}{1 - DL(1 + L)} \quad (9.69)$$

Dùng khai triển nhị thức có thể viết:

$$T(D, L) = D^5 L^3 \sum_{i=0}^{\infty} (DL(1 + L))^i \quad (9.70)$$

Cho $L = 1$, ta có hàm truyền khoảng cách:

$$T(D) = D^5 + 2D^6 + 4D^7 + \dots \quad (9.71)$$

Vì khoảng cách tự do là khoảng cách Hamming tối thiểu và hàm truyền khoảng cách $T(D)$ đếm số từ mã là một phần khoảng cách đã cho nên số mũ của số hạng thứ nhất trong khai triển của $T(D)$ xác định khoảng cách tự do, và trong ví dụ trên ta có $d_{\text{free}} = 5$ (của mã chập). Kết quả này cho thấy mã có thể sửa được 2 lỗi trong dãy truyền.

Trong việc dùng hàm truyền khoảng cách để tính khoảng cách tự do ta đã giả thiết dãy lũy thừa theo biến trễ đơn vị D là hội tụ. Nếu $T(D)$ không hội tụ sẽ có một số vô hạn lỗi giải mã gây bởi một số hữu hạn lỗi truyền. Lúc này mã chập sẽ là đối tượng truyền lỗi. Mã chập hệ thống không gây nên tình huống này song độ dài ràng buộc của nó lại nhỏ hơn mã chập không hệ thống.

Độ lợi mã tiệm cận

Hàm truyền của sơ đồ trạng thái sửa đổi được dùng để tính biên tốc độ lỗi bit (giới hạn trên) của sơ đồ giải mã. Ở đây ta tính theo hai loại kênh đối xứng nhị phân và kênh AWGN với lỗi vào nhị phân. Giả sử dùng PSK với tách đồng bộ:

1. Kênh đối xứng nhị phân có thể mô hình như kênh ồn AWGN với điều chế PSK và giải điều chế quyết định cứng. p (xác suất chuyển) bằng tỷ lệ lỗi bit của hệ PSK không mã. Với giá trị E_b/N_0 lớn, tỷ lệ lỗi bit của PSK không mã phụ thuộc nhân từ $\exp(-E_b/N_0)$. Mặt

khác tỷ lệ lỗi bit cũng với điều chế này với mã chập phụ thuộc nhân từ $\exp(-f_{\text{free}} r E_b / 2N_0)$ ở đó r là tỷ lệ mã còn d_{free} ($d_{\text{tr do}}$) là khoảng cách tự do của mã chập. Do đó phẩm chất của hệ trong việc sửa lỗi bằng cách dùng mã với quyết định cứng được xác định theo độ lợi mã tiệm cận (decibel):

$$G_a = 10 \log_{10} \left(\frac{d_{\text{free}} r}{2} \right) \text{dB} \quad (9.72)$$

2. Với kênh AWGN không nhớ với lỗi vào nhị phân và lỗi ra không lượng tử (tức là biên độ trong khoảng $-\infty, \infty$). Lý thuyết đã cho thấy với E_b/N_0 lớn tỷ lệ bit lỗi với PSK có mã hoá phụ thuộc $\exp(-d_{\text{free}} r E_b / N_0)$. Trong trường hợp này

$$G_a = 10 \log_{10}(d_{\text{free}} r) \text{dB} \quad (9.73)$$

Độ lợi mã này là lớn hơn trường hợp kênh đối xứng nhị phân 3dB. Nói cách khác đối với E_b/N_0 lớn bộ phát cho kênh nhị phân đối xứng phải phát tăng thêm 3 dB công suất để có cùng hiệu quả chống lỗi. Rõ ràng bộ giải điều chế lỗi ra không lượng tử ưu điểm hơn bộ giải điều chế dùng quyết định cứng. Độ lợi này tuy nhiên lại làm giá thành và độ phức tạp của bộ giải mã tăng do yêu cầu chấp nhận lỗi vào analog.

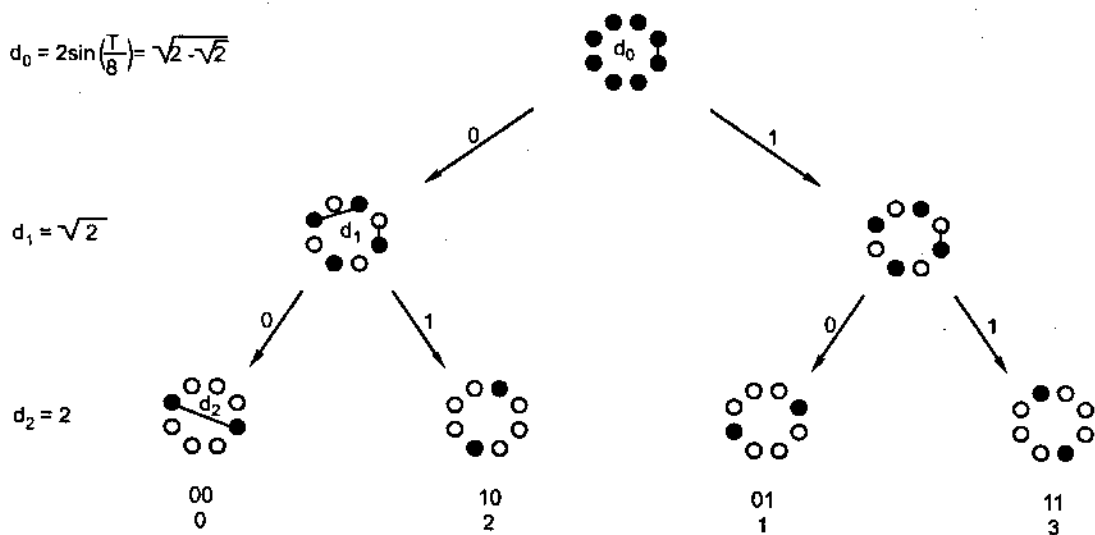
Hệ số mã tiệm cận của kênh AWGN lỗi vào nhị phân xấp xỉ 0,25 dB với kênh lỗi vào nhị phân, lỗi ra $Q = 8$ mức không nhớ. Điều này có nghĩa có thể tránh được bộ giải mã analog bằng cách dùng bộ giải mã quyết định mềm có hữu hạn giá trị lượng tử và chọn lỗi ra gần tối ưu.

9.7. Điều chế mã lưới

Theo cách truyền thông mã hoá tách biệt với điều chế tại bộ phát, và cũng vậy đối với giải mã và giải điều chế ở bộ thu. Sửa lỗi cung cấp thêm bit dư tại bộ mã hoá làm chậm tốc độ thông tin trên kênh có độ rộng băng cố định. Hiệu suất phổ được trao đổi với hiệu suất công suất. Để có được hiệu suất cao hơn về phổ và công suất có thể gộp bộ mã hoá và điều chế vào một khối chức năng thực hiện cùng một lúc. Ta định nghĩa lại bộ mã khi đó như là quá trình tạo ra những mẫu nhất định cho tín hiệu truyền (thực chất bao hàm ý tưởng của mã chắn lè).

Bảng 9.3. Khoảng cách tự do cực đại có thể nhận được với mã chập hệ thống và không hệ thống tại tỷ lệ 1/2

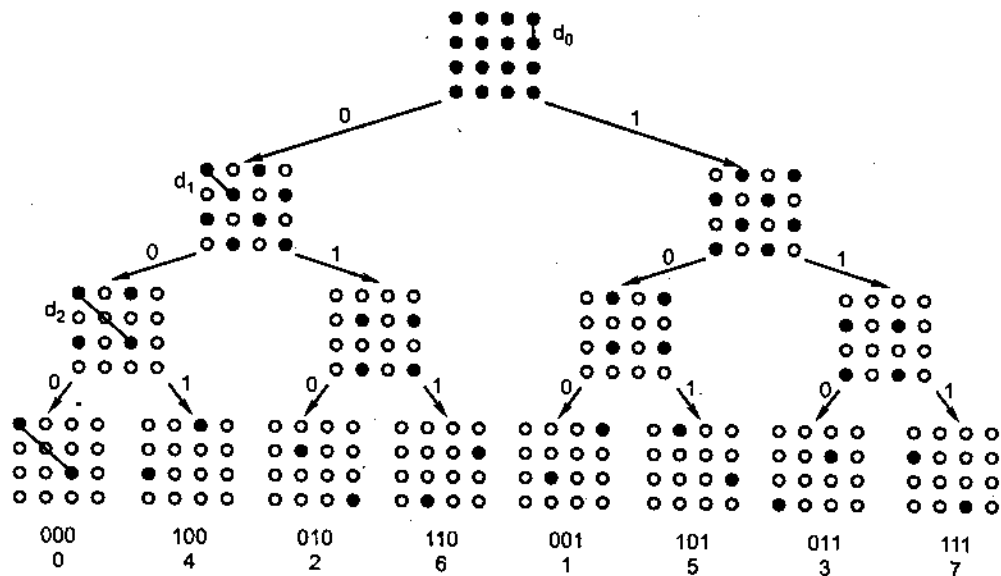
Chiều dài K	Hệ thống	Không hệ thống
2	3	3
3	4	5
4	4	6
5	5	7
6	6	8
7	6	10
8	7	10



Hình 9.18. Phân chia chòm sao 8-PSK

Mã lưới cho kênh băng giới hạn là kết quả của tổ hợp điều chế và mã hoá (TCM). Điều chế này tạo nên tín hiệu có ba đặc điểm sau:

1. Số điểm tín hiệu trên giản đồ sao lớn hơn số điểm yêu cầu cho dạng điều chế quan tâm, với cùng tốc độ dữ liệu. Số điểm bổ sung dành làm dư thừa cho mã sửa lỗi tiến mà không thêm độ rộng băng.
2. Mã chập dùng để tạo nên một sự phụ thuộc nhất định giữa các điểm tín hiệu nối tiếp, sao cho chỉ những mẫu tín hiệu nhất định hay dãy những điểm tín hiệu là được phép.

