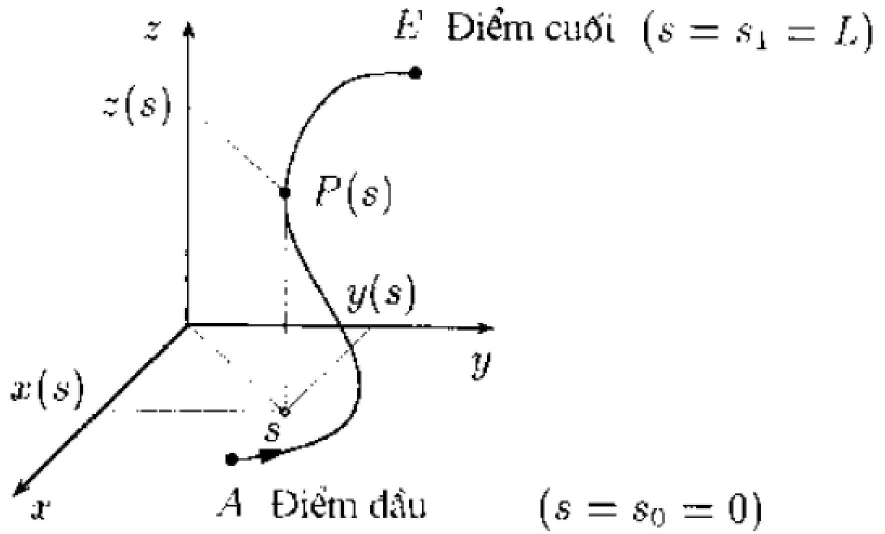
ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ GTVT

Chương 6 LẬP TRÌNH QUỸ ĐẠO

Giảng viên: TS. Dương Quang Khánh
Bộ môn: Cơ điện tử
Năm học: 2018-2019

LẬP TRÌNH QUỸ ĐẠO (TRAJECTORY PLANNING)

- **Lập trình quỹ đạo** là việc xác định các quỹ đạo của hệ thống cơ điện tử theo các tiêu chuẩn xác định. Các tiêu chuẩn được xác định thông qua chức năng của hệ và có thể thể hiện qua các tọa độ của khâu thao tác hoặc qua các tọa độ suy rộng.
- Phân loại lập trình quỹ đạo:
  - Xác định hình học của quỹ đạo phụ thuộc vào một tham số quỹ đạo s (độ dài cung) môt cách liên tiếp, tức là $x = x\left[s(t)\right]$ *hay* $q = q\left[s(t)\right]$
  - Xác định sự thay đổi theo thời gian của quỹ đạo, tức là chọn vận tốc quỹ đạo $\dot{s} = \dot{s}(t)$



Hình 6.1: Ví dụ về lập trình quỹ đạo

LẬP TRÌNH QUỸ ĐẠO (TRAJECTORY PLANNING)

- Các dạng chuyển động:
  - Điểm tới điểm (Point To Point)
  - Quỹ đạo chuyển động liên tục (Continuous Path)
- Các tiêu chuẩn được sử dụng:
  - Các quỹ đạo tối ưu về độ dài
  - Các quỹ đạo tối ưu về thời gian
  - Các quỹ đạo tối ưu về chi phí, về năng lượng
- Các điều kiện phụ:
  - Các phương trình động học $\dot{x} = J(q)\dot{q}$
  - Các phương trình động lực học
- Các giới hạn ràng buộc các đại lượng chuyển động

$$q_{\min} \le q \le q_{\max}$$

$$\dot{q}_{\min} \le \dot{q} \le \dot{q}_{\max}$$

$$\ddot{q}_{\min} \le \ddot{q} \le \ddot{q}_{\max}$$

- Các giới hạn ràng buộc các đại lượng phát động

$$Q_{\min} \le Q \le Q_{\max}$$

6.1 LẬP TRÌNH QUỸ ĐẠO ĐỘNG HỌC

- Tọa độ điểm thao tác: $x = x\left[s(t)\right] \quad hay \quad q = q\left[s(t)\right], s_0 \le s \le s_1 = L$

$$\dot{x} = \frac{dx}{ds}\dot{s} = \dot{x}_s.\dot{s}, \qquad \dot{q} = \frac{dq}{ds}\dot{s} = \dot{q}_s.\dot{s}$$