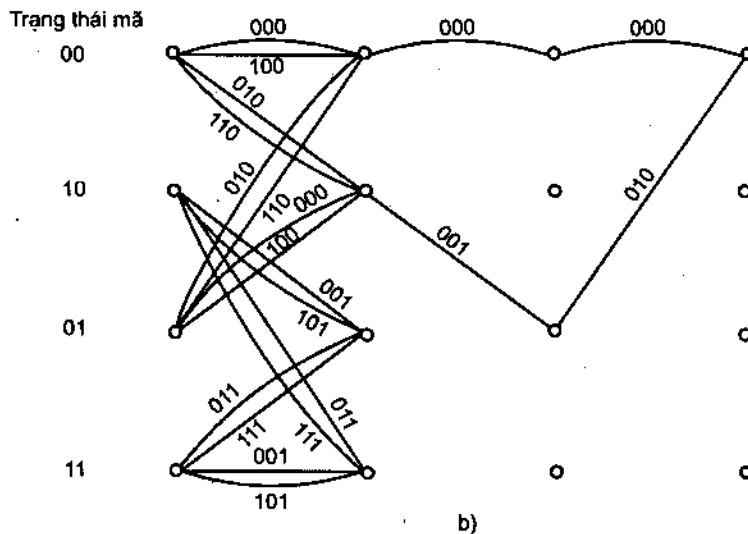
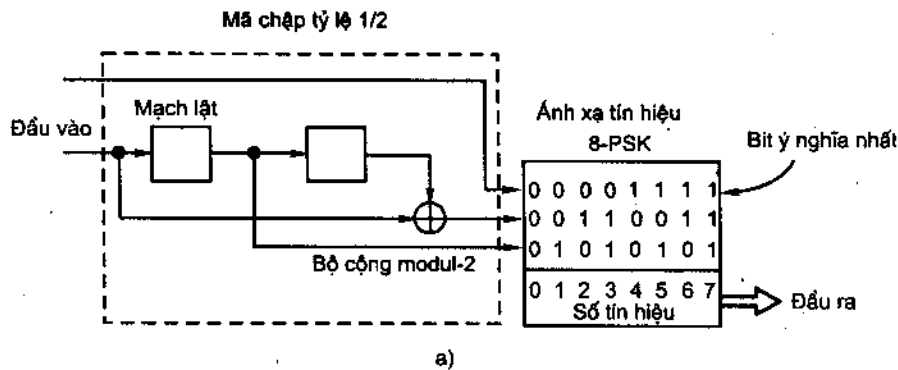


Hình 9.19. Phân chia chòm sao 16-QAM

3. Giải mã quyết định mềm được dùng trong bộ thu, trong đó dãy được phép của những tín hiệu được mô hình như cấu trúc lưới (do vậy có tên là mã lưới).

Yêu cầu thứ ba nói trên là kết quả của việc dùng chòm sao tín hiệu lớn. Bằng việc tăng kích thước chòm sao xác suất lỗi ký hiệu tăng khi tỷ số tín hiệu/ồn cố định (vì các điểm tín hiệu gần nhau hơn). Vì vậy với giải mã quyết định cứng ta bị mất mát trước khi bắt đầu giải mã. Giải mã quyết định mềm giải quyết vấn đề này tốt hơn. Khi kênh có AWGN, giải mã theo cách hợp lý nhất của mã lưới là tìm đường đi qua lưới với khoảng cách Euclide nhỏ nhất với dãy nhận được. Do đó khi thiết kế mã lưới cần chú trọng làm cực đại khoảng cách Euclide giữa các vectơ mã (chứ không phải làm cực đại khoảng cách Hamming như trong mã kiểm soát lỗi FEC).

Phương pháp được dùng để thiết kế mã lưới là chia giản đồ chòm sao M mức thành 2, 4, 8 tập con có khoảng cách Euclide tối thiểu giữa các điểm tín hiệu tăng theo. Trên hình 9.18 minh họa quá trình chia liên tiếp chòm sao tròn 8-PSK thành 2, 4 tập con có khoảng cách Euclide tăng dần $d_0 < d_1 < d_2$. Còn hình 9.19 minh họa việc phân chia chòm sao 16-QAM thành các phần có: $d_0 < d_1 < d_2 < d_3$.



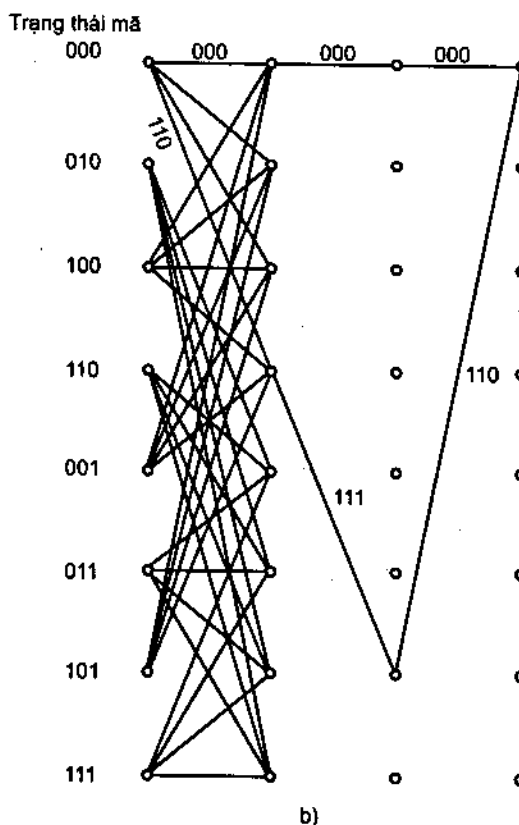
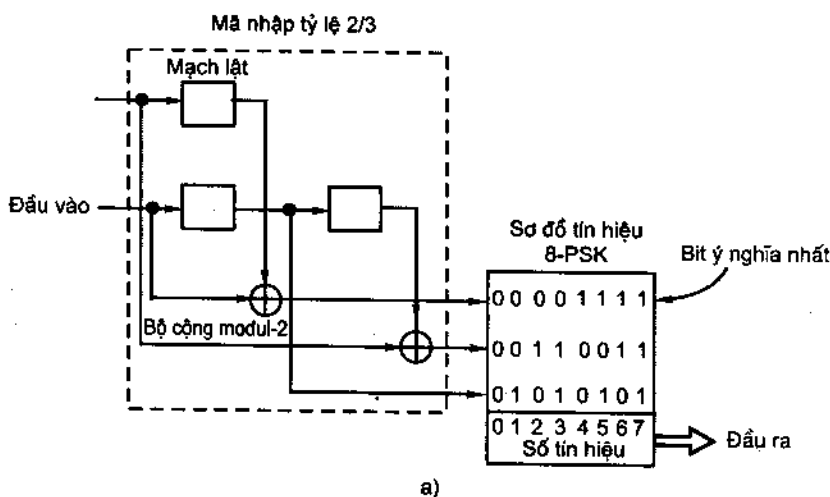
Hình 9.20. a) Mã Ungerboeck bốn trạng thái cho 8-PSK... b) Lưới

Để gửi n bit/ký hiệu trong điều chế cầu phương ta bắt đầu với chòm sao 2^{n+1} điểm. Một hoặc 2 bit tới đem lại mã chập tỷ lệ 1/2 hoặc 2/3, kết quả là 2 hay 3 bit mã/ký hiệu sẽ xác

định tập con lựa chọn. Bit dữ liệu không mã còn lại xác định điểm cụ thể trong tập con chọn làm tín hiệu. Kiểu mã này gọi là mã Ungerboeck. Vì bộ điều chế có nhớ, ta có thể dùng thuật toán Viterbi để tách dây hợp lý nhất tại bộ thu. Mỗi nhánh trong lưới của mã Ungerboeck tương ứng với tập con chữ không phải điểm tín hiệu. Bước đầu tiên của việc tách là xác định điểm tín hiệu trong tập con gần nhất với điểm tín hiệu nhận được (theo khoảng cách Euclide). Điểm tín hiệu xác định như vậy và số đo của nó được dùng cho nhánh đang xét và thuật toán Viterbi được xử lý như cách thông thường.