Bảng 6.1: Về lập trình quỹ đạo (J_p^{-1} là ma trận nghịch đạo của ma trận Jacobi)

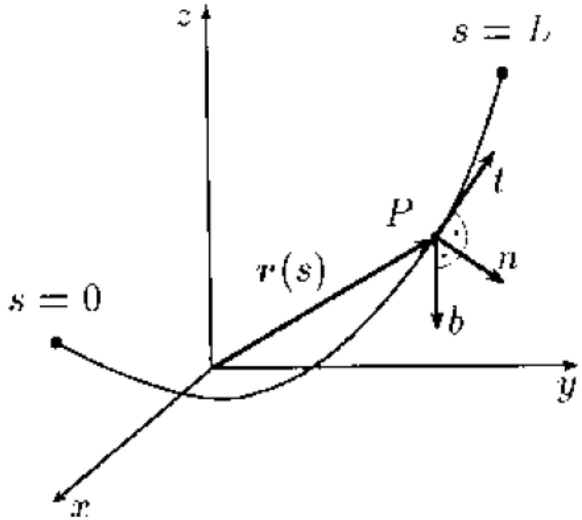
Không gian cấu hình	Không gian thao tác
$\boldsymbol{q} = \boldsymbol{q}[s(t)]$	$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{q})$
$\dot{\boldsymbol{q}} = \frac{d\boldsymbol{q}}{ds}\dot{s} = \boldsymbol{q}'\dot{s}$	$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{J}_p^{-1}\boldsymbol{x}'\dot{s}$
$\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{q}''\dot{s}^2 + \boldsymbol{q}'\ddot{s}$	$\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{J}_p^{-1}\left(\boldsymbol{x}'' - \boldsymbol{J}'_p\boldsymbol{q}'\right)\dot{s}^2 + \boldsymbol{q}'\ddot{s}$

6.1.1 MÔ TẢ CÁC ĐƯỜNG CONG KHÔNG GIAN

- Trong hệ tọa độ quán tính, đường cong không gian được xác định bởi vector định vị r(s) trong đó s là tham số:

$$\vec{r} = \vec{r}(s), \quad 0 \le s \le L$$

- Các khái niệm (s_p : tham số xác định)
  - Vector đơn vị tuyến tính: $\vec{t} = r'(s_p)$
  - Độ cong: $k = \left\| r''(s_p) \right\|$
  - Vector pháp tuyến chính: $\vec{n} = \frac{1}{k}\vec{r}''(s_p)$
  - Vector trùng pháp tuyến: $\vec{b} = \vec{t} \times \vec{n}$



$$r(s) = r(0) + \int_0^s t(s)ds$$

Hình 6.2: Các khái niệm của đường cong không gian

6.1.1 MÔ TẢ CÁC ĐƯỜNG CONG KHÔNG GIAN

- **Ví dụ 6.1:**
- Đoạn thẳng giữa hai điểm P_i và P_{i+1}

$$\vec{t} = \frac{\vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i}{\left\| \vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i \right\|}$$

$$\vec{r}(s) = \vec{r}_i + s\vec{t} = \vec{r}_i + \frac{s}{\left\| \vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i \right\|}\left(\vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i\right)$$

- Một đoạn đường tròn trong không gian (bán kính r):

$$_{(H)}r(s) = \begin{pmatrix} _{(H)}x \\ _{(H)}y \\ _{(H)}z \end{pmatrix} = r\begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \\ 0 \end{pmatrix} = r\begin{pmatrix} \cos(s/r) \\ \sin(s/r) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$s = \alpha r$: độ dài dây cung

^{RH}R : ma trận quay

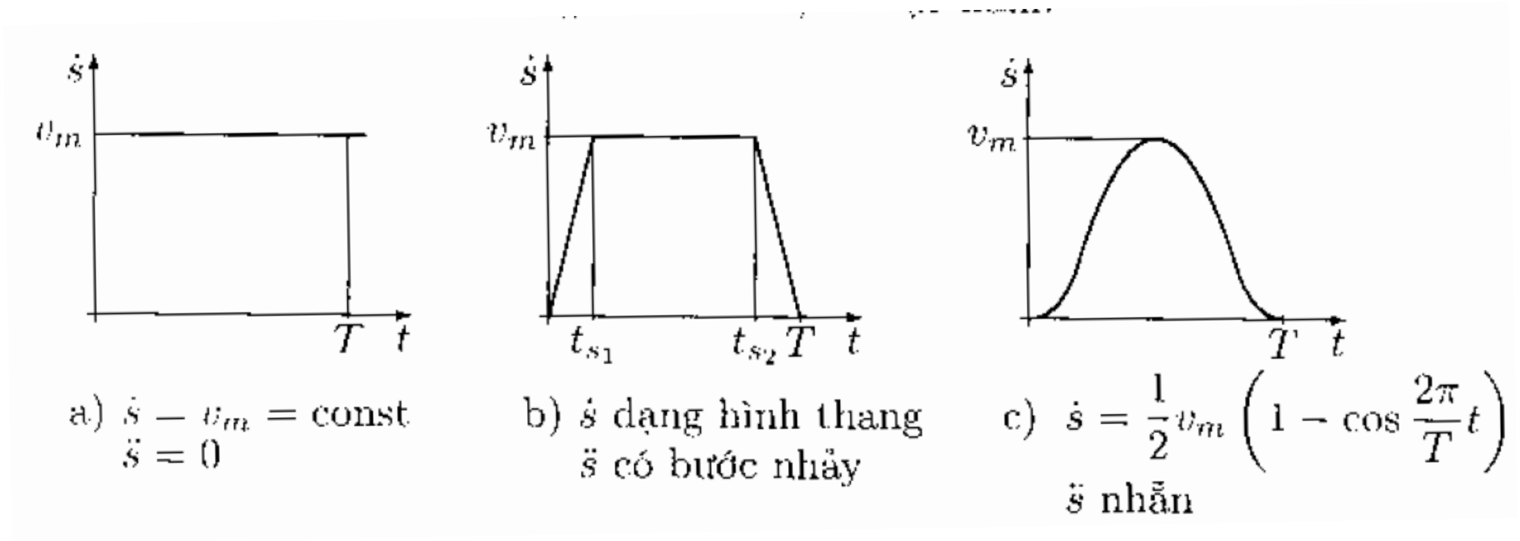
$$_{(R)}r(s) = {}_{(R)}r_0 + {}^{RH}R_{(H)}r(s)$$

$_{(R)}r_0$: vector định vị điểm giữa cung tròn

$s \in [0, L]$: xác định một đoạn cung tròn

$$_{(R)}r(s) = {}_{(R)}r_0 + {}^{RH}R_{(H)}\begin{pmatrix} \cos(s/r) \\ \sin(s/r) \\ 0 \end{pmatrix}$$

6.1.2 PRÔPHIN CỦA VẬN TỐC QUỸ ĐẠO



Hình 6.3: Các profin vận tốc quỹ đạo điển hình

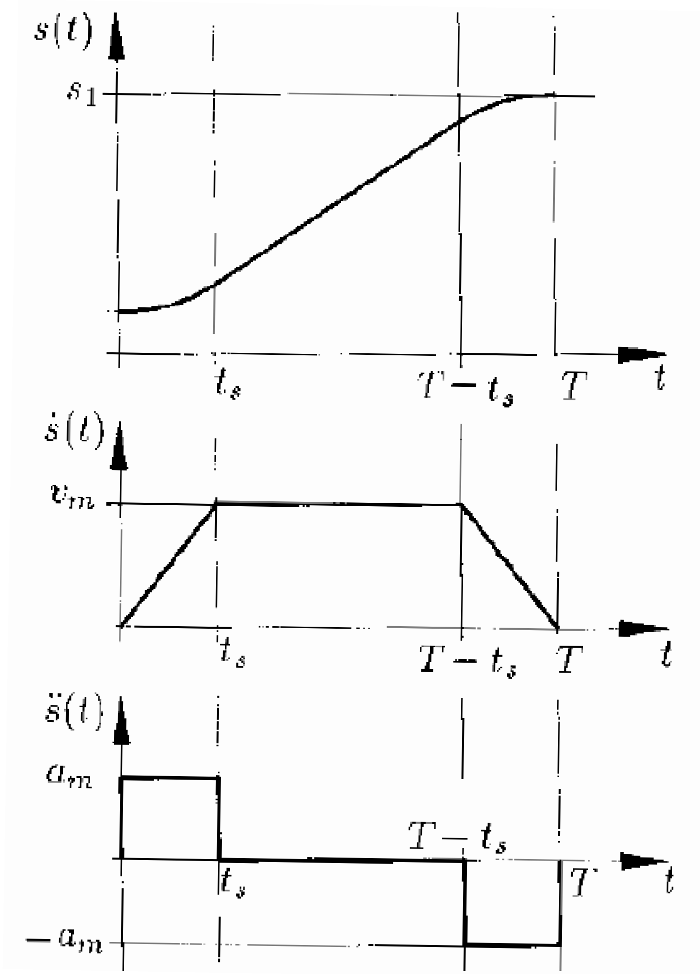
- Prôphin vận tốc hình thang đối xứng (Hình 6.3b)
  - Các điều kiện biên:

$$t_{s1} = t_s, t_{s2} = T - t_s$$
$$s(0) = s_0, \quad s(T) = s_1$$
$$\dot{s}(0) = 0, \quad \dot{s}(T) = 0$$

  - Prôphin gia tốc:

$$a = \begin{cases} +a_m & 0 \le t \le t_s \\ 0 & t_s \le t \le T - t_s \\ -a_m & T - t_s \le t \le T \end{cases}$$

6.1.2 PRÔPHIN CỦA VẬN TỐC QUỸ ĐẠO



Hình 6.3: Prôphin vận tốc dạng hình thang đối xứng

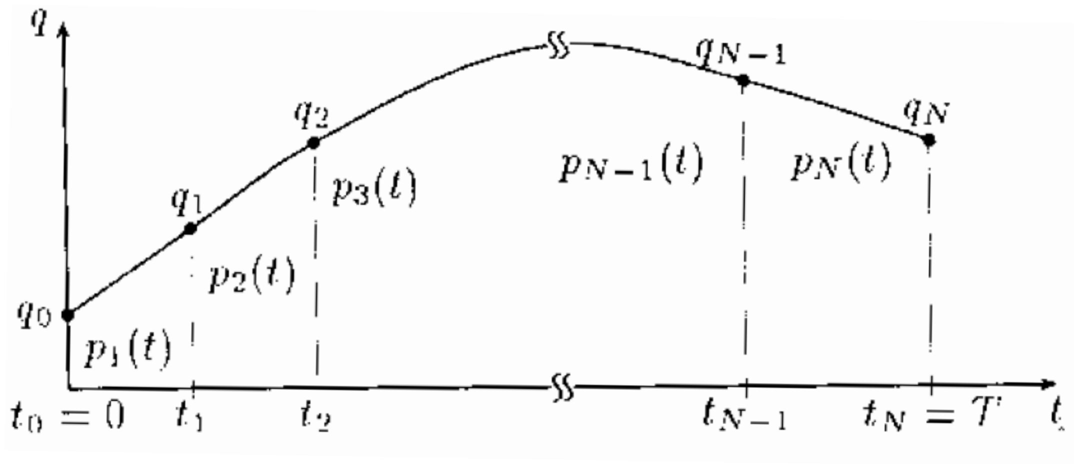
$$s(t) = \begin{cases} s_0 + \frac{1}{2}a_m t^2 & 0 \le t \le t_s \\ s_0 - \frac{1}{2}a_m t_s^2 + a_m t_s t & t_s \le t \le T - t_s \\ s_1 - \frac{1}{2}a_m T^2 + a_m T t - \frac{1}{2}a_m t_s^2 & T - t_s \le t \le T \end{cases}$$

$$t_s = \frac{T}{2} \pm \sqrt{\frac{T^2}{4} - \frac{s_1 - s_0}{a_m}}$$

Prôphin hình thang suy biến thành tam giác khi:

$$t_s = \frac{T}{2} \quad khi \quad T = 2\sqrt{\frac{s_1 - s_0}{a_m}}$$

6.1.3 TẠO QUỸ ĐẠO TỔNG QUÁT BẰNG ĐA THỨC NỘI SUY



Hình 6.4: Xấp xỉ *q(t)* bằng đa thức *p(t)*

- Các $q(s)$ và $x(s)$ có prôphin vận tốc $\dot{s}(t)$ được cho dưới dạng các điểm rời rạc, do đó bài toán lập trình quỹ đạo có thể giải quyết dựa trên xấp xỉ các hàm tại các điểm đã cho. Chia đoạn thời gian [0, T] thành N đoạn nhỏ bằng nhau
- Ngoài yêu cầu liên tục của *q(t)* còn yêu cầu của $\dot{q}(t), \ddot{q}(t)$