Mã Ungerboeck cho 8-PSK

Sơ đồ trên hình 9.20a mô tả mã Ungerboeck 8-PSK đơn giản cho truyền 2bit/ký hiệu. Dùng mã chập tỷ lệ 1/2 tương ứng với lưới mã bên dưới có 4 trạng thái. Chú ý là bit có trọng số lớn nhất nằm ở bên trái từ mã là bit không mã. Vì vậy mỗi nhánh của lưới tương ứng với hai giá trị ra khác nhau của bộ điều chế 8-PSK hay một trong 4 tập con 2 điểm trên hình 9.20b. Lưới ở hình này chứa nhánh có khoảng cách nhỏ nhất. Sơ đồ tiếp sau hình 9.21 là một loại mã Ungerboeck 8-PSK khác để truyền 2bit/mẫu ở mức phức tạp hơn. Sử dụng mã chập 2/3, vì thế lưới tương ứng có 8 trạng thái. Do đó cả 2 bit trong từ nhị phân tới đều được mã và mỗi nhánh của lưới tương ứng với giá trị ra xác định của bộ điều chế 8-PSK. Lưới trong hình cũng chứa nhánh có khoảng



Hình 9.21. a) Mã Ungerboeck tám trạng thái cho 8-PSK; b) Lưới

cách cực tiểu. Ở kiểu mã trước các trạng thái của bộ mã được xác định bằng nội dung của thanh ghi dịch hai tầng. Còn ở kiểu mã sau nội dung được xác định theo nội dung thanh ghi dịch đơn (phía trên) kèm theo sau là thanh ghi dịch hai tầng (phía dưới).

Độ lợi mã tiệm cận

Theo mục trước ta xác định độ lợi mã tiệm cận của mã Ungerboeck là:

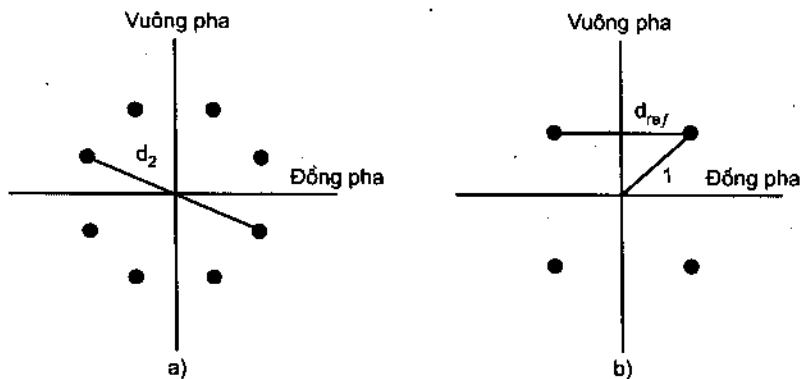
$$G_a = 10 \log_{10} \left(\frac{d_{\text{tự do}}^2}{d_{\text{tham chiếu}}^2} \right) \quad (9.74)$$

Ở đó $d_{\text{tự do}}$ là khoảng cách Euclide tự do của mã và $d_{\text{tham chiếu}}$ là khoảng cách Euclide tối thiểu của sơ đồ điều chế không mã hoạt động với cùng mức năng lượng tín hiệu/bit. Ví dụ dùng mã Ungerboeck 8-PSK chòm sao có 8 điểm tín hiệu và gửi 2 bit bản tin/điểm. Vì truyền không mã yêu cầu chòm sao có 4 điểm nên có thể coi 4-PSK không mã như là tham chiếu. Mã Ungerboeck 8-PSK đạt được độ lợi mã tiệm cận là 3dB. Cách tính như sau:

1. Mỗi nhánh của lưới trên hình 9.21 tương ứng với tập con 2 điểm tín hiệu đối nhau. Do đó khoảng cách Euclide tự do $d_{\text{tự do}}$ không lớn hơn d_2 giữa các điểm đối nhau trong tập.

$$d_{\text{tự do}} = d_2 = 2$$

2. Khoảng cách Euclide tối thiểu của QPSK không mã được coi như tham chiếu với cùng năng lượng tín hiệu/bit.



Hình 9.22. Giản đồ không gian tín hiệu để tính độ lợi mã tiệm cận

Bảng 9.4. Độ lợi mã tiệm cận của mã Ungerboeck 8-PSK, tương ứng với không mã 4-PSK

Số trạng thái	4	8	16	32	64	128	256	512
Độ lợi mã (dB)	3	3,6	4,1	4,6	4,8	5	5,4	5,7

$$D_{\text{tham chiếu}} = \sqrt{2} \quad (9.75)$$

Do đó:

$$G_a = 10 \log_{10} \left(\frac{d_{\text{tự do}}^2}{d_{\text{tham chiếu}}^2} \right) = 10 \log_{10} 2 = 3 \text{ dB} \quad (9.76)$$

Độ lợi mã tiệm cận của mã Ungerboeck tăng theo số trạng thái trong mã chập (xem bảng 9.4).

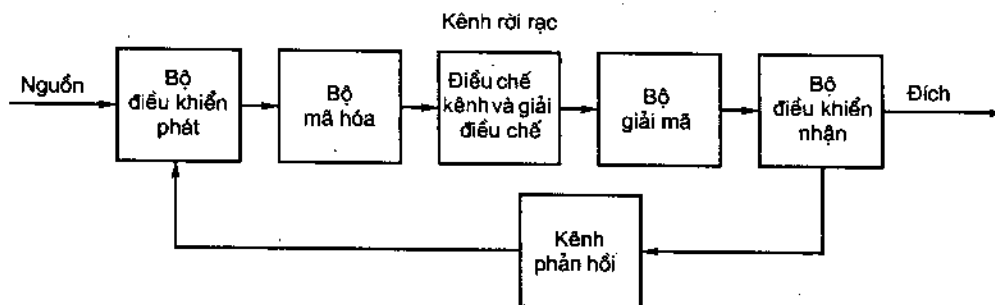
Chú ý là sẽ đạt tới 6dB yêu cầu mã với số trạng thái rất lớn.

9.8. Mã hoá cho kênh lỗi hỗn hợp

Trong nhiều kênh truyền thông thực tế có hỗn hợp thống kê *lỗi độc lập* và *lỗi cụm*. Ví dụ trong kênh điện thoại, lỗi cụm là do ồn xung của các thiết bị chuyển mạch. Trong kênh radio lỗi cụm do bầu khí quyển, đa đường và can nhiễu từ người dùng băng tần khác.

Một phương pháp cơ bản để chống lỗi trên kênh lỗi hỗn hợp là yêu cầu phát lại tự động (ARQ) (cách cổ điển nhất). Hệ thống này sử dụng kênh phản hồi để yêu cầu phát lại bản tin. Hệ thống ARQ đơn giản nhất sử dụng chiến thuật start và stop:

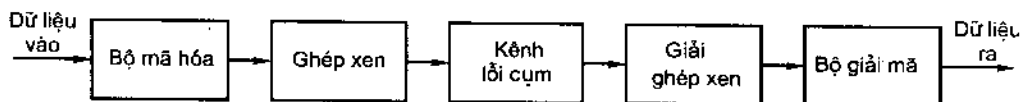
1. Khối dữ liệu được mã hoá thành từ mã để phát trên kênh.
2. Bộ phát dừng và chờ đến khi nhận được (qua kênh ngược) xác nhận tốt hay yêu cầu phát lại.



Hình 9.23. Sơ đồ khối cho hệ thống ARQ

Rõ ràng chiến thuật này chỉ yêu cầu phát hiện lỗi ở bộ thu (chứ không phải vừa phát hiện lỗi vừa sửa). Việc truyền dữ liệu không lỗi nhận được bằng cách chọn đúng mã phát hiện lỗi, mã kiểm tra dư vòng (CRC). Hơn nữa kênh phản hồi phải không có ồn. Điều này không phải là hạn chế lớn vì thông tin truyền qua kênh ngược có tốc độ thấp nên chỉ cần một ít lượng dư bổ sung để đảm bảo truyền ngược tin cậy.

Một phương pháp hiệu quả và có tính trực tiếp khác là dùng *mã ghép xen* trên kênh lỗi cụm.



Hình 9.24. Sơ đồ khối dùng ghép xen cho kênh lỗi cụm

Với cách này kênh lỗi cụm được biến đổi thành kênh lỗi độc lập mà với nó nhiều kỹ thuật mã sửa lỗi tiến có thể được sử dụng. Sơ đồ chỉ trên hình 9.24: Bộ phát gồm bộ mã hoá kèm theo sau là bộ ghép xen (tức là xáo trộn dòng dữ liệu đã mã hoá theo một cách xác định). Các bit nối tiếp sau khi xáo trộn sẽ cách nhau một khoảng. Tại bộ thu có bộ giải ghép xen. Tổ hợp ghép xen và sửa lỗi hướng thuận cho phép khắc phục lỗi trong kênh lỗi cụm.

9.9. Kết luận

Trong mã FEC phân giải mã phức tạp hơn phân mã hoá, đồng thời mã hoá tách biệt với điều chế. Điều chế mã lưới đưa ra giải pháp kết hợp mã hoá và điều chế cùng lúc cho phép tăng độ lợi mã so với điều chế đa mức không mã mà không đòi hỏi thêm độ rộng băng. Một lớp quan trọng của mã lưới là Mã Ungerboeck ở đó điều chế đa mức (pha hay biên độ) được tổ hợp với mã chập. Tại bộ thu thuật toán Viterbi được dùng để tách theo cách hợp lý nhất. Như vậy hệ đạt được độ lợi mã hoá từ 3–6dB với hiệu suất phổ bằng hay lớn hơn 2bit/Hz. Đây là giá trị mà nhiều phép xử lý trên kênh băng giới hạn mong muốn.