6.1.3 TẠO QUỸ ĐẠO TỔNG QUÁT BẰNG ĐA THỨC NỘI SUY

- **Tạo dựng các quỹ đạo liên tục** C^0 : quỹ đạo được xấp xỉ bằng các đa thức bậc nhất.
  - Các điều kiện biên: $q(t_i) = q_i \qquad q(t_{i+1}) = q_{i+1}$
  - Dạng xấp xỉ: $p_i(t) = a_{0i} + a_{1i}t$
  - Các hệ số của đa thức bậc nhất: $\begin{pmatrix} 1 & t_i \\ 1 & t_{i+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_i \\ q_{i+1} \end{pmatrix}$
- **Tạo dựng quỹ đạo liên tục** C^1 **:** quỹ đạo được đặc trưng bằng các tính chất liên tục của hàm *q(t)* và đạo hàm $\dot{q}(t)$
  - Các điều kiện biên: $q(t_i) = q_i \qquad q(t_{i+1}) = q_{i+1}$

    $\dot{q}(t_i) = \dot{q}_i \qquad \dot{q}(t_{i+1}) = \dot{q}_{i+1}$
  - Dạng xấp xỉ:

    $p_i(t) = a_{0i} + a_{1i}t + a_{2i}t^2 + a_{3i}t^3$

    $\dot{p}_i(t) = a_{1i} + 2a_{2i}t + 3a_{3i}t^2$
  - Các hệ số của đa thức bậc 3: $\begin{pmatrix} 1 & t_i & t_i^2 & t_i^3 \\ 0 & 1 & 2t_i & 3t_i^2 \\ 1 & t_{i+1} & t_{i+1}^2 & t_{i+1}^3 \\ 0 & 1 & 2t_{i+1} & 3t_{i+1}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} q_i \\ \dot{q}_i \\ q_{i+1} \\ \dot{q}_{i+1} \end{pmatrix}$

6.1.3 TẠO QUỸ ĐẠO TỔNG QUÁT BẰNG ĐA THỨC NỘI SUY

- **Tạo dựng các quỹ đạo liên tục** C^2 (Quỹ đạo không giật)

  - Các điều kiện biên:
$$q(t_i) = q_i \qquad q(t_{i+1}) = q_{i+1}$$
$$\dot{q}(t_i) = \dot{q}_i \qquad \dot{q}(t_{i+1}) = \dot{q}_{i+1}$$
$$\ddot{q}(t_i) = \ddot{q}_i \qquad \ddot{q}(t_{i+1}) = \ddot{q}_{i+1}$$

  - Đa thức tối thiểu:
$$p_i(t) = a_{0i} + a_{1i}t + a_{2i}t^2 + a_{3i}t^3 + a_{4i}t^4 + a_{5i}t^5$$
$$\dot{p}_i(t) = a_{1i} + 2a_{2i}t + 3a_{3i}t^2 + 4a_{4i}t^3 + 5a_{5i}t^4$$
$$\ddot{p}_i(t) = 2a_{2i} + 6a_{3i}t + 12a_{4i}t^2 + 20a_{5i}t^3$$

  - Các hệ số của đa thức tối thiểu:
$$\begin{pmatrix} 1 & t_i & t_i^2 & t_i^3 & t_i^4 & t_i^5 \\ 0 & 1 & 2t_i & 3t_i^2 & 4t_i^3 & 5t_i^4 \\ 0 & 0 & 1 & 6t_i & 12t_i^2 & 20t_i^3 \\ 1 & t_{i+1} & t_{i+1}^2 & t_{i+1}^2 & t_{i+1}^2 & t_{i+1}^2 \\ 0 & 1 & 2t_{i+1} & 3t_{i+1}^2 & 4t_{i+1}^3 & 5t_{i+1}^4 \\ 0 & 0 & 1 & 6t_{i+1} & 12t_{i+1}^2 & 20t_{i+1}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_i \\ \dot{q}_i \\ \ddot{q}_i \\ q_{i+1} \\ \dot{q}_{i+1} \\ \ddot{q}_{i+1} \end{pmatrix}$$