Bài tập

Mã khối tuyến tính

1. Trong mã kiểm tra chẵn lẻ đơn, 1 bit kiểm tra b_1 được thêm vào k bit bản tin $m_1, m_2, \dots, m_k$ sao cho:

$$m_1 + m_2 + \dots + m_k + b_1 = 0 \pmod{2}$$

Với $k = 3$ hãy thiết lập 2^k từ mã có thể theo quy tắc trên.

2. So sánh mã kiểm tra chẵn lẻ của mã Hamming (7,4) với mã lặp lại (4,1).
3. Khoảng cách thiết kế của mã khối tuyến tính (n,k) được định nghĩa bằng $n-k+1$. Chứng tỏ rằng khoảng cách tối thiểu của mã không vượt quá khoảng cách thiết kế.
4. Xét mã lặp lại (5,1). Tính đặc trưng s cho các mẫu lỗi sau:
a) Tất cả 5 mẫu lỗi đơn có thể;
b) Tất cả 10 mẫu lỗi kép có thể.

Mã vòng

5. Đối với ứng dụng chỉ cần phát hiện lỗi, có thể dùng mã không hệ thống. Ta xét một mã vòng có $g(D)$ là đa thức sinh, $m(D)$ là bản tin. Từ mã khi đó được định nghĩa là:

$$x(D) = m(D)g(D).$$

Áp dụng cho mã Hamming (7,4) có đa thức sinh là:

$$g(D) = 1 + D + D^3$$

Xác định 16 từ mã trong tập mã và khẳng định tính không hệ thống của mã.

6. Đa thức sinh của mã Hamming (15,11) là:

$$g(D) = 1 + D + D^4$$

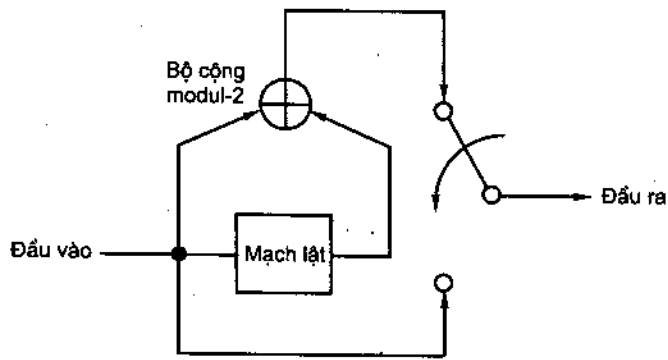
Xây dựng bộ mã và bảng tính đặc trưng cho mã này dùng dạng hệ thống.

7. Xét mã Reed–Solomon (31,15)

- a) Có bao nhiêu bit trong ký hiệu mã;
b) Độ dài của khối theo bit;
c) Khoảng cách tối thiểu của mã;
d) Có bao nhiêu ký hiệu lỗi có thể sửa được;
e) Độ dài của một lỗi cụm đồng pha mà mã có thể sửa được.

Mã chập

8. Xét mã chập $r = 1/2$ có độ dài ràng buộc $K = 2$ như trên hình 9.25. Mã là hệ thống. Tìm lỗi ra bộ mã khi lỗi vào là 10111.



Hình 9.25. Sơ đồ tạo mã chập

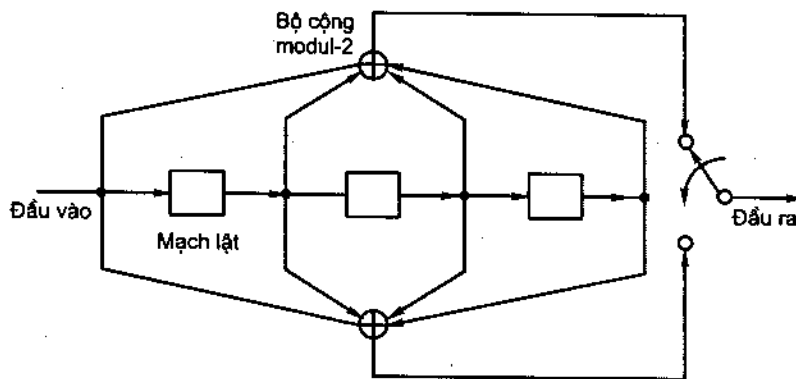
9. Mã chập là thanh ghi 2 tầng ($K = 3$). Ba bộ cộng modul-2 và một bộ hợp kênh lỗi ra. Dãy sinh của bộ mã là:

$$g^{(1)} = (1, 0, 1)$$

$$g^{(2)} = (1, 1, 0)$$

$$g^{(3)} = (1, 1, 1)$$

Vẽ sơ đồ khối của bộ mã



Hình 9.26. Sơ đồ tạo mã chập

10. Xây dựng cây mã cho bộ mã trên hình 9.26. Vẽ đường đi qua cây tương ứng với bản tin là 10111...

Phụ lục A

TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG THÔNG DÀI

Ta nói tín hiệu $g(t)$ là thông dài nếu biến đổi Fourier của nó cho giá trị trong dải $2W$ xung quanh tần số $\pm f_c$ (với $W \ll f_c$). Gọi $\hat{g}(t)$ là tín hiệu phức thông thấp có phổ giới hạn trong $[-W, W]$ (tâm tại gốc tọa độ) và là kết quả dịch tần một lượng f_c từ cụm bên phải của tín hiệu thông dài (không kể sai khác một nhân tử là 2). $\hat{g}(t)$ gọi là đường bao phức của tín hiệu thông dài. Dùng tính chất dịch tần trong biến đổi Fourier, có thể định nghĩa tín hiệu thông dài là:

$$g(t) = \text{Re}[\hat{g}(t)\exp(j2\pi f_c t)].$$

Vì $\hat{g}(t)$ giá trị phức có thể biểu diễn:

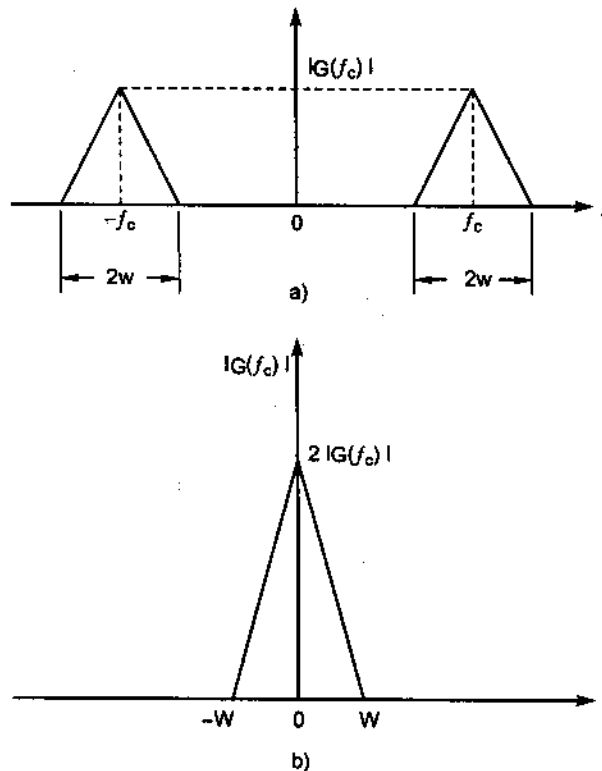
$$\hat{g}(t) = g_I(t) + jg_Q(t)$$

Đồng thời

$$\exp(j2\pi f_c t) = \cos(2\pi f_c t) + j\sin(2\pi f_c t)$$

Nên tín hiệu thông dài có thể biểu diễn:

$$g(t) = g_I(t)\cos(2\pi f_c t) - g_Q(t)\sin(2\pi f_c t)$$



A.1. Phổ độ lớn tín hiệu: a) thông dài và b) hình bao phức tương đương

Hình bao phức có thể được coi như vectơ thay đổi theo thời gian trong mặt phẳng gốc $g_I g_Q$. Điểm cuối của vectơ chuyển động trong mặt phẳng, đồng thời mặt phẳng quay với tốc độ góc $2\pi f_c$ radian/giây. Tín hiệu $g(t)$ là hình chiếu của vectơ này trên đường cố định. Cả hai $g_I(t)$ và $g_Q(t)$ được giới hạn trong $[-W, W]$, chúng có thể tạo từ tín hiệu thông dải theo sơ đồ (hình A_{1a}). Các bộ lọc thông thấp là lý tưởng và có độ rộng bằng W . Để tạo $g(t)$ từ các thành phần đồng pha và vuông pha dùng sơ đồ tiếp theo hình A_{2a}. Đây là hai sơ đồ cơ sở của hệ thống điều chế tuyến tính.

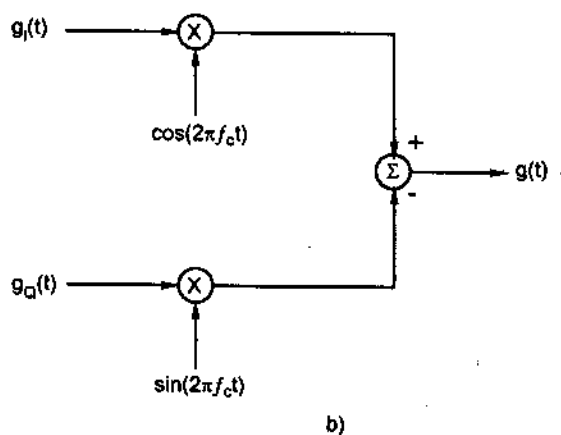
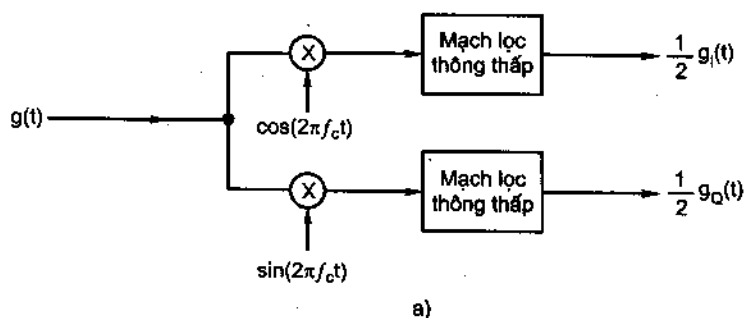
Cũng có thể biểu diễn đường bao phức $\hat{g}(t)$ theo tọa độ cực

$$\hat{g}(t) = a(t) \exp[j\phi(t)]$$

Khi đó:

$$g(t) = a(t) \cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$$

$a(t)$ gọi là hình bao tự nhiên và $\phi(t)$ gọi là pha của tín hiệu thông dải. Các thông tin chứa trong tín hiệu trong dải $g(t)$ được biểu diễn đầy đủ trong hình bao phức $\hat{g}(t)$.



A.2. Tạo và tách tín hiệu thông dải

Biểu diễn phức của hệ thống dải

Việc phân tích một hệ thống thông dải có thể được làm đơn giản bằng một sự tương đương giữa hệ thông thấp và thông dải.

Tín hiệu dải hẹp $x(t)$ có thể biểu diễn:

$$x(t) = \text{Re}[\hat{x}(t)\exp(j2\pi f_c t)] = \frac{1}{2}[\hat{x}(t)\exp(j2\pi f_c t) + \hat{x}^*(t)\exp(j2\pi f_c t)]$$

Ở đó $\hat{x}^*(t)$ là liên hợp phức của $\hat{x}(t)$. Thực hiện sang biến đổi Fourier hai vế, dùng tính chất dịch tần và liên hợp phức

$$X(f) = \frac{1}{2}[\hat{X}(f - f_c) + \hat{X}^*(-f - f_c)]$$

Do tín hiệu $x(t)$ là thực nên $X^*(f) = X(-f)$ và do $\hat{X}(f)$ biểu diễn hàm truyền thông thấp với $|f| \leq W$ và $W < f_c$; nên từ phương trình trên ta có:

$$\hat{X}(f - f_c) = \begin{cases} 2X(f) & f > 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases} \quad \text{và} \quad \hat{X}^*(-f - f_c) = \begin{cases} 0 & f > 0 \\ 2X^*(f) & f < 0 \end{cases}$$

Giả sử tín hiệu $x(t)$ cấp lên hệ thống dải LTI có đáp ứng xung $h(t)$ và hàm truyền $H(f)$. Giả sử đáp ứng tần số của hệ giới hạn trong $\pm B$ xung quanh f_c . Độ rộng băng $2B$ của hệ thống thường hẹp hơn $2W$ của tín hiệu. Ta muốn biểu diễn đáp ứng xung thông dải $h(t)$ thành hai thành phần đồng pha và vuông pha:

$$h(t) = 2h_I(t)\cos(2\pi f_c t) - 2h_Q(t)\sin(2\pi f_c t)$$

Nhân tử 2 được đưa thêm để thuận tiện các bước sau. Ta cũng có đáp ứng xung phức của hệ thông dải là:

$$\hat{h}(t) = h_I(t) + jh_Q(t)$$

$$h(t) = \text{Re}[\hat{h}(t)\exp(j2\pi f_c t)]$$

Chú ý rằng $h_I(t)$ và $h_Q(t)$, $\hat{h}(t)$ đều là các hàm thông thấp giới hạn trong $[-W, W]$.

Sau đó tương tự như trên ta có:

$$H(f) = \frac{1}{2}[\hat{H}(f - f_c) + \hat{H}^*(-f - f_c)]$$

$$\text{Và} \quad \hat{H}(f - f_c) = \begin{cases} 2H(f) & f > 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases} \quad \hat{H}^*(-f - f_c) = \begin{cases} 0 & f > 0 \\ 2H^*(f) & f < 0 \end{cases}$$

Giả sử $x(t)$ và $H(f)$ là tín hiệu thông dải và hàm truyền của hệ có phổ xung quanh f_c . $y(t)$ là tín hiệu lối ra của hệ cũng sẽ là thông dải.

$$\text{Và} \quad y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau \quad \text{với} \quad y(t) = \text{Re}[\hat{y}(t)\exp(j2\pi f_c t)]$$

Trong miền tần số ta có: $Y(f) = H(f)X(f)$

Thay vào các phương trình trên ta có:

$$Y(f) = \frac{1}{2}[\hat{H}(f - f_c)\hat{X}(f - f_c) + \hat{H}^*(-f - f_c)\hat{X}^*(-f - f_c)]$$

Đơn giản các kết quả. Đặc biệt các tích chéo $\hat{H}(f - f_c)\hat{X}^*(f - f_c)$ và

$\hat{H}^*(f - f_c)\hat{X}(f - f_c)$ bằng không. Ta cũng có biến đổi Fourier của đường bao lỗi ra phức là: $\hat{Y}(f - f_c) = \hat{H}(f - f_c)\hat{X}(f - f_c)$

Hay tương đương $\hat{Y}(f) = \hat{H}(f)\hat{X}(f)$. Chuyển sang miền thời gian:

$$\hat{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{h}(\tau)\hat{x}(t - \tau)d\tau = \hat{h}(t) * \hat{x}(t)$$

Kết quả này cho thấy khi làm việc với tín hiệu và hệ thống thông dải, ta chỉ cần quy về hệ thống và tín hiệu tương đương thông thấp.

Phụ lục B CÁC HỆ THỨC WIENER-KHINTCHINE

Hàm tự tương quan $R_X(\tau)$ cung cấp tham số thống kê bậc 2 của một quá trình dừng. Liên quan đến tham số này là mật độ phổ công suất $S_X(f)$ được định nghĩa như là biến đổi Fourier của hàm tự tương quan $R_X(\tau)$:

$$S_X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau)\exp(-j2\pi f\tau)d\tau$$

Ngược lại ta cũng có thể định nghĩa hàm tự tương quan như là biến đổi Fourier ngược của mật độ phổ công suất:

$$R_X(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(f)\exp(-j2\pi f\tau)df$$

Hai phương trình trên là cơ sở trong lý thuyết phân tích phổ của quá trình ngẫu nhiên gọi là các hệ thức Wiener-Khintchine. Các hệ thức này có một số tính chất sau:

Tính chất 1: Giá trị tần số bằng không của mật độ phổ công suất của quá trình ngẫu nhiên dừng theo nghĩa rộng bằng tổng diện tích dưới đường tự tương quan, tức là:

$$S_X(0) = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau)d\tau$$

Tính chất 2: Giá trị trung bình bình phương của một quá trình ngẫu nhiên dừng theo nghĩa rộng bằng diện tích tổng cộng dưới đường mật độ phổ công suất:

$$E[X^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(f)df$$

Tính chất 3: Mật độ phổ công suất của quá trình ngẫu nhiên dừng theo nghĩa rộng luôn không âm:

$$S_X(f) \geq 0 \text{ với mọi } f$$

Tính chất 4: Mật độ phổ công suất của quá trình ngẫu nhiên thực là hàm chẵn của tần số:

$$S_X(-f) = S_X(f)$$

Ví dụ: Ôn trắng

Quá trình ôn trắng đặc trưng bằng mật độ phổ công suất là hằng số:

$$S_W(f) = N_0/2$$

Nhân tử $1/2$ biểu thị rằng $1/2$ công suất gắn với tần số dương còn một nửa còn lại gắn với tần số âm. N_0 được đo bằng W/Hz . Hàm tự tương quan là biến đổi Fourier ngược sẽ là:

$$R_w(\tau) = \frac{N_0}{2} \delta(\tau)$$

Điều này có nghĩa là hai mẫu khác nhau của ôn trắng là không tương quan với nhau.

Ví dụ 2: Sóng nhị phân ngẫu nhiên.

Phụ lục C

PHÂN BỐ GAUSS, RAYLEIGH VÀ RICE

Giả sử ta quan sát một quá trình ngẫu nhiên $X(t)$ có trọng số $g(t)$ trong khoảng thời gian $[0, T]$. Lấy tích phân quá trình:

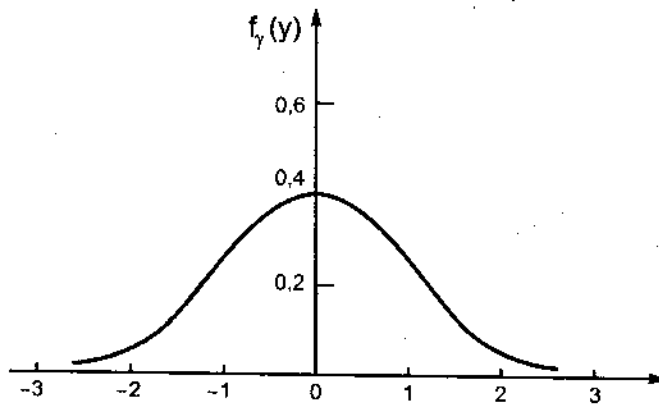
$$Y = \int_0^T g(t)X(t)dt$$

Y được gọi là phiếm hàm tuyến tính của X . Phiếm hàm phụ thuộc vào toàn thể tiến trình của một hay nhiều hàm chứ không phải trên một số biến rời rạc. Nói cách khác miền của phiếm hàm là một tập hay không gian các hàm tham gia chứ không phải vùng của không gian tọa độ. Nếu hàm trọng số $g(t)$ làm cho Y hữu hạn và biến ngẫu nhiên Y là biến phân bố Gauss đối với mỗi hàm $g(t)$ thì quá trình $X(t)$ được gọi là quá trình Gauss. Nói cách khác quá trình $X(t)$ được gọi là quá trình Gauss nếu mỗi phiếm hàm tuyến tính của $X(t)$ là biến ngẫu nhiên Gauss.

Biến ngẫu nhiên Y có phân bố Gauss nếu hàm mật độ xác suất của nó có dạng:

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Y} \exp\left[-\frac{(y - m_Y)^2}{2\sigma_Y^2}\right]$$

Ở đó m_Y là trung bình còn σ_Y^2 là phương sai của biến ngẫu nhiên Y . Như vậy một biến ngẫu nhiên Gauss xác định khi biết giá trị trung bình và phương sai của nó. Đường cong biểu diễn hàm mật độ xác suất cho trên hình (C1) với $m_Y = 0$ và $\sigma_Y^2 = 1$.



C.1. Phân bố Gauss đã chuẩn hoá

Quá trình Gauss có hai ưu điểm chính: thứ nhất nó có nhiều tính chất có thể tính toán được, thứ hai các hiện tượng vật lý tạo nên quá trình ngẫu nhiên thường có phân bố Gauss. Định lý giới hạn trung tâm đã chứng minh tính đúng đắn khi sử dụng quá trình ngẫu nhiên làm mô hình cho một số lớn các hiện tượng vật lý khác nhau. Ở đó biến ngẫu nhiên quan sát được tại một thời điểm là kết quả của một số lớn các sự kiện ngẫu nhiên riêng lẻ. Thêm nữa việc dùng mô hình Gauss mô tả hiện tượng vật lý như vậy thường được khẳng định bằng thực nghiệm. Như vậy tính phổ biến của các hiện tượng vật lý và đặc tính dễ xử lý toán học làm quá trình Gauss đặc biệt quan trọng khi nghiên cứu hệ truyền tin. Sau đây là một số tính chất tiêu biểu:

1. Nếu quá trình Gauss $X(t)$ tác dụng vào lối vào bộ lọc tuyến tính ổn định thì quá trình $Y(t)$ nhận được ở lối ra cũng là quá trình Gauss.

2. Xét tập các biến ngẫu nhiên $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)$ nhận được bằng sự quan sát $X(t)$ tại các thời điểm tương ứng. Nếu $X(t)$ là quá trình Gauss, thì tập các biến ngẫu nhiên trên cũng là các biến Gauss liên kết với các n bất kỳ, với hàm mật độ xác suất liên kết được xác định hoàn toàn theo tập các giá trị trung bình và tập các hàm tự hiệp phương sai:

$$m_{X(t_i)} = E[X(t_i)] \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$K_X(t_k, t_i) = E[(X(t_k) - m_{X(t_k)})(X(t_i) - m_{X(t_i)})] \quad i, k = 1, 2, \dots, n$$

Tính chất hai cũng thường được dùng để định nghĩa quá trình Gauss. Tuy nhiên định nghĩa thế này khó cho việc dùng để tính ảnh hưởng của bộ lọc.

3. Nếu quá trình Gauss là dừng theo nghĩa rộng, thì nó cũng dừng theo nghĩa hẹp.

4. Nếu tập các biến $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)$ nhận được bằng việc lấy mẫu quá trình Gauss là không tương quan tức là:

$$E[(X(t_k) - m_{X(t_k)})(X(t_i) - m_{X(t_i)})] = 0 \quad i \neq k$$

thì tập các biến ngẫu nhiên này là độc lập thống kê.

Áp dụng điều này nghĩa là: Hàm mật độ xác suất liên kết của tập các biến ngẫu nhiên $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)$ có thể biểu diễn như tích các hàm mật độ xác suất của các biến ngẫu nhiên riêng rẽ trong tập.

C.1. Ôn băng hẹp

Xét một ôn băng hẹp biểu diễn hàm mẫu của quá trình ôn $N(t)$ trung bình bằng không, phổ công suất của $N(t)$ chiếm $2W$ xung quanh f_c với điều kiện $W < f_c$. Ôn băng hẹp có thể biểu diễn dưới dạng chính tắc:

$$N(t) = n_I(t)\cos(2\pi f_c t) - n_Q(t)\sin(2\pi f_c t)$$

Với n_I, n_Q là các thành phần ôn đồng pha và vuông pha.

Khi ôn băng hẹp $n(t)$ được rút từ quá trình Gauss dừng theo nghĩa rộng $N(t)$ với trung bình bằng không và phương sai σ_N^2 thì ôn đồng pha và vuông pha biểu diễn hàm mẫu của quá trình Gauss dừng theo nghĩa rộng và độc lập, mỗi quá trình cũng có trung bình bằng không và phương sai σ_N^2 .

C.2. Phân bố Rayleigh

Ôn băng hẹp cũng có thể biểu diễn dưới dạng đường bao và pha như sau:

$$n(t) = r(t)\cos[2\pi f_c t + \psi]$$

Ở đó

$$r(t) = [n_I^2(t) + n_Q^2(t)]^{1/2}$$

Và

$$\psi(t) = \tan^{-1}(n_Q(t)/n_I(t))$$

Hàm $r(t)$ được gọi là đường bao của ôn, $\psi(t)$ được gọi là pha của ôn

Gọi X và Y là biến ngẫu nhiên nhận được bằng cách quan sát các quá trình ngẫu nhiên $N_I(t)$ và $N_Q(t)$ tại một số thời điểm xác định, hai biến ngẫu nhiên này được biểu diễn bằng các mẫu x, y . Chú ý là X, Y là độc lập có phân bố Gauss với trung bình bằng không và phương sai bằng σ_N^2 . Ta có thể biểu diễn hàm mật độ xác suất liên kết là:

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_N^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_N^2}\right)$$

Sử dụng phép đổi biến số: $x = r \cos \psi, y = r \sin \psi$.

Jacobi của phép biến đổi được định nghĩa:

$$J(r, \psi) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial \psi} & \frac{\partial y}{\partial \psi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -r \sin \psi & r \cos \psi \end{vmatrix} = r \cos^2 \psi + r \sin^2 \psi = r$$

Gọi R và ψ là các biến ngẫu nhiên biến đổi từ X và Y . Hàm mật độ xác suất của R và ψ sẽ được tính là:

$$f_{R,\psi}(r, \psi) = f_{X,Y}(x, y) \cdot J(r, \psi) = \frac{r}{2\pi\sigma_N^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_N^2}\right)$$

Hàm mật độ xác suất này không phụ thuộc vào góc ψ , điều này có nghĩa biến R và biến ψ là độc lập thống kê. Ta có thể biểu diễn $f_{R,\psi}(r,\psi)$ như là tích của $f_R(r)$ và $f_\psi(\psi)$. Cụ thể biến ψ phân bố đều trong dải $[0, 2\pi]$:

$$f_\psi(\psi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & 0 \leq \psi \leq 2\pi \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases}$$

Còn lại hàm mật độ xác suất theo R là:

$$f_R(r) = \begin{cases} \frac{r}{\sigma_N^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_N^2}\right) & r \geq 0 \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases}$$

Ở đó σ_N^2 là phương sai của quá trình ồn băng hẹp ban đầu $N(t)$. Một biến ngẫu nhiên có hàm mật độ xác suất phân bố như trên gọi là biến có phân bố Rayleigh.

C.3. Phân bố Rice

Giả sử cộng thêm một tín hiệu $a \cos(2\pi f_c t)$ vào tín hiệu ồn băng hẹp $n(t)$ nói trên. Và giả sử a và f_c đều là hằng số. Hàm mẫu của quá trình sẽ là:

$$x(t) = a \cos(2\pi f_c t) + n(t)$$

Biểu diễn $n(t)$ thành tín hiệu đồng pha và vuông pha. Ta có thể viết lại:

$$X(t) = n_I(t) \cos(2\pi f_c t) - n_Q(t) \sin(2\pi f_c t)$$

Ở đó $n_I(t) = a + n_I(t)$. Ta cũng giả sử $n(t)$ là rút từ quá trình Gauss trung bình bằng không và phương sai σ_N^2 . Từ đây có thể phát biểu rằng:

1. Quá trình ngẫu nhiên $N_I(t)$ và $N_Q(t)$ được biểu diễn bằng các hàm mẫu $n_I(t)$ và $n_Q(t)$ là Gauss và độc lập thống kê.
2. Trung bình của $N_I(t)$ là a , còn trung bình $N_Q(t)$ là không.
3. Phương sai của cả $N_I(t)$ và $N_Q(t)$ đều bằng σ_N^2 .

Ký hiệu $r(t)$ là đường bao của $x(t)$ và $\psi(t)$ là pha của nó:

$$r(t) = \{[n_I(t)]^2 + n_Q^2(t)\}^{1/2}$$

Và $\psi(t) = \tan^{-1}(n_Q(t)/n_I(t))$. Bằng cách tương tự như quá trình với phân bố Rayleigh, chúng ta tìm được:

$$f_{R,\psi}(r,\psi) = \frac{r}{2\pi\sigma_N^2} \exp\left(-\frac{r^2 + a^2 - 2ar \cos \psi}{2\sigma_N^2}\right)$$

Tuy nhiên trong trường hợp này không thể biểu diễn $f_{R,\psi}(r,\psi)$ như là tích của hai hàm $f_R(r)$ và $f_\psi(\psi)$. Vì vậy R và ψ là các biến phụ thuộc đối với biên độ a khác không.

Khi ta chỉ quan tâm đến hàm mật độ xác suất của R , lấy tích phân trên toàn thể giá trị có thể của ψ , ta nhận được mật độ biên:

$$f_R(r) = \int_0^{2\pi} f_{R,\psi}(r, \psi) d\psi = \frac{r}{2\pi\sigma_N^2} \exp\left(-\frac{r^2 + a^2}{2\sigma_N^2}\right) \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{ar}{\sigma_N^2} \cos \psi\right) d\psi$$

Tích phân ở phía phải có dạng hàm Bessel loại 1 bậc không:

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(x \cos \psi) d\psi$$

Thay $x = ar/\sigma_N^2$ ta viết lại:

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma_N^2} \exp\left(-\frac{r^2 + a^2}{2\sigma_N^2}\right) I_0\left(\frac{ar}{\sigma_N^2}\right)$$

Biến ngẫu nhiên R có hàm mật độ xác suất như trên gọi là có phân bố Rice.

Phân bố Rayleigh là trường hợp đặc biệt của Rice. Điều này suy từ tính chất của hàm Bessel là:

$$I_0(0) = 1$$

Cũng có thể tính hàm mật độ xác suất của pha và trường hợp đặc biệt $a = 0$ phân bố pha cũng trở về dạng phân bố đều như trong Rayleigh.

Phụ lục D HÀM LỖI

Hàm lỗi ký hiệu là $\text{erf}(u)$ được định nghĩa là:

$$\text{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-z^2) dz$$

Hàm lỗi có những tính chất sau:

1. $\text{erf}(-u) = -\text{erf}(u)$ (đối xứng)
2. Khi u tiến đến vô hạn:

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \exp(-z^2) dz = 1$$

3. Cho biến ngẫu nhiên X phân bố có giá trị trung bình là m_X và phương sai σ_X^2 thì xác suất để X nằm trong khoảng $(m_X - a, m_X + a)$ được định nghĩa là:

$$P(m_X - a < X \leq m_X + a) = \text{erf}\left(\frac{a}{\sqrt{2}\sigma_X}\right)$$

Hàm lỗi bù được định nghĩa:

$$\text{erfc}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^{\infty} \exp(-z^2) dz$$

Nó liên hệ với hàm lỗi theo công thức:

$$\operatorname{erfc}(u) = 1 - \operatorname{erf}(u)$$

Xem bảng:

Bảng F.1. Hàm lỗi

u	erf(u)	u	erf(u)
0,00	0,00000	1,10	0,88021
0,05	0,05637	1,15	0,89612
0,10	0,11246	1,20	0,91031
0,15	0,16800	1,25	0,92290
0,20	0,22270	1,30	0,93401
0,25	0,27633	1,35	0,94376
0,30	0,32863	1,40	0,95229
0,35	0,37938	1,45	0,95970
0,40	0,42839	1,50	0,96611
0,45	0,47548	1,55	0,97162
0,50	0,52050	1,60	0,97635
0,55	0,56332	1,65	0,98038
0,60	0,60386	1,70	0,98379
0,65	0,64203	1,75	0,98667
0,70	0,67780	1,80	0,98909
0,75	0,71116	1,85	0,99111
0,80	0,74210	1,90	0,99279
0,85	0,77067	1,95	0,99418
0,90	0,79691	2,00	0,99532
0,95	0,82089	2,50	0,99959
1,00	0,84270	3,00	0,99998
1,05	0,86244	3,30	0,999998

D.1. Biên của hàm bù lỗi

Thay $u-x$ vào biến z ta có:

$$\operatorname{erfc}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-u^2) \int_{-\infty}^0 \exp(2ux) \exp(-x^2) dx$$

Đối với x thực có thể khai triển $\exp(-x^2)$ thành chuỗi:

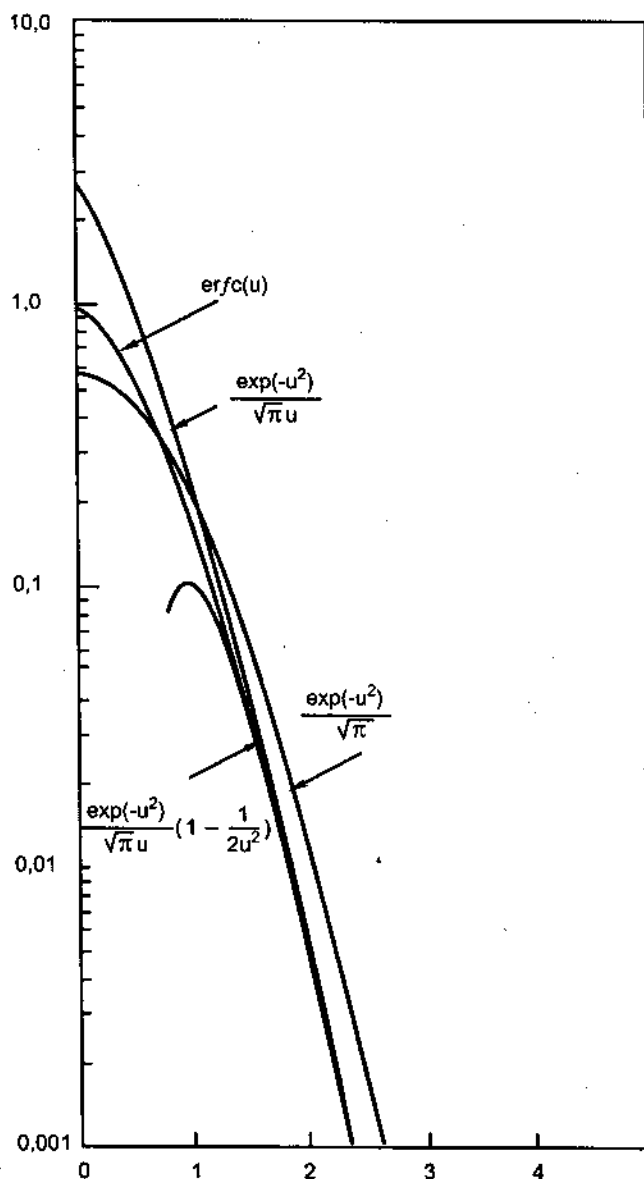
$$1 - \frac{x^2}{1!} + \frac{(x^2)^2}{2!} - \frac{(x^2)^3}{3!} + \dots$$

Vì vậy với $u > 0$ sử dụng $n + 1$ số hạng đầu tiên (dấu của số hạng cuối là tùy thuộc n lẻ hay chẵn), đặt $2ux = -v$ và dùng tích phân:

$$\int_0^{\infty} v^n \exp(-v) dv = n!$$

Ta nhận được khai triển tiệm cận và rút lại biên trên của $\text{erfc}(u)$ như sau:

$$\text{erfc}(u) < \frac{\exp(-u^2)}{\sqrt{\pi}}$$



D.1. Đồ thị hàm bù lỗi

D.2. Hàm Q

Xét biến ngẫu nhiên Gauss được chuẩn hoá có trung bình bằng không và phương sai bằng 1. Xác suất để giá trị quan sát X lớn hơn v được tính bởi hàm Q :

$$Q(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$

Hàm Q định nghĩa như vùng dưới đuôi Gauss chuẩn. Xem lại các biểu thức về hàm bù lỗi có thể thấy:

$$Q(v) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{v}{\sqrt{2}}\right)$$

Hay ngược lại đặt $u = v/\sqrt{2}$ ta có:

$$\operatorname{erfc}(u) = 2Q(\sqrt{2}u)$$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Proakis J.G., 1995: *Digital Communications*, McGraw Hill, New York.
- [2] Bernard Sklar, 1998: *Digital Communications – Fundamentals and Applications*, Prentice Hall.
- [3] Proakis G.G., Saleni M., 1998: *Contemporary Communication Systems: Using Matlab*, Brooks/Cole.
- [4] Kamilo Feher R., 1998: *Wireless Digital Communications*, Prentice Hall.
- [5] Glover I., Grant P., 1998: *Digital Communications*, Prentice Hall.
- [6] Lathi B.P., 1998: *Modern Digital and Analog Communication Systems*, Oxford University Press.
- [7] Haykin S., 1988: *Digital Communications*, John Wiley Sons, Inc.
- [8] Rappaport T.S., 1996: *Wireless Communications: Principles and Practice*, Prentice Hall.
- [9] Haykin S., 1994: *Communication Systems*, John Wiley Sons, Inc.
- [10] Trung tâm thông tin bưu điện, 1998: *CDMA – Nguyên lý thông tin trái phổ*, NXB Thanh Niên.
- [11] Dholakia A., 1994: *Introduction to Convolutional Codes with Applications*, Kluwer Academic Pub.
- [12] Sanjit K. Mitra, 2001: *Digital Signal Processing*, Prentice Hall.
- [13] Halsall F., 2005: *Computer Networking and the Internet*, Addison – Wesley
- [14] Leon W. Couch, II. 2001: *Digital and Analogue Communication Systems*, Prentice Hall.
- [15] Rodger E., Ziemer, Roger L. Peterson, 2001: *Introduction to Digital Communication*, Prentice Hall.
- [16] Sergio Benedetto, Ezio Biglieri, Valentino Castelliani, 1998: *Digital Transmission Theory*, Prentice Hall.
- [17] John B. Anderson, 1999: *Digital Transmission Engineering*, IEEE Press & Prentice Hall.

Mục lục

Lời nói đầu	3
Chương 1. Giới thiệu chung	5
1.1. Quá trình truyền tin	5
1.2. Truyền tin số.....	6
1.3. Kênh truyền tin.....	7
1.4. Tín hiệu băng cơ sở và tín hiệu băng thông dải	8
1.5. Vài nét về lịch sử phát triển.....	9
Chương 2. Truyền tin số qua kênh băng cơ sở	12
2.1. Tín hiệu PAM rời rạc	12
2.2. Phổ công suất của tín hiệu PAM rời rạc.....	13
2.3. Can nhiễu giữa các ký hiệu (ISI).....	16
2.4. Tiêu chuẩn Nyquist cho truyền tin không méo	17
2.5. Mã tương quan mức	20
2.6. Mẫu mắt.....	26
2.7. Truyền tín hiệu PAM M mức.....	28
2.8. Bộ lọc phù hợp	28
2.9. Tỷ lệ lỗi do ồn	31
2.10. Bộ cân bằng kênh kiểu đường trê.....	33
2.11. Kỹ thuật cân bằng kênh thích nghi.....	36
Bài tập	41
Chương 3. Mô hình không gian tín hiệu	43
3.1. Mô hình hệ truyền tin số băng thông dải.....	43
3.2. Quy trình trực giao hoá Gram-Schmidt.....	44
3.3. Ý nghĩa hình học của biểu diễn tín hiệu.....	47
3.4. Đáp ứng của dãy các bộ tương quan lỗi vào	48
3.5. Tách tín hiệu đồng bộ trong ồn	48
3.6. Bộ thu tương quan.....	51
3.7. Xác suất lỗi.....	52
3.8. Tách tín hiệu không biết pha trong ồn.....	56
Bài tập	57

Chương 4. Truyền tin số qua kênh băng thông dải.....	60
4.1. Phân loại kỹ thuật điều chế	60
4.2. Điều chế đồng bộ nhị phân.....	60
4.3. Điều chế đồng bộ vuông pha.....	64
4.4. Điều chế không đồng bộ.....	76
4.5. So sánh điều chế nhị phân và vuông pha	80
4.6. Điều chế M mức.....	81
4.7. Phổ công suất	84
4.8. Hiệu suất phổ.....	87
4.9. Ảnh hưởng của ISI và mô phỏng trên máy tính	87
4.10. Kỹ thuật đồng bộ	90
Bài tập	92
Chương 5. Một số hệ truyền tin thực tế.....	94
5.1. Hệ thống truyền tin có dây dẫn	94
5.2. Viba số.....	113
5.3. Thông tin số qua vệ tinh.....	115
Bài tập	116
Chương 6. Điều chế trái phở.....	118
6.1. Giới thiệu.....	118
6.2. Dây PN	118
6.3. Ý nghĩa trái phở.....	122
6.4. Trái phở dây trực tiếp với khoá dịch pha nhị phân đồng bộ.....	123
6.5. Chiều của không gian tín hiệu và độ lợi xử lý	125
6.6. Xác suất lỗi bit.....	128
6.7. Trái phở nhảy tần.....	129
6.8. Hợp kênh theo mã	133
6.9. Kết luận	136
Bài tập	137
Chương 7. Mã nguồn.....	139
7.1. Sự bất định, thông tin và Entropi	139
7.2. Lý thuyết mã nguồn.....	142
7.3. Mã Huffman	144
7.4. Mã Lempel–Ziv.....	146
Bài tập	147

Chương 8. Dung năng kênh và lý thuyết mã kênh	148
8.1. Kênh không nhớ rời rạc	148
8.2. Thông tin tương hỗ	149
8.3. Dung năng kênh rời rạc	149
8.4. Định lý mã kênh	151
8.5. Entropi vi phân và thông tin tương hỗ cho tập hợp liên tục	152
8.6. Định lý dung năng thông tin	154
8.7. Lý thuyết ước lượng méo	159
8.8. Phép nén thông tin	161
Bài tập	161
Chương 9. Mã kiểm soát lỗi	163
9.1. Giới thiệu	163
9.2. Kênh không nhớ rời rạc	164
9.3. Mã khối tuyến tính	166
9.4. Mã vòng	170
9.5. Mã chập	180
9.6. Giải mã theo cách hợp lý của mã chập	183
9.7. Điều chế mã lưới	188
9.8. Mã hoá cho kênh lỗi hỗn hợp	193
9.9. Kết luận	194
Bài tập	194
Phụ lục A. Tín hiệu và hệ thống thông dài	196
Phụ lục B. Các hệ thức Wiener – Khintchine	199
Phụ lục C. Phân bố Gauss, Rayleigh và Rice	200
Phụ lục D. Hàm lỗi	204
Tài liệu tham khảo	208

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung:

Chủ tịch HĐQT kiêm Giám đốc CTCP Sách DH-DN
TRẦN NHẬT TÂN

Biên tập và sửa bản in:

DƯƠNG VĂN BẰNG

Trình bày bìa:

HOÀNG MẠNH DỨA

Chế bản:

ĐÌNH XUÂN DŨNG

THÔNG TIN SỐ

Mã số : 7B674M7 – DAI

In 1.000 cuốn (QĐ 49), khổ 19 x 27 cm, in tại Xí nghiệp In Hà Tây.

Địa chỉ : 15 Đường Quang Trung, Thành phố Hà Đông.

Số ĐKKH xuất bản : 17 – 2007/CXB/85 – 2217/GD.

In xong và nộp lưu chiểu tháng 7 năm 2007.



CÔNG TY CỔ PHẦN SÁCH ĐẠI HỌC - DẠY NGHỀ

HEVOBCO

25 HÀN THUYỀN – HÀ NỘI

Website : www.hevobco.com.vn



VƯƠNG MIỆN KIM CƯƠNG
CHẤT LƯỢNG QUỐC TẾ

TÌM ĐỌC SÁCH THAM KHẢO KỸ THUẬT CỦA NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

- | | |
|--|--|
| 1. Cơ sở kỹ thuật Laser | Trần Đức Hân – Nguyễn Minh Hiến |
| 2. Kỹ thuật điện tử | Đỗ Xuân Thụ |
| 3. Bài tập kỹ thuật điện tử | Đỗ Xuân Thụ – Nguyễn Viết Nguyên |
| 4. Kỹ thuật điện tử số | Đặng Văn Chuyết |
| 5. Kỹ thuật audio – video | Nguyễn Thanh Trà – Thái Vĩnh Hiến |
| 6. Kỹ thuật mạch điện tử phi tuyến | Phạm Minh Việt – Trần Công Nhượng |
| 7. Hệ thống viễn thông (Hai tập) | Phạm Minh Việt – Thái Hồng Nhị |
| 8. Cơ sở kỹ thuật điện tử số | Vũ Đức Thọ |
| 9. Kỹ thuật truyền tin số
và truyền dữ liệu | Phạm Minh Việt – Thái Hồng Nhị |
| 10. Thiết bị đầu cuối thông tin | Vũ Đức Thọ |
| 11. Kỹ thuật điện tử ứng dụng | Nguyễn Vũ Sơn |
| 12. Vô tuyến điện tử | Ngọc Văn An – Đặng Hùng
Nguyễn Đăng Lâm – Lê Xuân Thê
Đỗ Xuân Kiên |
| 13. Tính toán mạng thông tin di động số | Vũ Đức Thọ |
| 14. Dụng cụ bán dẫn và vi mạch | Lê Xuân Thê |
| 15. Trường điện từ | Lâm Hồng Thạch – Nguyễn Khuyến |
| 16. Thông tin số | Nguyễn Viết Kính – Trịnh Anh Vũ |

Bạn đọc có thể mua tại các Công ty Sách - Thiết bị trường học ở các địa phương hoặc các Cửa hàng của Nhà xuất bản Giáo dục :

Tại Hà Nội : 25 Hàn Thuyên ; 187B Giảng Võ ; 232 Tây Sơn ; 23 Tràng Tiền ;

Tại Đà Nẵng : Số 15 Nguyễn Chí Thanh ; Số 62 Nguyễn Chí Thanh ;

Tại Thành phố Hồ Chí Minh : 104 Mai Thị Lựu, Quận 1 ; Cửa hàng 451B - 453, Hai Bà

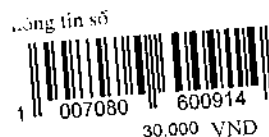
Trung, Quận 3 ; 240 Trần Bình Trọng – Quận 5.

Tại Thành phố Cần Thơ : Số 5/5, đường 30/4 ;

Website : www.nxbgd.com.vn



8 934980 763322



007080 600914
30.000 VND

Giá: 30.000 đ